

Alguns Métodos Eleitorais através do Excel

Rui Feiteira

Considerações iniciais

Os sistemas eleitorais estão na base de qualquer sistema político, pois é através deles, que a democracia prevalece nas sociedades. No módulo inicial de Matemática Aplicada às Ciências Sociais, estudam-se alguns métodos eleitorais dando-se destaque aos sistemas maioritários e aos sistemas de representação proporcional. Neste artigo, pretendemos dar testemunho de uma aula onde abordámos alguns sistemas eleitorais utilizando o *Excel*, dando especial destaque às limitações do Sistema Maioritário de Uma Volta e do método de Borda. Explorámos ainda uma das principais características do método de Hondt: a formação de coligações.

Os sistemas trabalhados

No Sistema Maioritário de Uma Volta, o candidato eleito é aquele que obtiver o maior número de votos, independentemente de atingir a maioria absoluta ou maioria relativa. Este método usa-se frequentemente quando se pretende eleger o delegado de uma turma.

O Método de Borda, apesar não ter uma definição oficial (visto poder usar-se qualquer sistema de ponderação), a seguinte explicação reúne o consenso geral: suponhamos que n candidatos se apresentam a uma eleição, cada eleitor vota em todos os candidatos, definindo a ordem de preferência. Atribui-se a cada candidato uma pontuação conforme a posição que estes ocupam nas listas de preferências. Assim, o candidato que ocupar a primeira posição obtém $n - 1$ pontos, o candidato que ocupar a segunda posição obtém $n - 2$ pontos, e assim sucessivamente.

O Método de Hondt é o método que se usa em Portugal, para apurar o número de deputados eleitos para a Assembleia da República e Assembleias Autárquicas e também para o Parlamento Europeu. Neste método, o número de votos de cada candidato é dividido por 1, 2, 3, ..., até se atingir o número limite de deputados por círculo eleitoral, e de seguida ordenam-se os quocientes por ordem decrescente até obtermos o número de deputados a eleger, em caso de empate de quocientes atribui-se o mandato à lista menos votada.

Justificação e oportunidade do trabalho realizado

No 3.º Ciclo do Ensino Básico os alunos frequentam a disciplina de Tecnologias de Informação e Informação onde, entre outros programas, aprendem a trabalhar com o *Excel*. Assim, esta ferramenta torna-se parceira ideal no estudo dos sistemas eleitorais pois permite evitar todo o trabalho moroso, e por vezes desmotivante, com que os alunos se confrontam quando aplicam, por exemplo o método de Hondt.

Com este trabalho pretendíamos mostrar que:

- métodos de eleição diferentes, usados numa mesma eleição, podem conduzir a diferentes resultados;
- pequenas alterações num sistema eleitoral podem trazer grandes alterações nos resultados eleitorais.

Como a turma, em questão, já sabia trabalhar com o *Excel*, todo o trabalho se desenvolveu de uma forma bastante autónoma, sendo que o nosso papel se reduziu a resolver pequenos problemas técnicos com o *Excel* e a marcar o ritmo de

Figura 1.

Figura 2.

Figura 3.

trabalho para que todos os grupos atingissem os objectivos propostos. Assim o trabalho dividiu-se em 3 fases distintas: 1) comparação de resultados, para uma mesma eleição, entre o Sistema Maioritário de Uma Volta e o Método de Borda; 2) comparação de resultados, usando sistemas de ponderação diferentes, para o Método de Borda; 3) simulação de coligações com o método de Hondt.

A aula

Cada computador ficou entregue a dois alunos. Quando estes chegaram aos computadores foi-lhes pedido que abrissem um determinado ficheiro, com o qual se trabalhou toda a aula. A figura 1 mostra a folha inicial.

A tabela de preferências, que se situa no canto superior esquerdo da figura anterior, representa a escolha de 20 indivíduos numa eleição. Assim, suponha que 9 das 20 pessoas preferiam A a B, e ao mesmo tempo, preferiam B a C; 6 pessoas preferiam B a C e C a A; 5 pessoas preferiam C a B, e preferiam B a A. Observando as primeiras preferências, facilmente verificamos que, apesar do candidato A vencer com maioria relativa (figura 2), este vence com uma margem confortável sobre o 2.º classificado (B).

Mas, numa análise mais atenta da tabela, observamos que 55% dos eleitores, caso pudessem hierarquizar os candidatos, colocariam A na última preferência, logo este não

pode ser o candidato que a maioria prefere. Podemos concluir, então, que este método não é o mais justo, pois pode produzir um vencedor que a maioria não prefere. Historicamente este facto ficou conhecido como o paradoxo de Borda. Para superar este problema, Borda propôs o método de Borda (já descrito na segunda secção do presente texto).

Voltando à aula, os alunos deveriam usar o método de Borda para apurar o vencedor, e para isso, deveriam começar por preencher a tabela do canto inferior esquerdo da figura 1. Nesta tabela, os alunos deveriam usar o sistema de ponderação (2,1,0). Apesar dos cálculos serem fáceis de se fazer, os alunos deveriam recorrer sempre a fórmulas do Excel para calcular o que se pedia (figura 3). Optámos por usar cores diferentes para facilitar identificação, por parte dos alunos, dos pontos que cada candidato tinha obtido (figura 4).

Chegados a este ponto os alunos deveriam concluir que o candidato mais votado pelo sistema maioritário de 1 volta (A) não vence as eleições pelo método de Borda (pois fica na segunda posição com este método). No método de Borda vence o candidato B que, curiosamente, ficava na segunda posição usando Sistema Maioritário de Uma Volta. Sendo assim, o sistema maioritário de uma volta, que é um sistema amplamente usado, produz um vencedor que a maioria não prefere, enquanto que o vencedor do método de Borda reúne mais consenso, pois os votos retêm a informação da

Microsoft Excel - Livro1

Eiçheiro Editar Ver Inserir Formatar Ferramentas Dados Janela Ajuda

Arial 10 N I S

H3 =B11+C10+D11

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	A	B	C				A	B	C	Vencedor
2	B	C	B			1 volta	45	30	25	A
3	C	A	A			Borda	18	26	17	B
4	9	6	5	20						

Figura 4.

hierarquização dos candidatos. Embora à primeira vista este seja o melhor método, o método de Borda também apresenta alguns problemas.¹

Neste ponto dava-se início à segunda parte do trabalho. Para ilustrar um dos problemas deste último método os alunos deveriam considerar duas variações ao método de Borda. Na variação 1 o sistema de pontuação a ser usado era (6, 5, 0), enquanto que para a variação 2 o sistema de pontuação obedecia a (5, 1, 0). Refira-se que a tabela de preferências era logicamente a mesma para as variações consideradas. De uma forma análoga à experiência anterior, os alunos deveriam preencher as tabelas que a figura 5 apresenta.

Estas tabelas deveriam ser preenchidas usando um processo análogo aquele que se utilizou nas figuras 3 e 4. Obtiveram-se os resultados apresentados na figura 6.

Depois de preenchidas as tabelas anteriores, os alunos deveriam construir um gráfico de barras onde se pudesse fa-

cilmente comparar os resultados das duas variações (ver figura 7).

Os alunos concluíram então que numa mesma eleição se o sistema de pontos mudar, o vencedor poderá ser outro. Portanto, o vencedor poderá depender dos pesos que se fixem para a eleição, permitindo assim graus de arbitrariedade. Embora esta fosse a conclusão que estava estabelecida *a priori*, houve grupos que ainda retiraram as seguintes conclusões: o primeiro sistema de pontuação (6,5,0) é melhor, na medida que, o candidato menos preferido (A) fica em último lugar. O outro sistema beneficia mais o candidato A, já que com este sistema de este candidato vence, pois este sistema de ponderação beneficia claramente quem fica na 1ª posição das preferências. Um sistema de 3 candidatos onde exista um grande diferença entre as pontuações atribuídas aos 1ª e 2ª posições pode não traduzir da melhor forma, a vontade de todos os eleitores. Portanto, pequenas alterações

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1					Varição 1				
2									
3		5	4	3	12				
4	6	A	B	C					
5	5	C	C	B			Borda1	Borda2	
6	0	B	A	A			A		
7							B		
8							C		
9									
10		5	4	3					
11	6	30							
12	5	25							
13	0	0							
14									
15									
16					Varição 2				
17									
18		5	4	3	12				
19	5	A	B	C					
20	1	C	C	B					
21	0	B	A	A					
22									
23									
24		5	4	3					
25	5								
26	1								
27	0								
28									

Figura 5.

G6 =B11+C13+D13

	F	G	H	I	J
5		Borda1	Borda2		
6	A	30	25		
7	B	39	23		
8	C	63	24		

Figura 6.

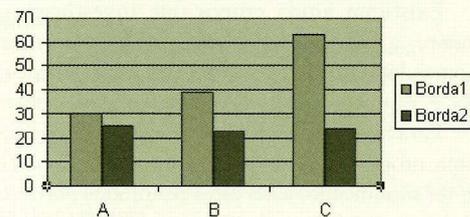


Figura 7.

Figura 8.

1. No dia 9 de Outubro de 2005, realizam-se eleições autárquicas em Portugal.

Os dados apresentados no quadro seguinte dizem respeito às eleições para a Câmara Municipal de um certo concelho.

Total de eleitores inscritos: 141 360
Número de mandatos: 11
Partidos concorrentes: A, B, C, D, E e F

Os resultados provisórios das eleições para a Câmara Municipal desse concelho, divulgados pelo Secretariado Técnico dos Assuntos para o Processo Eleitoral (STAPE), pouco tempo depois do encerramento das urnas, foram os seguintes:

Número de votos brancos: 2225
Número de votos nulos: 1550

Partidos	A	B	C	D	E	F
Número de votos	28 799	17 437	11 959	4785	948	340

1.2. No dia 11 de Outubro, um jornal diário, referindo-se às eleições para a mesma Câmara Municipal, publicou uma notícia, na qual se podia ler:

Os dados apresentados no quadro seguinte dizem respeito às eleições para a Câmara Municipal de um certo concelho.

O partido D vai exigir a recontagem dos votos, por considerar que persistem dúvidas quanto ao resultado oficial divulgado na noite de domingo. Por apenas 15 votos (...), o partido D não elegeu o seu cabeça-de-lista como vereador. (...) A eleição de um vereador do partido D alteraria a relação de forças no executivo dessa Câmara. (...) «Era fundamental que o partido D estivesse representado, não só pela força que já tem, mas também porque obrigaria o presidente a dialogar com a oposição e a aprofundar a democracia e a pluralidade de ideias», frisou o cabeça-de-lista do partido D.

Tendo em conta os resultados eleitorais, elabore uma composição na qual comente esta notícia. Na sua composição, deve:

- determinar o número de mandatos obtidos por cada força política, aplicando o método de Hondt (apresenta os quocientes arredondados às décimas);
- explicar por que razão foi por 15 votos que o partido D não elegeu nenhum vereador e qual o partido que perderia um mandato se o partido D tivesse tido mais 15 votos (admitindo que os restantes partidos mantinham a sua votação);
- explicar o sentido da frase (acima sublinhada) do cabeça-de-lista do partido D, relacionando-a com o tipo de maioria (simples ou absoluta) obtida pela força vencedora e com o que teria acontecido, caso ele tivesse sido eleito.

num sistema eleitoral podem trazer grandes alterações nos resultados eleitorais.

Entrávamos agora na terceira e última fase deste trabalho. Tendo como ponto de partida a questão 1 do exame da 1.ª fase, do Exame Nacional de Matemática Aplicada às Ciências Sociais. Os alunos começaram por resolver a questão 1.2 do exame, que passamos a recordar (ver figura 8).

Depois de fazerem a primeira distribuição dos 8 mandatos (a cinzento na figura 9) e responderem à questão do exame os alunos deveriam investigar, com base nos resultados iniciais, a possibilidade da coligação B+C+F vencer o partido A.

Rapidamente os alunos adaptaram a tabela inicial e obtiveram a distribuição apresentada na figura 10.

Existiram ainda grupos que investigaram, voluntariamente, a distribuição de mandatos com outras coligações, nomeadamente a coligação entre os 3 partidos menos votados e, numa outra situação uma coligação entre C e D.

Para finalizar a aula, discutiram-se os resultados desta última proposta. Foi referido que além do partido vencedor se ter modificado, caso estes resultados pertencessem a uma eleição autárquica, abria-se a possibilidade do diálogo entre os partidos da coligação e o partido A, devido ao equilíbrio de forças, pois ambos elegeram o mesmo número de deputados.

Quanto à avaliação esta também se dividiu em duas fases. Numa primeira fase, a avaliação traduziu-se pela observação das dinâmicas que cada grupo desenvolveu. Numa se-

gunda fase, cada grupo teve de entregar um relatório de toda a actividade desenvolvida. Saliente-se que desde o princípio do ano lectivo foi definida a estrutura de todos os relatórios a entregar ao longo do ano. Assim, o relatório deveria conter: introdução; breve contextualização da experiência, conceitos envolvidos, descrição da experiência, conclusões, anexos. Neste caso específico, cada grupo deveria entregar como anexos uma cópia resolvida (com gráficos de barras) do ficheiro de Excel.

Considerações Finais

Embora este trabalho pudesse ser desenvolvido com uma calculadora gráfica, optámos por usar o Excel, pois este programa permite que se faça com grande rapidez os cálculos necessários e, na mesma folha de cálculo, podemos construir gráficos de barras que permitem fazer comparações imediatas. Com o uso deste programa também evitaria os cálculos repetitivos inerentes a cada um dos métodos, já que aqui definimos uma fórmula e depois basta actualizá-la em cada momento, e desta forma evitar-se-iam momentos mortos, e desmotivantes. Esta actividade permitiu que os alunos da turma assistissem a uma aplicação das matérias leccionadas nas aulas, com recurso a conhecimentos de outra disciplina.

Foi muito gratificante desenvolver esta actividade já que a maioria dos alunos aderiu a ela com entusiasmo e quase todos os grupos atingiram com relativa rapidez os objectivos antes propostos. De certa forma, ao utilizar o computa-

Figura 9.

B3		F1 = \$B\$2/\$A3					
	A	B	C	D	E	F	G
1		A	B	C	D	E	F
2		28799	17437	11959	4785	948	340
3	1	28799,0	17437,0	11959,0	4785,0	948,0	340,0
4	2	14399,5	8718,5	5979,5	2392,5	474,0	170,0
5	3	9599,7	5812,3	3986,3	1595,0	316,0	113,3
6	4	7199,8	4359,3	2989,3	1196,3	237,0	86,0
7	5	5759,8	3487,4	2391,8	957,0	189,6	68,0
8	6	4799,8	2906,2	1993,2	797,5	158,0	56,7

Figura 10.

B3		F1 = \$B\$2/\$A3				
	A	B	C	D	E	
1		A	B/C/F	D	E	
2		28799	29736,0	4785	948	
3	1	28799,0	29736,0	4785,0	948,0	
4	2	14399,5	14868,0	2392,5	474,0	
5	3	9599,7	9912,0	1595,0	316,0	
6	4	7199,8	7434,0	1196,3	237,0	
7	5	5759,8	5947,2	957,0	189,6	
8	6	4799,8	4956,0	797,5	158,0	
9	7	4114,1	4248,0	683,6	135,4	
10	8	3599,9	3717,0	598,1	118,5	

dor para resolver esta actividade, este permitiu um grau de motivação alto por parte dos alunos. Antes de terminarmos acrescentamos ainda a importância do relatório. Com a entrega do relatório tornou-se claro que todos os objectivos a que nos tínhamos proposto foram atingidos. Apresentamos de seguida algumas frases retiradas dos relatórios dos alunos que ilustram isso mesmo.

“Esta experiência foi produtiva para a nossa aprendizagem pois pudemos experimentar como funcionam os diferentes métodos de eleição e não sabe-los apenas em teoria, verificámos também que nem sempre a vontade dos eleitores é a expressa nos resultados finais das eleições.”

“Penso que visivelmente os nossos objectivos foram alcançados pois conseguimos analisar e interpretar os resultados obtidos nesta experiência, e aprendemos como fazer estas operações de forma simples e rápida.”

“Na nossa opinião esta experiência foi muito enriquecedora para os nossos conhecimentos matemáticos e culturais, pois nós nunca tínhamos realizado tal trabalho.”

“No Método de Borda há uma vantagem muito grande, que é facto de atribuirmos pontos aos candidatos, de acordo com a nossa preferência (aliás é esta a sua principal característica), mas depois, e também através da experiência, vimos que se a pontuação variar o resultado das eleições também varia, assim o candidato que não seja preferido pode assumir o cargo. Não é justo!”

Assim o relatório veio a confirmar quase todas as impressões com que tinha ficado na aula provando ser um instrumento poderoso ao fornecer um feedback valioso acerca da actividade que propuseramos.

Nota

- 1 Para este método são conhecidos três problemas para além daquele que estamos a focar. Problema do voto tático — aqui se os eleitores dispersarem suficientemente os votos o candidato mais forte, poderá não ganhar; problema voto não sincero — os eleitores podem ordenar os candidatos de forma a penalizarem o candidato mais forte; problema das escolhas irrelevantes — a introdução de uma escolha irrelevante entre as opções iniciais pode modificar o vencedor.

Referências Bibliográficas

Buescu, J.(2001), *O Mistério do Bilhete de identidade e Outras Histórias, crónicas das Fronteiras das ciências*, Lisboa: Gradiva.

Crato, N., *Paradoxos eleitorais*, Revista do Semanário Expresso do dia 13 de Fevereiro de 2002.

Neves, M., Rocha, A. (2004), *Matemática Aplicada às Ciências Sociais*, Porto: Porto Editora.

Feiteira, R. (a publicar), *O que têm em comum a eleição de um delegado de turma e as eleições legislativas?*, *Gazeta da Matemática*, Lisboa: SPM.

www.gave.pt

Rui Feiteira, Escola Secundária Manuel Teixeira Gomes