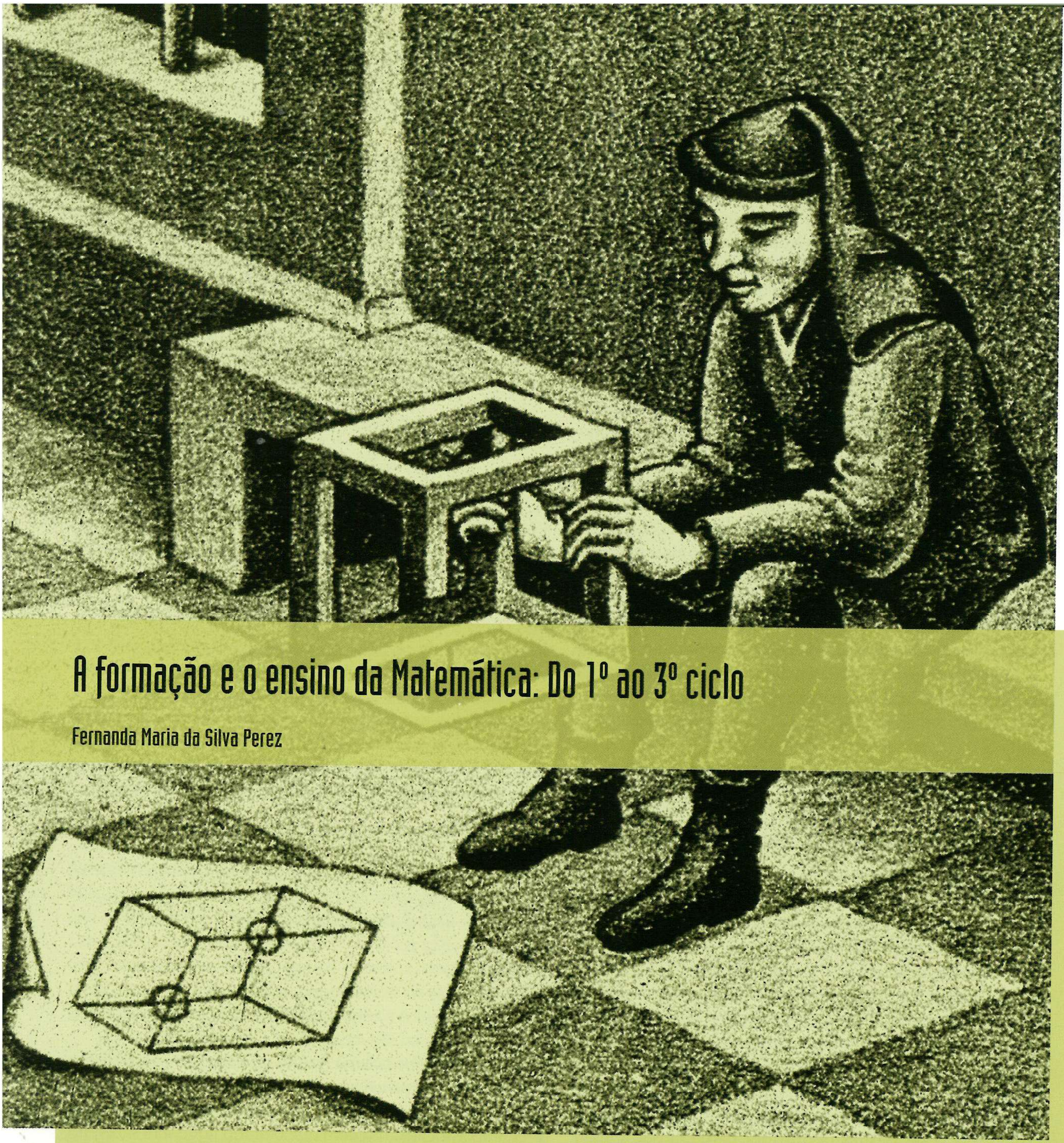

A formação e o ensino da Matemática: Do 1º ao 3º ciclo

Fernanda Maria da Silva Perez

Introdução

A melhoria das condições de ensino e aprendizagem da Matemática e a valorização das competências dos professores nesta disciplina constitui uma das grandes finalidades do Programa de Formação Contínua em Matemática para professores dos 1º e 2º ciclos do ensino básico, no qual sou formadora há 2 anos e no âmbito do qual surge esta reflexão.

Como professora do 3º ciclo e ensino secundário, sei que uma das principais razões que nós, professores, apresentamos como impeditivas da progressão por parte dos nossos alunos é a falta de pre-requisitos ao nível dos conhecimentos matemáticos adquiridos nos primeiros anos de escolaridade. Aquilo a que habitualmente chamamos *falta de bases*, tornou-se quase um lugar comum nas justificações que pais e professores encontram para o insucesso na Matemática, remetendo a responsabilidade para o que deveria ter sido feito e não foi. Se com base neste argumento o diagnóstico é fácil, o prognóstico não o é menos, e traz invariavelmente associada a ideia de fatalismo irreversível. Revelador de uma concepção da Matemática como uma ciência em que os conhecimentos se encadeiam e dependem uns dos outros de uma forma quase hierárquica, este prognóstico é limitador, deixando pouca margem para uma intervenção com vista à resolução do problema. As soluções passam quase sempre por propor os alunos para aulas de apoio educativo, nas quais, com as melhores intenções, os professores insistem em ensinar-lhes os conteúdos em que revelam dificuldades, sem no entanto conseguirem actuar ao nível das verdadeiras lacunas.

Eu, professora há uns 13 anos, revejo-me mais do que gostaria no que acabei de expor. Foi por essa razão que decidi reflectir sobre os benefícios que esta experiência de formação, concretamente no 1° ciclo de escolaridade, me trouxe no que se refere à valorização das minhas competências enquanto professora de Matemática do 3° ciclo e, portanto, no que espero que sejam as aprendizagens dos meus futuros alunos. O tema sobre o qual me debruço é a *Álgebra* e o meu objectivo é tentar perceber de que forma a minha experiência enquanto formadora de professores do 1° ciclo me pode ajudar, quando voltar para a escola, a resolver o eterno problema da *falta de bases* dos alunos, concretamente no tópico *Equações*.

Numa primeira secção, tentarei identificar requisitos do conhecimento matemático que considero fundamentais para o desenvolvimento de alguns aspectos das competências específicas relacionadas com a resolução de equações. Numa segunda secção, incidirei a minha análise na proposta de formação da Escola Superior de Setúbal, *Calcular em cadeia*, tentando mostrar de que forma as cadeias numéricas podem constituir uma mais-valia no desenvolvimento dos aspectos da competência matemática identificados na secção anterior. Por fim, a terceira secção, pretende ser uma súmula conclusiva da análise feita, à luz da reflexão que faço sobre o papel que esta experiência de formação pode ter no meu percurso enquanto professora, nomeadamente, do 3° ciclo do ensino básico.

Aprendizagens fundamentais nas Equações

Escolhi o tópico *Equações* por ser uma das temáticas que mais dificuldades levantam aos alunos. As considerações que teço assentam fundamentalmente na minha experiência enquanto professora.

No *Currículo Nacional do Ensino Básico* (2002) pode ler-se que a competência matemática inclui "a compreensão de um conjunto de noções matemáticas fundamentais" e que deve ser dada "primazia" aos processos matemáticos "em relação aos tópicos específicos vistos isoladamente" (p. 59).

Implícito na chamada de atenção para a necessidade de integrar estes aspectos, o documento aponta para a (co)existência de saberes de distinta natureza que importa considerar: saberes relacionados com os processos matemáticos e saberes relacionados com os tópicos matemáticos específicos.

De facto, da minha experiência de professora de Matemática, nomeadamente no 3° ciclo, ressaltam dificuldades que trespassam ambas as vertentes. Por um lado, são facilmente identificadas lacunas ao nível dos conhecimentos matemáticos específicos, por outro lado, elas estão quase sempre associadas a insuficiências relacionadas com os hábitos de pensamento, tais como a falta de predisposição para raciocinar matematicamente[1], a falta de aptidão para discutir e comunicar descobertas e ideias matemáticas, entre outras.

No tópico *Equações* os alunos com dificuldades podem separar-se em dois grupos. Num primeiro grupo incluem-se os alunos que não são capazes de resolver equações e que apresentam dificuldades de vária ordem; o segundo grupo é composto por alunos que, apesar de serem capazes de resolver equações, fazem-no por mecanização dos procedimentos mas manifestam uma total incompreensão dos conceitos matemáticos em jogo. Por exemplo, perante a equação $2x + 1 = 7$, um aluno do primeiro grupo poderá fazer erros como os apresentados na figura 1:

Erros comuns na resolução de equações

$2x + 1 = 7$	$2x + 1 = 7$
$2x = 7 + 1$	$2x + 1 - 7 = 0$
$2x = 8$	$2x + 6 = 0$
	$x = 6 - 2$
A solução é 8.	A solução é 4.

Figura 1

Já um aluno do segundo grupo resolverá correctamente a equação dizendo qualquer coisa do tipo "o 1 *passa para o outro lado com menos*; o 2 *passa para o outro lado a dividir*". Esta descrição dos procedimentos quando é acompanhada por compreensão não tem mal por si só, no entanto, estes alunos, por não dominarem os conhecimentos matemáticos em jogo, invariavelmente cometem erros como os da figura 2:

Erros comuns na resolução de equações

$-2x + 1 = 7$	$-2x - 1 = 5 - 2x$
$-2x = 7 - 1$	$-2x + 2x = 5 + 1$
$x = 6 + 2$	$0x = 6$
$x = 8$	$x = 6/0$
	$x = 0$

Figura 2

O erro da primeira coluna resulta do facto dos procedimentos estarem memorizados como se de uma lenga-lenga se tratasse. O *menos passa a mais e o vezes passa a dividir*, sem compreensão associada, faz com que o aluno fique sem saber, no "$-2x$", qual o *sinal que deve mudar*, se o *menos* ou se o *vezes*, por isso, trata o "-2"como se estivesse a adicionar "$+2$" a ambos os membros sem sequer se aperceber da aplicação deste princípio de equivalência. Outras vezes, acerta.

O segundo erro é de natureza diferente mas igualmente revelador de falta de compreensão. O aluno realiza os procedimentos correctos, mas indica o zero como resultado da divisão de seis por zero. Neste caso, para além do problema do cálculo de uma divisão em que o divisor é zero, não é claro para o aluno que o valor encontrado para o "x" é a solução para todas as igualdades equivalentes que levam à identificação desse valor.

É claro que estes são apenas alguns exemplos, de entre muitos outros, dos erros que habitualmente os alunos cometem. Existem ainda dificuldades relacionadas com a falta de hábitos de pensamento e com a interpretação dos contextos. Por exemplo, quando certas equações surgem em problemas com contextos de medida, é muito comum ver os alunos considerarem medidas inferiores a zero como soluções possíveis.

Um diagnóstico adequado pode trazer vantagens também no desenvolvimento de desempenhos melhorados.

Consideremos as seguintes equações:

a) $4t^2 - 16 = 0$ b) $b^2 - 1 = 8$ c) $5p^2 = 45$

Para as resolver correctamente, o aluno pode aplicar os casos notáveis e a Lei do anulamento do produto, mas, para poder aplicar com sucesso esses conhecimentos, ele deve ser capaz de reconhecer, de imediato, que 4 é o quadrado de 2 e 16 é o quadrado de 4 — alínea a) —, que lhe convém juntar o 8 com o 1 para obter outro quadrado perfeito — alínea b) — e que tanto o 5 como o 45 são múltiplos de 5, sendo essa a melhor estratégia para a resolução que pretende seguir.

Mesmo optando por isolar a incógnita no 1° membro da equação e aplicar, de seguida, a raiz quadrada ao 2° membro, é fundamental que o (re)conhecimento dos números quadrados perfeitos esteja devidamente automatizado — automatismos de cálculo.

Consideremos agora as seguintes equações:

d) $x^2 + 7x = 10x - 3x$ e) $5(x^2-1) + (x-1)(x+1) = 0$,

No caso da alínea d), um aluno que tenha o conhecimento de que $7 + 3 = 10$ automatizado, pode perceber de imediato que os termos em x se anulam, pelo que chega à solução da equação apenas em dois passos ($x^2 = 0$; $x = 0$). Um aluno com menos sensibilidade para os números, isto é, que não tenha desenvolvido referências numéricas de suporte ao cálculo, tardará um pouco mais em chegar à solução.

Já a equação da alínea e) é facilmente resolúvel se o aluno identificar a presença do "x^2-1" como factor comum e aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição:

$$5(x^2-1) + (x-1)(x+1) = 0$$
$$6(x^2-1) = 0$$
$$\ldots$$

As soluções são 1 e -1.

Se apenas seguir os procedimentos mecanizados sem *olhar* para os números e para as operações em jogo, precisará de mais tempo e aumentará a sua probabilidade de erro:

$$5(x^2-1) + (x-1)(x+1) = 0$$
$$5x^2-5 + (x^2-1) = 0$$
$$5x^2 + x^2-5-1 = 0$$
$$6x^2-6 = 0$$
$$6(x^2-1) = 0$$
$$\ldots$$

As soluções são 1 e -1.

O desenvolvimento dos aspectos da competência matemática no tópico *Equações*, traz subjacentes muitos factores: perceber o significado de uma incógnita, bem como o seu papel; entender as características de uma igualdade algébrica, assim como as relações de equivalência e suas condicionantes; recorrer à mecanização de procedimentos e técnicas como instrumento para intervir em contexto e não como um objectivo por si só; relacionar os vários passos da resolução de uma equação, interpretando as soluções, caso existam; aplicar a resolução de equações na resolução de problemas; formular uma equação como estratégia para resolver um problema;...

À medida que se vai avançando no ano de escolaridade, a complexidade dos erros vai aumentando e o seu diagnóstico exige, naturalmente, uma maior profundidade de análise. O tipo de erro deverá ser, similarmente, objecto de análise, já que existem erros de natureza muito distinta. Alguns têm a ver com uma capacidade de abstracção ainda pouco desenvolvida, outros têm a sua origem em deficiências de cálculo como sejam insuficiente desenvolvimento do sentido do número, ausência de referências numéricas de suporte ao cálculo; deficiente domínio das operações adição, subtracção, multiplicação e divisão, bem como ausência de apropriação das relações entre elas e das suas propriedades.

São estes aspectos do cálculo que identifico como alguns dos requisitos essenciais para uma bem sucedida aprendizagem das equações.

As cadeias numéricas e as Equações

O diagnóstico dos erros é valioso, mas tornar-se-á inútil se não for acompanhado da definição de estratégias de actuação concretas, que ajudem a ultrapassá-los. A atitude do professor é, assim, determinante e as tarefas que propõe aos seus alunos podem assumir um importante papel.

Silva *et al.* (1999), defendem que a perspectiva adoptada no interior de cada tema do programa curricular deve ser progressivamente alterada:

> (...) As técnicas e as rotinas de cálculo devem estar inteiramente subordinadas à realização das actividades e nunca treinadas intensamente com vista a obter uma proficiência eventualmente necessária num futuro longínquo; (...)
>
> Os alunos irão, ao longo da escolaridade, tomando consciência das ideias e processos matemáticos, cabendo ao professor, na reflexão que deverá fazer com os alunos relativamente às actividades realizadas, avaliar o grau de explicitação que a maturidade dos alunos lhe permitirá fazer dessas ideias e processos. (p. 84)

Esta perspectiva pressupõe que o trabalho a realizar com os alunos vá sendo delineado tendo em conta, nomeadamente, os diferentes ritmos de progressão dos alunos e o seu particular nível de maturidade intelectual, conduzindo assim a uma diversidade de abordagens e aprofundamento dos temas e dos processos dentro da mesma escola ou até dentro da mesma turma.

De facto, é ao professor que cabe decidir o que fazer, em particular face a um diagnóstico de dificuldades. Tendo em conta a especificidade da análise que faz, deve definir uma trajectória de aprendizagem para o(s) aluno(s) em questão, de modo a possibilitar a sua evolução. Como referem Ponte et al. (1999),

Estes [Os professores] devem: (a) perspectivar a Matemática não como uma actividade em que se memorizam definições e obtêm as respostas correctas, mas em que acções de questionar, pensar, corrigir, confirmar são características essenciais; (...); (d) desenvolver a sua criatividade curricular a fim de conceber e adaptar tarefas adequadas para os alunos; (e) assumir uma perspectiva da aprendizagem dos alunos baseada na actividade, na interacção e na reflexão; (...). (pp. 148–149)

Calcular em cadeia (Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1° ciclo, Escola Superior de Educação de Setúbal, 2006/2007) foi uma das propostas desta formação que se revelou com mais potencialidades na promoção de um "desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes" (CNEB, 2002, p. 58), no que respeita às competências de cálculo:

Calcular em cadeia tem como grande finalidade desenvolver nos alunos um cálculo mental eficiente. A ideia é o professor dar um conjunto de exercícios, relacionados entre si e que pretendem evidenciar determinadas estratégias de cálculo associadas a propriedades dos números e das operações.

Assim, cada cadeia procura construir um sistema de relações numéricas que assentam no cálculo realizado na(s) linha(s) anterior(es) da cadeia. Para elaborar cadeias o professor deve ter conhecimento das estratégias de cálculo fundamentais relacionadas com as diferentes operações.

Na sala de aula, pode ser destinado um pequeno período de tempo, dez, quinze minutos por dia, para trabalhar algumas cadeias.

Por exemplo, se a ideia for trabalhar a adição usando saltos de 10 ou saltos de 10 com compensação pode ser proposta a seguinte cadeia:

$$23 + 20 =$$
$$23 + 19 =$$
$$23 + 29 =$$
$$33 + 19 =$$

Pode começar-se por apresentar $23 + 20$ e dar tempo aos alunos para resolverem, pedindo-lhes para explicarem as estratégias usadas, que vão sendo registadas no quadro. Em seguida apresenta-se o segundo exercício da cadeia, procedendo da mesma forma, e assim sucessivamente até serem propostos todos os exercícios da cadeia.

Embora possam aparecer diferentes estratégias é importante discutir com os alunos qual a estratégia mais "eficaz", ou seja, aquela ou aquelas que decorrem de uma compreensão do valor dos números envolvidos e das relações em que se podem apoiar.

Por exemplo:

$23 + 20$	pode ser calculado fazendo $23 + 10$ e adicionar novamente 10.
$23 + 19$	pode ser calculado sabendo que $23 + 20 = 43$, logo basta subtrair 1 (adicionar múltiplos de 10 e compensar).
$23 + 29$	basta adicionar 10 a $23 + 19$ ou então adicionar $23 + 30$ e subtrair 1 (adicionar múltiplos de 10 e compensar).
$33 + 19$	basta adicionar 10 a $23 + 19$.

(*Calcular em cadeia*, Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1° ciclo, Escola Superior de Educação de Setúbal, 2006/2007)

No ensino das *Equações* avançamos, muitas vezes prematuramente, para a aquisição e aplicação das regras de resolução, sem antes desenvolvermos um trabalho preparatório que deveria incidir precisamente em aspectos do cálculo mental. Se durante um tempo razoável os alunos não utilizarem as referidas regras mas forem forçados a efectuar raciocínios do tipo *Estou à procura do número que multiplicado por dois e adicionado de 4 unidades vai dar 20*, são as competências de cálculo mental que estão fortemente presentes nestes raciocínios. Quando os alunos passam a resolver as equações utilizando as regras, rapidamente deixam de precisar do cálculo mental, pois os cálculos são faseados (em oposição a relacionados) e muito simples. As cadeias numéricas podem assumir, portanto, um relevante papel neste processo.

Um primeiro aspecto em que, julgo, este tipo de tarefa pode ajudar é exactamente na compreensão do que são expressões numéricas equivalentes — acredito que essa compreensão será transferida para as expressões algébricas, com relativa facilidade. Ao discutir as diferentes estratégias usadas pelos alunos para calcular $23 + 20$ (ou outra), vão necessariamente surgir expressões equivalentes. Por exemplo, $23 + 19 = 42$ *porque fiz* $20 + 20$ *e mais* 3, *e depois tirei* 1 *ou* $23 + 19 = 42$ *porque* $20 + 10$ *é* 30, $30 + 9$ *é* 39 *e mais* 3 *dá* 42 ou, relacionando com o primeiro exercício da cadeia, $23 + 19 = 42$ *porque* $23 + 20$ *é* 43 *e é só tirar* 1.

De facto, os alunos convivem naturalmente com a equivalência entre as seguintes expressões numéricas:

$$23 + 19$$
$$20 + 20 + 3 - 1$$
$$20 + 10 + 9 + 3$$
$$43 - 1$$
$$42$$

Os alunos vão simultaneamente apropriando-se de diferentes relações entre os números e de algumas propriedades das operações. Ao compor e decompor os números de modo a associá-los para facilitar o cálculo, o aluno não só relaciona os números entre si, $23 + 19 = 23 + 20 - 1$ porque 19 é $20 - 1$, mas também usa, mesmo sem saber, propriedades como a propriedade associativa da adição e a propriedade comutativa da adição: $23 + 19 = (20 + 3) + (10 + 9) = (20 + 10) + 9 + 3$. Outras cadeias numéricas podem ter como principal intenção trabalhar, por exemplo, a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição que está, afinal, na base da adição de monómios semelhantes, cuja aprendizagem deve, durante muito tempo, recorrer a essa propriedade. A mesma propriedade, tal como as propriedades comutativas da adição e a da multiplicação, também se aplicam nas operações com polinómios.

Outra mais valia sucede quando o aluno percebe que pode relacionar os exercícios de uma mesma cadeia. Por um lado, vai ganhando referências numéricas — no caso deste exemplo, ele percebe que tendo o número múltiplo de 10 como referência, para cálculos com números próximos basta contar para a frente ou para trás a partir desse número — e criando automatismos de cálculo — o aluno depressa automatiza o efeito que os saltos de 10 provocam no algarismo das dezenas no caso deste exemplo. Por outro lado, vai consolidando a noção da relação da parte com o todo, isto é, se parte da relação $23 + 20 = 43$, ao retirar 1 unidade à quantidade expressa por $23 + 20$, o resultado sofre necessariamente a mesma alteração, isto é, diminui também 1 unidade. A pouco e pouco apreenderá que se duplicar um dos membros dessa relação, para que ela se mantenha terá de duplicar o outro membro; se reduzir para metade, a relação entre os dois membros só se manterá inalterável se a redução suceder nos dois, e por aí fora.

Parece-me que o caminho fica aberto para uma compreensão efectiva dos princípios de equivalência no caso das equações: se adicionarmos ou subtrairmos a mesma quantidade a ambos os membros de uma igualdade (de uma equação), a igualdade (a equação) que se obtém continua verdadeira (é equivalente àquela de onde partimos); se multiplicarmos ou dividirmos ambos os membros de uma igualdade (equação) pela mesma quantidade, a igualdade (a equação) que se obtém é, também ela, uma igualdade verdadeira (equivalente à anterior).

A procura de "padrões e regularidades", bem como a formulação de "generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos", e a "aptidão para construir (...) regras verbais e outros processos que traduzam relações entre variáveis, assim como passar de umas formas de representação para outras (...)" (CNEB, 2002, p. 66), são aspectos da competência matemática que vêm referidos no Currículo Nacional do Ensino Básico, no domínio da Álgebra e que estão constantemente presentes nas actividades realizadas nas cadeias numéricas.

Decidir, de entre uma panóplia de conhecimentos bem consolidados, qual o que mais convém usar para tornar o cálculo mais eficiente ou como estratégia para alcançar um determinado objectivo, pode ser encarado como uma atitude e é outro dos aspectos que as cadeias numéricas podem ajudar a desenvolver.

Por fim, "a aptidão para dar sentido a problemas numéricos e para reconhecer as operações que são necessárias à sua resolução, assim como para explicar os métodos e o raciocínio que foram usados" (M.E., CNEB, 2002, p. 60) é, igualmente, um aspecto em que as cadeias numéricas podem enriquecer as aprendizagens e um dos aspectos da competência matemática a desenvolver por todos os alunos no domínio dos números e cálculo, tal como preconiza o Currículo Nacional do ensino Básico.

Calcular qualquer um dos exercícios propostos na cadeia usada como exemplo, no texto transcrito (ou quaisquer outros até mais complexos) pode não ser problema para os alunos, contudo, relacioná-los entre si é uma tarefa com a qual não estão familiarizados e que se pode tornar potente do ponto de vista das aprendizagens. Fazendo um paralelismo com as equações, calcular o quadrado de 4 (ou de qualquer outro número) não constitui dificuldade para nenhum aluno no 3° ciclo do ensino básico, basta saber que calcular o quadrado é multiplicar o número por si próprio; não obstante, são muitos os que não aplicam os casos notáveis — quadrado de uma soma ou de uma diferença e diferença de quadrados — embora até possam saber reproduzir as respectivas *fórmulas*. Saber coisas é fácil, o difícil é saber relacioná-las como mais convém.

Termino com a apresentação de algumas outras cadeias numéricas que, em minha opinião, ajudariam a dar resposta aos aspectos que salientei e que constavam nos respectivos materiais de formação da Escola Superior de Educação de Setúbal para os 1° e 2° ciclos do ensino básico, ainda que muitas outras se possam considerar:

$25 + 25 =$	$30 + 30 =$	$63 + 10 =$	$143 + 107 =$
$25 + 26 =$	$29 + 31 =$	$43 + 10 =$	$138 + 20 =$
$25 + 24 =$	$28 + 30 =$	$123 + 10 =$	$138 + 23 =$
$25 + 28 =$	$29 + 29 =$	$143 + 100 =$	$138 + 123 =$

$40 - 20 =$	$50 - 25 =$	$143 - 3 =$
$40 - 21 =$	$52 - 25 =$	$143 - 23 =$
$40 - 19 =$	$70 - 35 =$	$143 - 24 =$
$41 - 19 =$	$72 - 35 =$	$164 - 25 =$
		$182 - 43 =$

$2 \times 24 =$	$5 \times 6 =$	$10 \times 6 =$	$10 \times 13 =$
$4 \times 24 =$	$30 \times 6 =$	$3 \times 6 =$	$11 \times 13 =$
$8 \times 24 =$	$35 \times 6 =$	$30 \times 6 =$	$20 \times 45 =$
$8 \times 12 =$	$2 \times 7 =$		$21 \times 45 =$
$4 \times 12 =$	$40 \times 7 =$		
	$42 \times 7 =$		

Conclusão

As cadeias numéricas são apenas uma, entre muitas, das tarefas que se podem propor para desenvolver certos aspectos fundamentais da competência matemática no tema *Álgebra*. As *Equações* são, igualmente, apenas um tópico entre muitos os que levantam problemas do ponto de vista dos pre-requisitos necessários à progressão das aprendizagens.

Tenho consciência de que a análise que aqui apresento é muito insuficiente e está longe de apontar saídas para o problema sobre o qual me propus reflectir. Apesar de tudo, serviu-me como pontapé de saída para a procura de pistas que possam ajudar a solucionar uma preocupação que há muito me vem assaltando. Durante estes dois anos de formação, dei por mim, muitas vezes, a pensar sobre a minha própria prática, a fazer analogias e, principalmente, a perceber como deveria ter feito com os meus alunos mas nunca soube fazer. No trabalho diário com os professores do 1° ciclo, as questões vinham a lume e era preciso dar-lhes respostas, já não era possível remeter a responsabilidade para as aprendizagens que já deveriam estar consolidadas e não o estavam. Questões como *Ele não consegue contar, o que é que eu faço? Ela não entende que se trata de um contexto subtractivo, o que fazer? Os meus alunos não sabem dividir, porquê?*, remetiam-me variadas vezes para outras semelhantes: *Não sabes dividir uma certa quantidade por 1? Dividir por zero dá zero? Não conheces a propriedade distributiva?* entre muitas outras, por vezes até mais significativas. Enfim, imensas as perguntas difíceis, intensa a procura de respostas...

Nas *Normas profissionais para o ensino da Matemática* (NCTM, 1994) pode ler-se que

> Para melhorar o ensino da Matemática, os professores devem constantemente analisar aquilo que eles e os seus alunos fazem e de que modo isso afecta a aprendizagem dos alunos. Ao usar uma variedade de estratégias, os professores devem orientar constantemente a capacidade e tendência dos alunos para a análise de situações, para o enquadramento e resolução de problemas e para dar sentido aos conceitos e processos matemáticos. Os professores devem usar tais informações não só para avaliar como estão progredindo os seus alunos, mas também para apreciar até que ponto as actividades, o discurso e o ambiente favorecem em comum o poder matemático dos alunos e para adaptar, em consequência, o seu ensino. (p. 69)

No meu futuro enquanto professora do 3° ciclo (e secundário), espero conseguir pôr em prática tudo quanto aprendi e defendi no trabalho com os professores do 1° ciclo. Afinal, aprender não é um acto com um princípio e um fim, mas um processo continuado, com avanços e recuos, mas que deve ser, tem de ser, muito gratificante. Para alunos, professores e... formadores.

Nota

1 Ver desenvolvimento do significado do termo "raciocinar matematicamente" no CNEB, 2002, p. 57.

Bibliografia

Fosnot, C & Dolk, M. (2001). *Young mathematicians at work: Consctructing multiplication and division*. Heinemann.: Portsmouth.

Fosnot, C & Dolk, M. (2002). *Young mathematicians at work: Consctructing fractions, decimals, and percents*. Heinemann: Portsmouth.

Ministério da Educação (1991a). *Organização curricular e programas — 3° ciclo do ensino básico* (volume I). Lisboa: Imprensa Nacional.

Ministério da Educação (1991b). *Matemática: programa — 3° ciclo do ensino básico* (volume II). Lisboa: Imprensa Nacional.

Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional do ensino básico. Competências essenciais*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação — DEB.

National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática* (tradução portuguesa da edição original de 1991). Lisboa: APM e IIE.

Ponte, J. P., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H., & Varandas, J. (1999). Investigando as aulas de investigações matemáticas. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 133–151). Lisboa: APM.

Silva, A., Veloso, E., Porfírio, J., & Abrantes, P. (1999). O currículo de Matemática e as actividades de investigação. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca, & L. Brunheira (Orgs.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 69–85). Lisboa: APM.

Fernanda Maria da Silva Perez

Formadora do Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1° e 2° ciclos na equipa da ESE de Setúbal