

Aprender geometria . . . Jogando às cartas

Marisa Ferreira

René Descartes

Introdução

René Descartes, Filósofo e Matemático, nasceu em La Haye, França, em 31 de Março de 1596, e veio a falecer em Estocolmo, Suécia, a 11 de Fevereiro de 1650. Fez parte da nobreza francesa do séc. XVII e foi educado em Matemática, Física e em Filosofia Clássica. Foi caracterizado como o homem que se esqueceu do que sabia para tentar encontrar a causa do que via, tal como Newton, tornando-se em homens que viram a necessidade de levar a Geometria para a Física.

A figura de René Descartes domina largamente o panorama das ideias no século XVII. Talento multifacetado, dividiu por muitos ramos do saber a sua actividade, assim um pouco ao jeito dos sábios antigos que, antes da diversificação ou da autonomização dos vários ramos das ciências, tentavam, abarcando-as todas, uma síntese inteligível da realidade.

Descartes fez incursões de mérito pelas matemáticas, pela Geometria e pela Física. Hoje, o seu contributo para o desenvolvimento destas ciências apresenta também um grande interesse histórico.

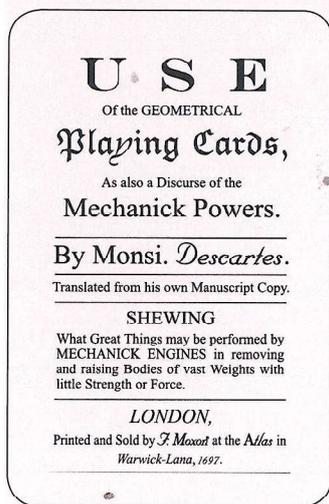


Figura 1.

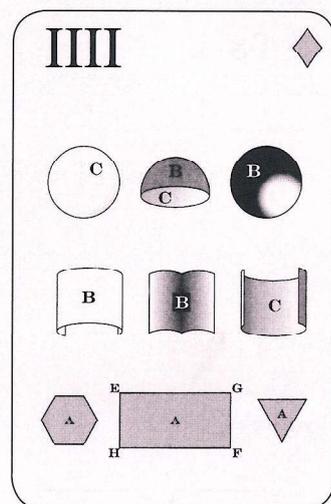
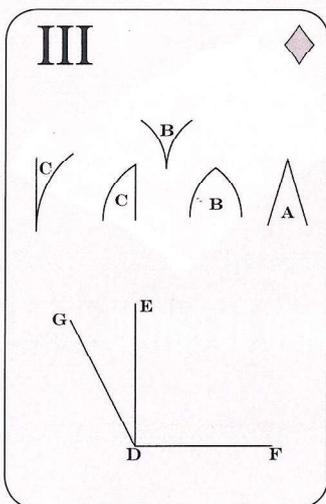
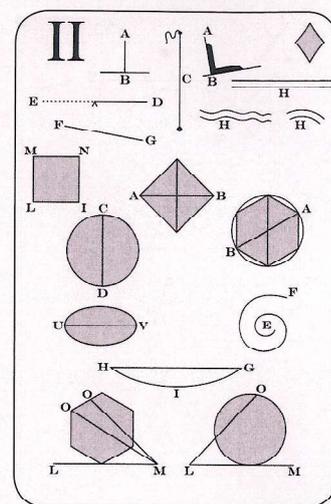
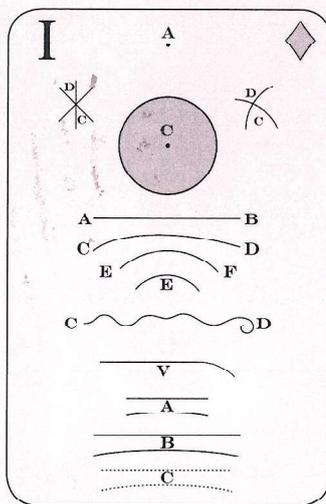


Figura 2. Cartas de Ouros I, II, III e IIII.

Uma das suas obras, na área da Matemática e da Física, foi *Use of the Geometrical Playing Cards* (figura 1). Não se sabe ao certo a sua data de publicação, no entanto, conhece-se uma tradução, de uma cópia do manuscrito de Descartes, impressa em Londres em 1697.

Esta obra é constituída por um baralho de cartas, com o respectivo texto explicativo, vocacionado para o ensino da Geometria através do jogo. As cartas estão divididas pelos quatro naipes de um baralho comum: ouros, copas, espadas e paus. Os três primeiros naipes têm como principal objectivo o ensino da Geometria e o naipe de paus, um discurso sobre os *Poderes da Mecânica*.

Cartas de Ouros

As Cartas de Ouros servem como uma introdução a alguns conceitos de Geometria, e nelas são mencionadas algumas definições de entes matemáticos que poderão ser comparadas com as definições em *Elementos* de Euclides (Livro I):

- Definição de *Ponto* — o ponto é o que não tem nenhuma parte.

- Definição de *Linha* — a linha é um comprimento sem largura. (Tipos de Linhas: Rectas, Curvas e Mistas.)
- Definição de *Ângulo* — o ângulo é o encontro indirecto de duas linhas, num só ponto, ou o espaço entre o encontro indirecto, ou concorrência de duas linhas num ponto. (Tipos de Ângulos: rectilíneo, curvilíneo e misto.)
- Definição de *Superfície* — a superfície é o que tem comprimento e largura sem profundidade. (Tipos de Superfícies: Convexa, Côncava e Plana.)

Neste naipe também surgem sete *Axiomas*, com a respectiva justificação geométrica, alguns semelhantes às *Noções Comuns* de Euclides:

- Axioma I — *Duas coisas iguais a uma terceira são iguais entre si.*
- Axioma II — *Se a coisas iguais adicionarmos coisas iguais, obtemos outras iguais.*
- Axioma III — *Se a coisas iguais retirarmos coisas iguais, os restos serão iguais.*
- (...)

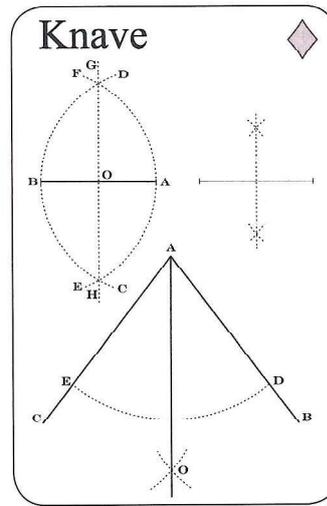
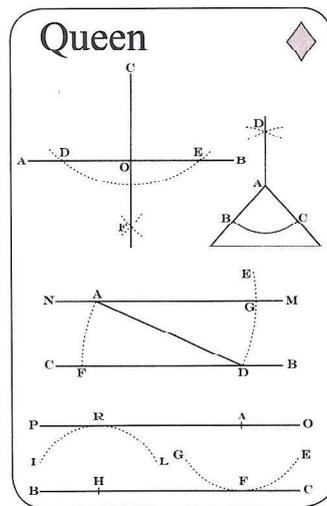
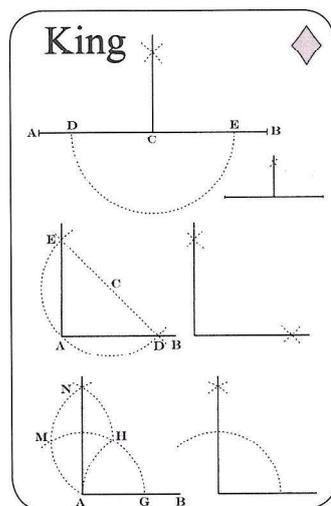
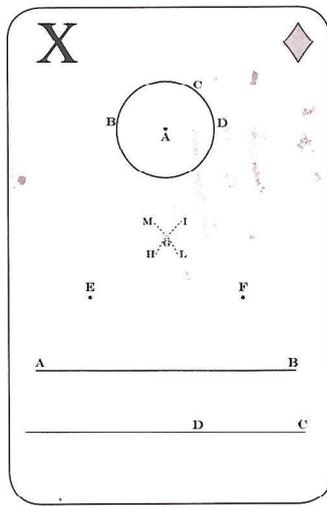
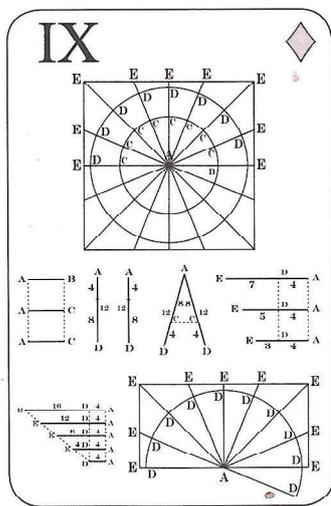


Figura 3. Cartas de Ouro IX, X, King, Queen e Knave.

Descartes contempla ainda, nas Cartas de Ouro, os seus postulados, que poderão ser comparados aos postulados de Euclides. Considera-se que estes postulados são a base da geometria de Descartes, do mesmo modo que os Postulados de Euclides são a base da sua geometria (euclidiana):

- Postulado I — Desenhe uma linha recta do ponto *A* até ao ponto *B*.
- Postulado II — Prolongue indefinidamente sobre o lado do extremo *D*.
- Postulado III — Desenhe uma circunferência a partir do ponto *A* e de raio *AB*.
- Postulado IV — Dos pontos *E* ao *F*, faça uma secção. (É de salientar a definição de secção, que para nós, hoje em dia, é a definição de um qualquer ponto equidistante de outros dois pontos.

Contudo, como se pode verificar Descartes define apenas quatro postulados, enquanto Euclides define cinco. Além

disso, apenas os três primeiros são semelhantes, sendo o quarto, de certo modo, desnecessário, já que para construir uma secção é preciso somente o Postulado III. Em relação ao Postulado 4^o e Postulado 5^o, de Euclides, Descartes não os inclui nos seus.

Nas últimas cartas deste naipe, aparecem algumas proposições com semelhanças às dos *Elementos* (Livro I). Descartes, além da proposição, faz a descrição da respectiva construção geométrica.

- Proposição I — Elevar uma perpendicular a uma recta por um dos seus pontos.
- Proposição V — Desenhar uma linha paralela a uma recta dada passando por um ponto dado.
- Proposição VI — Cortar uma linha recta em duas partes iguais.
- Proposição VII — Cortar um ângulo rectilíneo em dois iguais.
- (...)

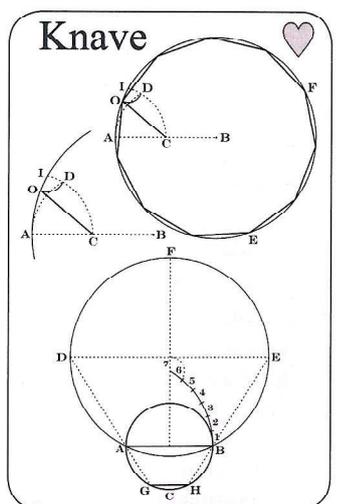
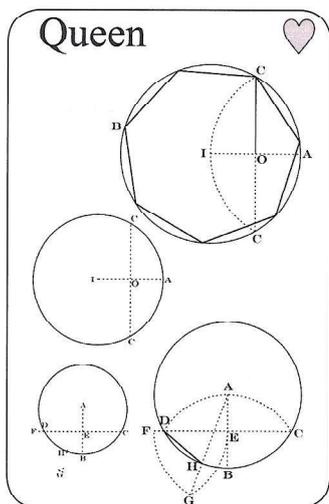
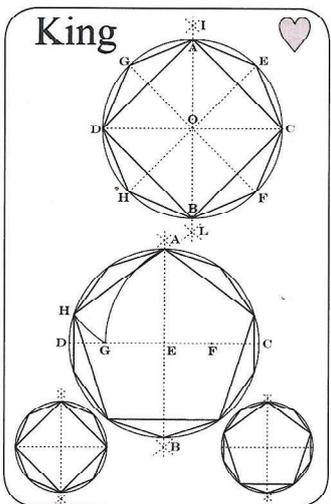
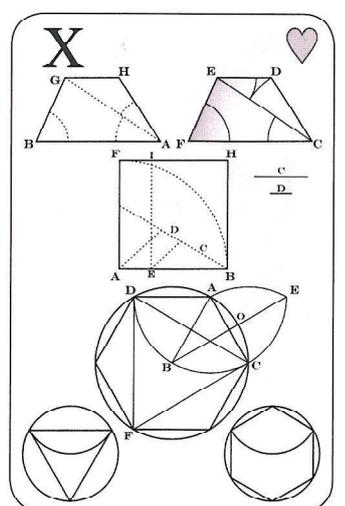
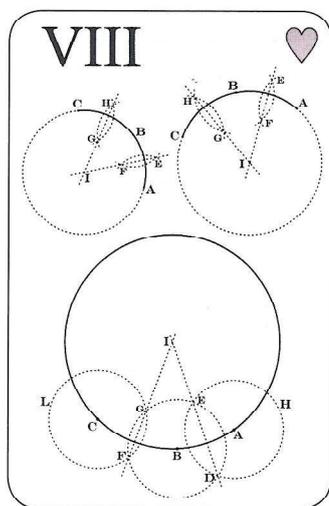
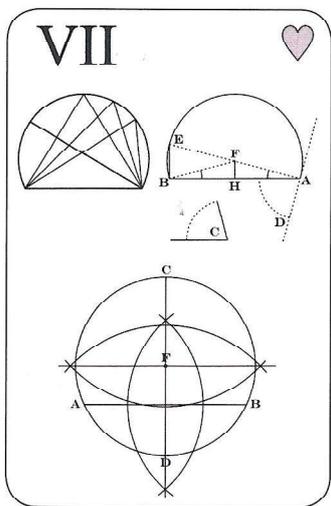
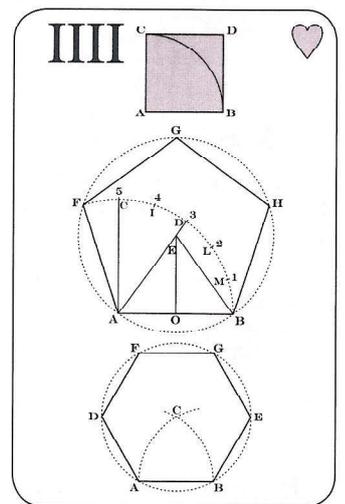
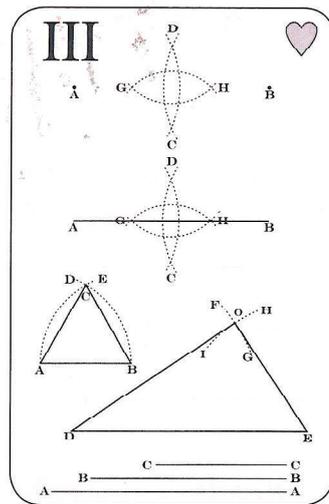
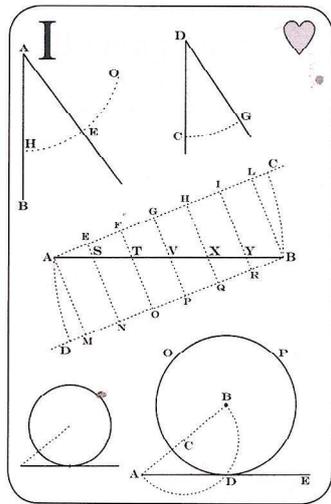


Figura 4. Cartas de Copas I, III, IIII, VII, VIII, X, King, Queen, Knave.

Cartas de Copas

As Cartas de Copas, numa primeira parte, dão continuidade às proposições estabelecidas inicialmente no naipe de Ouros:

- Proposição VIII — No extremo de um segmento de recta fazer um ângulo rectilíneo, igual a um proposto.
- Proposição X — De um ponto dado desenhar uma linha recta, que toca um círculo proposto.
- Proposição XI — Desenhar uma linha recta que toca o círculo num ponto proposto.
- Proposição XIII — Descrever uma linha espiral sobre uma linha recta dada.
- (...)

Posteriormente, surge um novo conjunto de proposições com vista à construção de figuras planas, com as respectivas instruções para a construção geométrica:

- Proposição I — Construir um triângulo equilátero sobre um segmento de recta.
- Proposição III — Traçar um quadrado sobre um segmento de recta.
- Proposição IV — Traçar um pentágono regular sobre uma linha recta dada.
- Proposição V — Traçar um hexágono regular sobre uma linha recta.
- Proposição VIII — Sobre uma linha recta dada descrever uma porção de um círculo, definindo um ângulo igual a um ângulo dado.
- Proposição XI — Descrever uma circunferência por três pontos dados.
- (...)

Nas últimas cartas do naipe, surgem outras proposições e respectivas orientações, que visam a construção de polígonos inscritos em círculos:

- Proposição I — Num círculo dado, inscrever um triângulo equilátero, um hexágono e um dodecágono.
- Proposição II — Num círculo dado inscrever um quadrado e um octógono.
- Proposição IV — Num círculo dado inscrever um heptágono.
- Proposição VI — Num círculo dado inscrever um hendecágono.
- (...)

Cartas de Espadas

À semelhança dos naipes anteriores, as primeiras Cartas de Espadas dão seguimento às proposições estabelecidas no naipe anterior:

- Proposição X — Inscrever um círculo num triângulo dado.
- Proposição XI — Inscrever um quadrado num triângulo dado.
- Proposição XII — Inscrever um pentágono regular num triângulo equilátero.
- Proposição XV — Inscrever um quadrado num pentágono.
- (...)

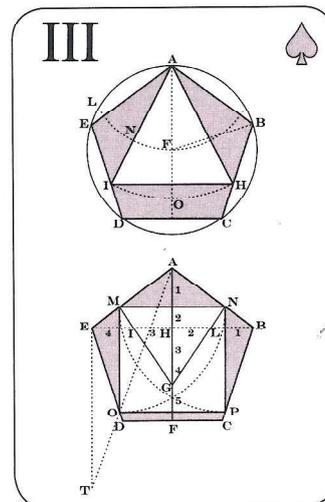
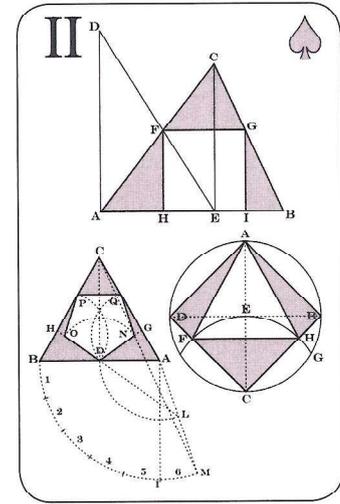
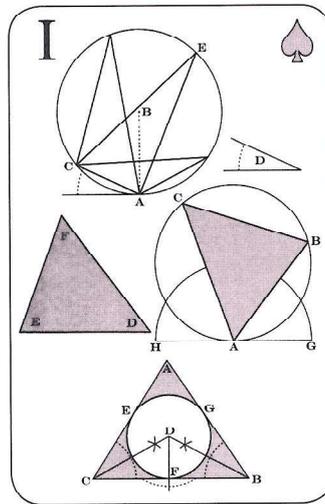


Figura 5. Cartas de Espadas I, II, III.

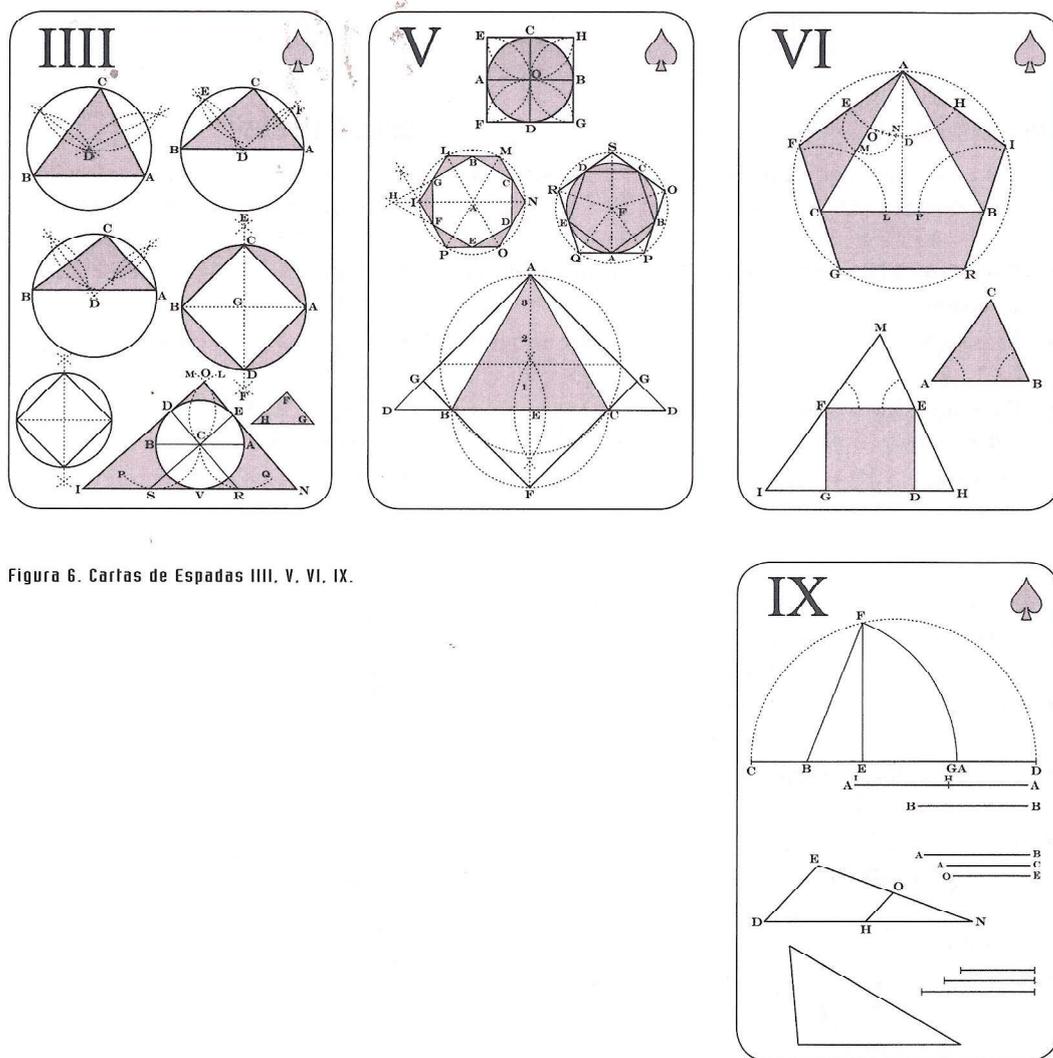


Figura 6. Cartas de Espadas III, V, VI, IX.

Depois, seguem-se outras proposições também com indicações da construção geométrica de como circunscrever um polígono regular a outro polígono:

- Proposição I — Dado um triângulo, circunscrever um círculo.
- Proposição II — Dado um quadrado, circunscrever uma circunferência.
- Proposição IV — Num círculo circunscrever um quadrado.
- Proposição VI — Sobre um polígono regular circunscrever o mesmo polígono.
- Proposição VIII — Sobre um triângulo dado equilátero circunscrever um pentágono.
- (...)

Nas últimas Cartas de Espadas, surgem novas proposições com algumas razões proporcionais:

- Proposição II — Dada a soma dos extremos e o meio proporcional, discernir os fins e os extremos.
- Proposição IV — De uma linha recta dada cortar uma parte, que será meio proporcional entre o resto e outra linha recta dada.
- Proposição VII — Entre duas linhas rectas dadas encontrar dois meios proporcionais.
- Proposição X — Dividir um segmento de recta em proporção áurea o meio e o extremo da razão.
- (...)

Cartas de Paus

As Cartas de Paus fazem referência aos *Poderes da Mecânica*.

É neste naipe que Descartes faz referência aos seus estudos e descobertas na área da Mecânica e aos seus Princípios.

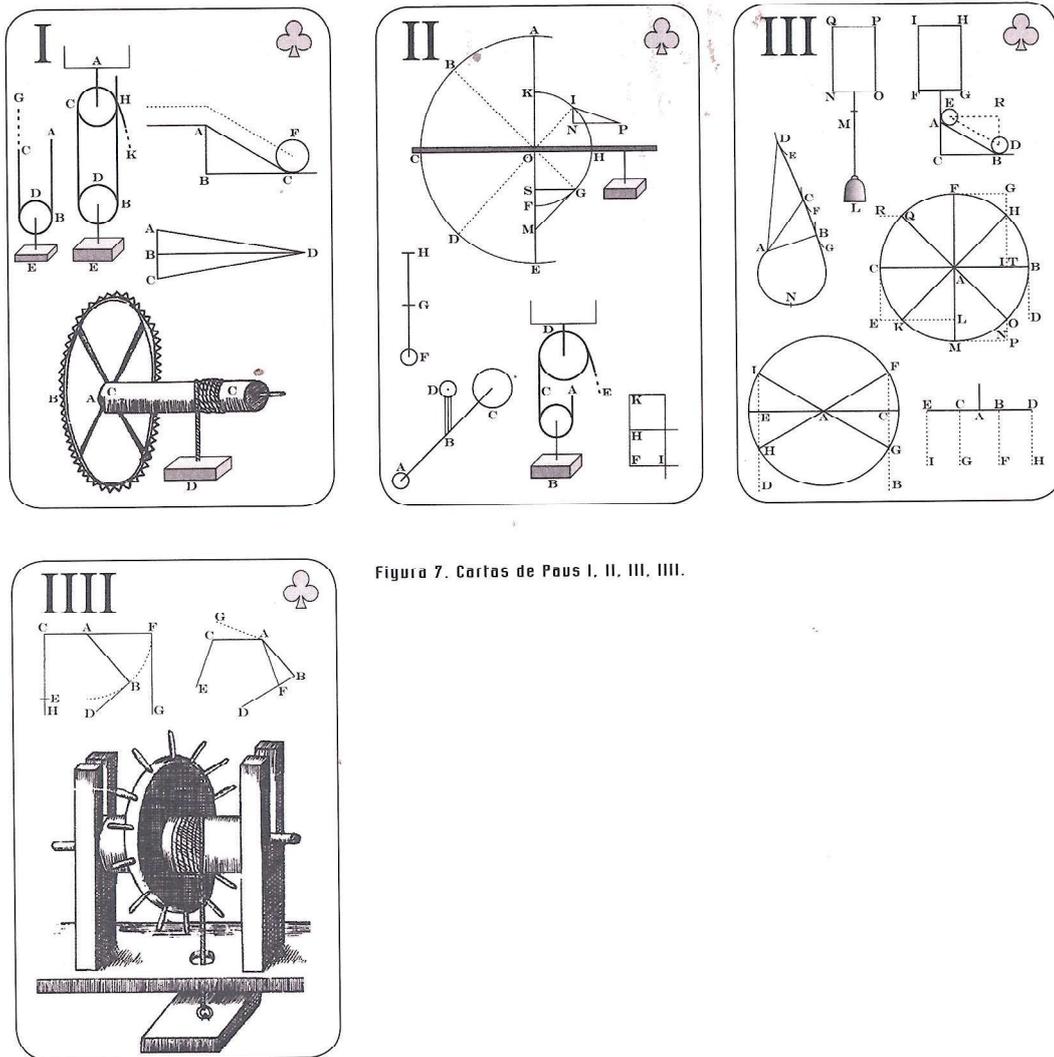


Figura 7. Cartas de Paus I, II, III, IIII.

Nas primeiras cartas consta *A Explicação* das máquinas, com a ajuda das quais se podem levantar grandes pesos com pequenas forças. Dentro destas, podemos considerar: as roldanas, o plano inclinado, a cunha, a grua, a roda, a rosca, a alavanca, entre outras. De seguida, surgem duas cartas: uma de Descartes a Mersenne e outra de Roberval a Fermat.

Conclusão

Como se pode constatar, a analogia da geometria exposta por Descartes com a geometria de Euclides é notória. No entanto, mais semelhanças poderiam ser investigadas, nomeadamente: identificar relações entre a geometria de Descartes, a geometria de Euclides e a geometria moderna; comparar os diferentes instrumentos utilizados, quer por Descartes, quer por Euclides (por exemplo, o compasso utilizado por Descartes não é o compasso de Euclides).

Outra situação interessante a explorar diz respeito ao carácter didáctico das cartas. Será que Descartes utilizava as cartas como mero divertimento? Ou como “uma cábula”?

No artigo não há qualquer referência a este aspecto, mas julgo interessante, num trabalho futuro, atribuir um carácter didáctico a estas cartas, reproduzindo actividades que as utilizem.

A título de curiosidade, as cartas foram reproduzidas integralmente e estão disponíveis, em forma de baralho, na associação LUDUS.

Notas

- 1 Postulado 4 — Todos os ângulos rectos são iguais.
- 2 Postulado 5 — Se uma linha recta cai em duas linhas rectas de forma a que os dois ângulos internos de um mesmo lado sejam menores que dois ângulos rectos, então as duas linhas rectas, se forem prolongadas indefinidamente, encontram-se num ponto no mesmo lado em que os dois ângulos são menores que dois ângulos rectos.

Marisa Ferreira
Externato Cooperativo da Benedita