

## O papel que a geometria poderia desempenhar . . .

A escolha deste excerto dos Princípios e Normas para a Matemática Escolar, publicado pelo NCTM em 2000 e traduzido recentemente pela APM, trás à luz algumas das ideias que têm sido defendidas ao longo dos anos por professores que se têm dedicado ao estudo do papel que a geometria pode desempenhar no ensino da matemática. "As ideias geométricas revelam-se muito úteis na representação e na resolução de problemas", quer dentro da matemática, quer fora desta, e poderiam ter um peso maior no ensino da própria matemática.

### Normas para a geometria

Os programas de ensino do pré-escolar ao 12.º ano deverão habilitar todos os alunos para:

- Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas;
- Especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação;
- Aplicar transformações geométricas e usar a simetria para analisar situações matemáticas;
- Usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas.

Com o estudo da geometria, os alunos poderão aprender as formas e estruturas geométricas e o modo de analisar as suas características e relações. A visualização espacial — a construção e manipulação de representações mentais de objectos bi e tridimensionais e a percepção de um objecto a partir de diferentes perspectivas — constitui um aspecto essencial do raciocínio geométrico. A geometria constitui um contexto natural para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio e de argumentação dos alunos, culminando no trabalho de demonstração no ensino secundário. A modelação geométrica e o raciocínio espacial proporcionam formas de interpretar e descrever ambientes físicos, podendo ser ferramentas bastante importantes na resolução de problemas.

As ideias geométricas revelam-se muito úteis na representação e resolução de problemas em outras áreas da matemática e em situações do dia-a-dia, pelo que a geometria deverá ser integrada, sempre que possível, com outras áreas.

As representações geométricas poderão ajudar os alunos a dar significado a áreas e fracções, os histogramas e os diagramas de dispersão poderão ajudá-los a clarificar a informação e os gráficos de coordenadas poderão estabelecer um elo entre a geometria e a álgebra. O raciocínio espacial revela-se útil na utilização de mapas, no planeamento de trajectos, na construção de plantas e na criação artística. Os alunos poderão aprender a ver a estrutura e a simetria presentes no que os rodeia. Através da utilização de modelos concretos, desenhos e programas informáticos de geometria dinâmica, os alunos poderão envolver-se activamente com conceitos geométricos. Com actividades bem concebidas, com ferramentas adequadas e com o apoio do professor, poderão formular e explorar conjecturas e poderão aprender a raciocinar cuidadosamente sobre as noções geométricas, logo desde os primeiros anos de escolaridade. A geometria é mais do que um conjunto de definições; consiste na descrição de relações e no raciocínio. A ideia da construção da compreensão em geometria ao longo dos anos de escolaridade, transitando de um raciocínio informal para um mais formal, é consistente com o pensamento de teóricos e investigadores (Burger e Shaughnessy, 1986; Fuys, Geddes e Tischler, 1988; Senk, 1989; van Hiele, 1986).

A geometria tem sido considerada, desde há muito, como o conteúdo do currículo de matemática onde os alunos aprendem a raciocinar e a compreender a estrutura axiomática da matemática. A Norma da Geometria privilegia o desenvolvimento de um raciocínio cuidadoso e da demonstração, recorrendo à utilização de definições e factos já conhecidos. A tecnologia também possui um papel importante no ensino e na aprendizagem da geometria. Ferramentas como programas informáticos de geometria dinâmica permitem que os alunos trabalhem com modelos e que tenham uma experiência interactiva com uma vasta gama de formas

bidimensionais. Utilizando a tecnologia, os alunos podem criar muitos exemplos como forma de formular e explorar conjecturas, mas é importante que reconheçam que o facto de criarem muitos exemplos de um mesmo fenómeno não constitui uma demonstração. A visualização e o raciocínio espacial são igualmente melhorados pela interacção com animações computadorizadas e com outros tipos de meios tecnológicos (Clements *et al.*, 1997; Yates, 1988).

### **Analisar as características e propriedades de formas geométricas bi e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos acerca de relações geométricas**

Os alunos mais novos encontram-se naturalmente inclinados para observar e descrever uma variedade de formas e para começar a descobrir as suas propriedades. A identificação de formas é igualmente importante, mas as suas propriedades e relações deverão ser fortemente privilegiadas. Por exemplo, os alunos do pré-escolar ao 2º ano poderão observar que os rectângulos se adequam à construção de pavimentos, porque têm quatro ângulos rectos. Neste nível, os alunos poderão aprender sobre formas geométricas, utilizando objectos concretos, observáveis, palpáveis e manipuláveis. Posteriormente, o estudo das características e propriedades das formas tornar-se-á mais abstracto. Nos anos de escolaridade mais avançados, os alunos poderão centrar-se e discutir as componentes das formas, tal como os lados e os ângulos, e as propriedades das diversas classes de formas geométricas. Por exemplo, utilizando objectos ou programas informáticos de geometria dinâmica para fazer experiências com vários tipos de rectângulos, os alunos do 3º ao 5º ano deverão ser capazes de conjecturar que os rectângulos possuem sempre diagonais congruentes, que se bissectam.

Ao longo do 2º e 3º ciclos e no início do secundário, enquanto estudam temas como a semelhança e a congruência, os alunos deverão aprender a utilizar o raciocínio dedutivo e técnicas de demonstração mais formais para a resolução de problemas e para a demonstração de conjecturas. Em todos os níveis de ensino, os alunos deverão aprender a formular explicações convincentes para as suas conjecturas e soluções. Por fim, deverão ser capazes de descrever, representar e investigar relações contidas no próprio sistema geométrico e de as expressar e justificar recorrendo à lógica. Deverão também ser capazes de compreender o papel das definições, dos axiomas e dos teoremas, e de construir as suas próprias demonstrações.

### **Especificar posições e descrever relações espaciais recorrendo à geometria de coordenadas e a outros sistemas de representação**

De início, os alunos mais novos aprendem os conceitos de posição relativa, tais como acima e atrás de, próximo e entre. Mais tarde, poderão construir e usar grelhas rectangulares para posicionar objectos e medir a distância entre pontos situados ao longo das linhas verticais e horizontais. Experiências com o sistema de coordenadas rectangulares serão bastante úteis na resolução de uma série de problemas mais abrangentes de geometria e álgebra. Nos 2º e 3º ciclos e também no secundário, o sistema de coordenadas poderá ser útil, à medida que os alunos trabalham na descoberta e na análise das propriedades das formas. Determinar distâncias entre pontos num plano, por meio da utilização de escalas num mapa ou das relações pitagóricas, revela-se bastante importante nestes anos de escolaridade. Figuras geométricas, como rectas nos 2º e 3º ciclos ou triângulos e círculos no secundário, podem ser representadas analiticamente, estabelecendo-se assim um elo essencial entre álgebra e geometria.

Para analisar problemas e estudar matemática, os alunos deverão adquirir experiência na utilização de diversos tipos de representações quer visuais quer através de coordenadas. Nos primeiros anos do ensino básico, por exemplo, uma interpretação da adição com números inteiros pode ser demonstrada numa recta numérica. Nos anos seguintes, os alunos poderão utilizar a recta numérica para representar operações com outro tipo de números. Do 3º ao 5º ano, os arranjos de objectos, as grelhas e outros materiais podem ajudar os alunos a compreender a multiplicação. Posteriormente, poderão ser analisados problemas mais complexos. Por exemplo, ao tentar determinar a distância mais curta que uma ambulância deverá percorrer, de um qualquer ponto da cidade, até ao hospital, os alunos do 2º e 3º ciclos poderão usar as medidas dos comprimentos das ruas. No secundário, poder-se-á pedir aos alunos para determinar o trajecto aéreo mais curto, entre duas cidades, que um avião deverá seguir e, também, para comparar os resultados obtidos a partir de um mapa com os resultados obtidos a partir de um globo terrestre. Se os alunos pretenderem determinar a distância mínima percorrida entre várias cidades, numa viagem de automóvel, poderão utilizar grafos. Os alunos do secundário deverão utilizar as coordenadas cartesianas quer como forma de resolver problemas, quer como forma de demonstrar os seus resultados.

### Aplicar transformações geométricas e usar a simetria para analisar situações matemáticas

As crianças chegam à escola com algumas noções informais acerca de como se podem mover as formas. Os alunos poderão explorar alguns desses movimentos, como translações, reflexões e rotações, através da utilização de espelhos, de dobragens de papel e de representações gráficas. Mais tarde, os seus conhecimentos sobre transformações deverão tornar-se mais formais e sistematizados. Os alunos do 3º ao 5º ano poderão investigar os efeitos das transformações e começar a descrevê-los em termos matemáticos. Poderão iniciar a aprendizagem das características essenciais que definem uma transformação, através da utilização de programas informáticos interactivos de geometria. Por exemplo, para obter a transformação de uma figura por rotação, os alunos precisarão de definir o centro da rotação, o sentido da rotação e o ângulo de rotação, como se mostra na figura 1. Nos anos seguintes, os alunos deverão aprender a compreender o que significa, numa transformação, manter a distância constante, como se verifica nas translações, rotações e reflexões. No secundário, os alunos deverão aprender diversas formas de representação das transformações, incluindo o uso de matrizes para indicar como as figuras são transformadas num sistema de coordenadas no plano e a notação das funções. Deverão, ainda, começar a compreender os efeitos das composições de transformações. Em todos os níveis de ensino, a ênfase adequadamente atribuída ao tema da simetria fornece aos alunos discernimento no campo da matemática e no da arte e estética.

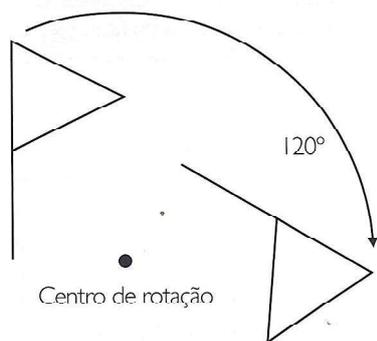


Figura 1. Rotação de 120° no sentido dos ponteiros do relógio.

### Usar a visualização, o raciocínio espacial e a modelação geométrica para resolver problemas

Desde o início dos primeiros anos de escolaridade, os alunos deverão desenvolver capacidades de visualização através de experiências concretas com uma diversidade de objectos geométricos e através da utilização das tecnologias, que permitem rodar, encolher e deformar uma série de objectos bi e tridimensionais. Mais tarde, os alunos deverão sentir-se à vontade na análise e no desenho de vistas, na contagem das partes componentes das figuras e na descrição das propriedades que não podem ser vistas, mas apenas inferidas. Os alunos necessitam de aprender a alterar, quer física quer mentalmente, a posição, a orientação e a dimensão dos objectos de forma sistematizada, à medida que vão desenvolvendo os seus conhecimentos sobre congruência, semelhança e transformações.

Um aspecto da visualização espacial implica fazer corresponder formas bi e tridimensionais às suas representações. Os alunos dos primeiros anos podem experimentar construir sólidos a partir das planificações — figuras bidimensionais, geralmente feitas de papel, que podem ser dobradas de modo a obter objectos tridimensionais — como um passo no sentido de aprenderem a prever se determinadas planificações correspondem a determinados sólidos. Nos anos seguintes, deverão já ser capazes de interpretar e criar vistas de topo ou laterais dos objectos. Esta capacidade pode ser desenvolvida através de um desafio aos alunos que vise a construção de uma estrutura da qual são dadas apenas as suas vistas lateral e frontal, como ilustrado na figura 2. Os alunos do 3º ao 5º ano poderão verificar se é possível construir mais do que uma estrutura que satisfaça as duas condições. Poder-se-á pedir aos alunos do 2º e 3º ciclos e do secundário que determinem o número mínimo de blocos necessários à sua construção. Os alunos do secundário deverão ser capazes de visualizar e desenhar outras secções transversais das estruturas e de uma variedade de sólidos geométricos.

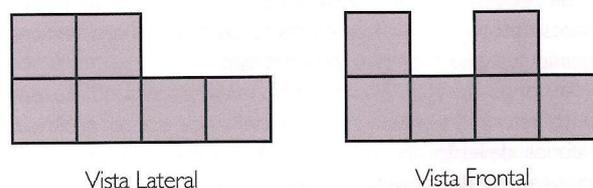


Figura 2. Uma estrutura de blocos (retirada de uma apresentação realizada por J. de Lange).