A calculadora como ferramenta na resolução de problemas

Graciosa Veloso, Esc. Sec. C. Universitária

O senhor Joaquim é pastor. Precisa de fazer um redil. Vai aproveitar uma parede de uma casa em ruínas e tem 168 m de arame. O redil deverá ter forma rectangular. Que rectângulo deverá construir de forma que a área seja máxima?

Estamos perante uma situação, em que, do ponto de vista matemático, se pretende maximizar a função área. Será que do ponto de vista educativo a situação se resume à anterior? Como a resolver? Em que níveis de escolaridade? Será vantajosa a utilização da calculadora?

Um tipo de resposta possível e frequente a estas questões, pode ser: ...''com certeza, mas só no 11.º ano, altura em que damos derivadas, é que faz sentido colocar uma situação destas, como aplicação ou, quando muito, como motivação para o estudo da função derivada,... e sem necessidade da máquina''... Segundo esta perspectiva, uma forma possível de resolver o *exercício*, será considerar a área como a função **A(x) = x (168 – 2x)** em que **x** representa uma das dimensões do rectângulo. **A**(x) é uma função quadrática, cujo coeficiente do termo do 2.º grau é negativo e com termo independente nulo, logo o gráfico correspondente admitirá um único extremo relativo que é um máximo. Este será, neste caso, o zero da função derivada **A'(x) = 168 – 2x** , ou seja, **x = 42**. Então, as dimensões do rectângulo são 42 e 84. Neste processo de resolução, algébrico, aplicaram-se procedimentos que, à partida, se sabia conduzirem à solução; segundo Kantowsky, resolveu-se um exercício de aplicação de conhecimentos sobre função quadrática, derivadas e localização de extremos. Não se tratou de resolver um problema, pois havia já a posse prévia dos dispositivos conducentes à solução. Será o processo de resolução anterior, embora frequente, o único, ou até mesmo o mais natural para muitos alunos? Evidentemente que não é o único e será tão válido como outros que sejam mais significativos do ponto de vista da aprendizagem?

Detenhamo-nos num outro processo de resolução, *construído por alunos sem utilização da via algébrica*, recorrendo a estratégias em que a *tentativa* e as explorações *numéricas* são parte integrante:

- Tentativa de compreensão do problema

  Trata-se de determinar a largura e o comprimento de um rectângulo, tal que

  $$2 \times \text{largura} + \text{comprimento} = 168$$

  e tal que a área seja o maior possível.

- Estratégias de resolução

  Vamos construir tabelas e, por tentativas, com o auxílio da calculadora, vamos investigar as relações que devem existir entre os dados:

LARGURA (m)	COMPRIMENTO (m)	2 × LARG. + COMP.	
5	5	2 × 5 + 5	não aceitável
10	148	2 × 10 + 148	aceitável
20	138	2 × 20 + 138	não aceitável
20	...		
30			
⋮			
80	8	2 × 80 + 8	
⋮			
90			impossível

LARGURA (m)	COMPRIMENTO (m)	ÁREA (m^2)
5	158	790
10	148	1480
20	128	2560
30	108	3240
40	88	3520
50	68	3400
60	48	2880
⋮	⋮	

Há que investigar o que se passa no intervalo [40, 50], pois nos extremos há inversão na ordem de grandeza das áreas. Assim pode-se ainda construir uma outra tabela

LARGURA	COMPRIMENTO	ÁREA
40	88	3520
41	86	3526
42	84	3528
43	82	3526
⋮		

Será que para 44, 80 obtemos a mesma área que para 40, 88? Será de admitir a existência de alguma simetria no gráfico? (com uma folha de cálculo pode-se rapidamente aprofundar esta exploração).

Serão mesmo 42 e 84 as dimensões procuradas? Tentemos ainda um refinamento à volta do 42:

LARGURA	COMPRIMENTO	ÁREA
42,000001		3528
42,000002	83,999996	3528
⋮		
42.5	83	3527,5
⋮		

Parece mesmo que 42 e 84 era o que procurávamos! Que outras questões podem emergir destas?... Por exemplo estas:

- Haverá alguma relação entre a área deste rectângulo e a do da família dos que têm perímetro 168 que tem maior área? Que tipo de relação? Porquê?
- Será o rectângulo 42 × 84 o que tem maior área na família dos seus isoperimétricos?

Este processo de resolução oferece-nos alguns comentários, pois julgamos poder constituir exemplo de aspectos muito importantes do ponto de vista da aprendizagem e da actividade matemática.

Os alunos tiveram de criar informação, de a organizar (construção das tabelas), relacionar, eliminar casos, seleccionar informação para investigação, ... A calculadora desempenhou um papel importante como ferramenta na resolução do problema, efectuando todos os cálculos necessários a todas as actividades que já mencionámos. Neste tipo de processo, o aluno pode fazer Matemática, o aluno do ensino básico pode investigar relações interessantes, nem sempre trabalhadas, entre perímetro e área. Mas, há ainda uma questão por esclarecer: este processo não prova que o rectângulo procurado é o de dimensões 42 × 84... Mas não constituirão situações como estas ambiente propício para *sentir a necessidade da prova por parte do aluno?* Não será caso para se relativizar um pouco a importância do pensamento formal, num contexto rico de actividade e descoberta?

Estes dois processos apresentados não se excluem naturalmente. Contudo, será de atentar no significado que o segundo pode ter para os alunos de níveis etários mais baixos e mesmo para alunos dos cursos complementares. A possibilidade de diversificar formas de abordagem ou resolução de uma situação pode contribuir para uma tão necessária flexibilidade curricular. A natureza experimental e a diversidade de capacidades que envolve, fazem deste segundo processo um contexto oportuno para a utilização da calculadora como ferramenta na resolução de problemas.

- A abordagem numérica não constituirá uma etapa fundamental, a não "queimar", na construção de ideias algébricas?
- Não constituirão os processos experimentais vias de construção e de prazer na actividade matemática?

A epêntese... (conclusão)

A calculadora "sempre que adequado"

Naturalmente que naquela sementeira de que falei não estão contabilizadas as vezes que a utilização de Calculadoras é aconselhada "sempre que adequado" (por exemplo, pág. 33). Trata-se de um outro traço que surge na proposta de Programa e cujo sentido me deixa confuso. Pretende-se dizer que a calculadora deve ser utilizada sempre que o seu uso for ajustado à actividade? Pretende-se sugerir que o uso da calculadora deve estar sujeito à actividade, adquirindo um papel meramente servilista do cálculo? Pretende-se dizer que o seu uso deve ser feito sempre que o professor assim julgar adequado (e aí voltaríamos à primeira questão)?

Poderíamos por absurdo admitir que esta questão seria uma precaução da parte dos autores do Programa no sentido de evitar exageros na utilização da calculadora por parte dos alunos. Recuso-me a acreditar nessa possibilidade, ciente de que são por demais conhecidas as limitações das Calculadoras.

Em resumo, a ideia que fica desta proposta de Programa é uma concepção superficial, balbuciante e servilista do cálculo àcerca da questão da introdução das Calculadoras no Programa do 3.º ciclo. Talvez afinal não seja de estranhar a não existência, no capítulo das Orientações Metodológicas da proposta de Programa, de uma única referência à utilização das novas tecnologias em geral, e das Calculadoras em particular. Aliás estas orientações baseiam-se em dois princípios centrados na questão dos conceitos que ora são "construídos pelos alunos", ora são "abordados sob progressivos níveis de rigor e formalização", "tratados e retomados". A mesma confusão que encontramos no Programa no que respeita às atitudes a promover nos alunos, estende-se à problemática dos conceitos. E inesperadamente, também à utilização das Calculadoras.

De facto, neste mar de confusão que é a proposta de Programa do 3.º ciclo, permito-me sugerir aos professores que não tenham muitas preocupações de ordem hermenêutica na leitura desta proposta de Programa.

Mas façam-no sempre que adequado. Com ou sem...