

A geometria dinâmica no ensino básico e secundário

Pedro Pimenta



Sendo professor contratado, passei por 8 escolas diferentes nos últimos 7 anos (básicas, secundárias e superiores), de diferentes zonas, com diferentes alunos, de diferentes anos de escolaridade, com diferentes formações e motivações. No entanto, houve sempre uma característica comum preocupante: A falta de competência matemática na área específica da geometria. Não sei se esta amostra de alunos é representativa. Espero que não...

Hoje é fundamental, na minha opinião, o trabalho num ambiente de geometria dinâmica para se ensinar e aprender geometria. Fui sentindo essa necessidade ao longo destes últimos anos de trabalho com os meus alunos.

Quando, pela primeira vez, abordo com uma turma um tema de geometria, coloco-lhes muitas vezes algumas questões cujas respostas têm sido inquietantes. Quando lhes é pedido o cálculo da área de um qualquer triângulo, dadas as medidas de uma sua base e da respectiva altura, as respostas são quase sempre rápidas e correctas; no entanto, só uma minoria deles me tem respondido imediatamente que um triângulo tem três alturas (dependendo do lado que se considera como base); alguns alunos juram que um triângulo tem apenas uma base, dependendo de como o “triângulo está assente numa linha do seu caderno”, ou seja, segundo estes alunos, “a base do triângulo é o seu lado horizontal”. Quando inicio o trabalho com uma turma do 9º ano, que estudou o teorema de Pitágoras no 8º ano, proponho aos alunos que determinem a medida de um lado de um triângulo conhecidas as medidas dos restantes, muitos deles são capazes de aplicar com mestria algébrica o teorema de Pitágoras, mesmo que o triângulo seja acutângulo ou obtusângulo; aliás, alguns deles juram que aprenderam dois teoremas de Pitágoras: um útil para determinar o comprimento da hipotenusa ($h^2 = c_1^2 + c_2^2$) e outro útil para determinar o com-

primento de um dos catetos ($c_1^2 = h^2 - c_2^2$). A geometria dinâmica pode contribuir para que se perceba efectivamente geometria, para além de a usar como mais um pretexto para efectuar cálculos.

Por outro lado, em muitas aulas sobre isometrias vive-se num mundo imaginário:

- “Imaginem este triângulo a rodar 180º em torno deste vértice...”
- “Imaginem que se move a figura, sem lhe alterar o tamanho, do canto do quadro até ao centro do quadro...”

O problema é que muitas vezes é difícil ao professor ter a certeza que os alunos estão a imaginar o mesmo que ele!

No ensino da geometria é fundamental que o professor possa recorrer a uma componente visual e dinâmica que permita a mais fácil percepção pelos alunos das propriedades geométricas, variantes ou invariantes, o que implica que melhor se identifiquem com a disciplina de Matemática, incrementando o seu gosto por ela, o que naturalmente é sinónimo de sucesso escolar. Desenvolvem-se, assim, no aluno as capacidades de interpretação, compreensão, construção, análise, conjectura e aplicação inerentes à aprendizagem de Geometria.

Muitos são os autores que nos mais diversos âmbitos reflectiram sobre as vantagens do uso das novas tecnologias da informação na educação escolar, em particular no ensino da Matemática e, ainda mais especificamente, no ensino da geometria:

- “Uma iniciação ao trabalho com a folha de cálculo e com programas de gráficos de funções e de geometria dinâmica deve fazer parte da experiência de aprendizagem de todos os alunos.” (A Matemática na Educação Básica, ME, 1999).

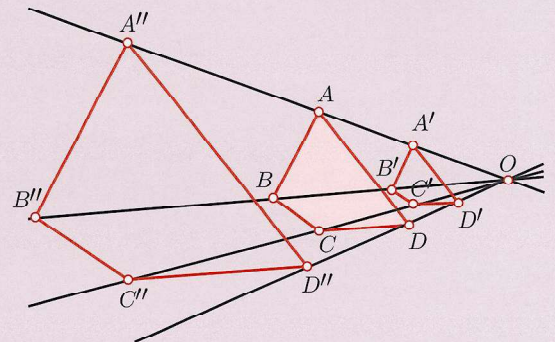
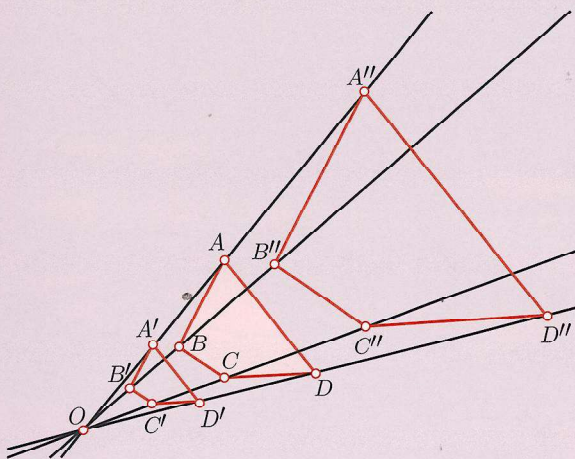


Figura 1. Construção de Figuras Semelhantes: Método da Homotetia.

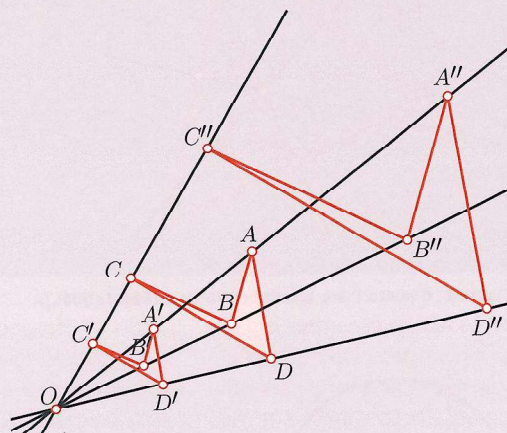
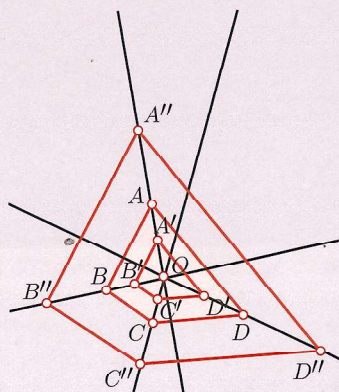
- “Muita da geometria deve ser aprendida através de actividades com modelos físicos, desenhos e software dinâmico, como ferramentas de aprendizagem”. (*Principles and Standards for School Mathematics*, NCTM, 2000).
- “Se ao longo dos tempos os instrumentos disponíveis sempre propiciaram o desenvolvimento de ambientes geométricos criativos e didáticos, também o impacto das novas tecnologias da sociedade actual se deve traduzir em mudanças de conteúdo, abordagens, métodos e processos de pensamento no ensino e aprendizagem da geometria, que poderão ser protocoladas pela exploração do moderno *software* geométrico. (...) Utilizando o microcomputador, o estudante pode “ver” com os seus olhos e com os olhos da mente, os invariantes de uma forma que sofre transformações dinâmicas.” (Hershkowitz, 1994).
- “As explorações desenvolvidas em ambientes computacionais fazem com que o aluno compreenda as relações entre os conceitos geométricos de uma forma mais profunda e levam-no a pensar de um modo mais geral e mais abstracto.” (Olive, 1992).

A utilização de um ambiente de geometria dinâmica, em particular o *Cinderella* (como a seguir se ilustrará), como ferramenta ao serviço da investigação, na construção de conceitos e na resolução de problemas, numa perspectiva de construção de conhecimento pelo próprio aluno, num ambiente de auto-confiança, propicia a aquisição da competência matemática. A actividade matemática não deve ser rotineira e, no caso concreto do estudo da geometria, deve dar prioridade à exploração, à conjectura e à experimentação.

É importante que os professores disponham de ferramentas que possam contribuir para uma melhoria e diversificação das suas práticas docentes, particularmente na área das novas tecnologias, para que seja possível proporcionar

aos alunos condições para o desenvolvimento da sua competência matemática. Deve haver uma consciência de que cumprir o programa não é leccionar todos os conteúdos ali discriminados, mas sim dar condições aos alunos para que aprendam efectivamente todos os conteúdos do programa, cumprindo-se os objectivos ali descritos e aplicando-se as metodologias recomendadas. Aliás, actualmente é “obrigatório” o recurso à geometria dinâmica como se explicita nos currículos e nos programas de Matemática:

- “Os alunos devem desenvolver a aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente recorrendo a materiais manipuláveis e a *software* geométrico”. (Competências Essenciais de Matemática — Currículo Nacional do Ensino Básico)
- “O ensino de todos os temas tem de ser suportado em actividades propostas a cada estudante e a grupos de estudantes que contemplem a modelação matemática, o trabalho experimental e o estudo de situações realistas sobre as quais se coloquem questões significativas e se fomenta a resolução de problemas não rotineiros. (...) Não é possível atingir os objectivos e competências gerais deste programa sem recorrer à dimensão gráfica, e essa dimensão só é plenamente atingida quando os estudantes trabalham com uma grande quantidade e variedade de gráficos com apoio de tecnologia adequada. (...) “O computador, pelas suas potencialidades, nomeadamente nos domínios da geometria dinâmica, da representação gráfica de funções e da simulação, permite actividades não só de exploração e pesquisa como de recuperação e desenvolvimento, pelo que constitui um valioso apoio a estudantes e professores, devendo a sua utilização considerar-se obrigatória neste programa.” (Programa de Matemática A — Ensino Secundário).



O ambiente de geometria dinâmica

Por geometria dinâmica entende-se o estudo da geometria através do movimento de figuras geométricas. Ambiente de geometria dinâmica designa o ambiente de trabalho de um programa de geometria dinâmica.

Os programas de geometria dinâmica (como o *Cinderella*, o *Cabri*, o *Geogebra* e o *Geometer's Sketchpad*, entre outros) apareceram na última década e têm evoluído constantemente, com novas versões, tornando-se ferramentas fundamentais para o ensino/aprendizagem da geometria nos dias de hoje. Pensados originalmente para o ensino da geometria nas escolas secundárias, estes programas incluem as clássicas construções com “régua e compasso”, bem como as isometrias e os lugares geométricos. As suas características dinâmicas permitem que se obtenham infinitos exemplos com a mesma construção, movendo ou animando os elementos iniciais. Escolhemos o *Cinderella* para exemplificar a sua aplicação no trabalho com os nossos alunos.

O Cinderella na sala de aula

O *Cinderella* tem algumas características importantes que o tornam uma ferramenta pedagógica muito importante. Por exemplo, é possível exportar as construções ali elaboradas na forma de ficheiro interativo (ficheiro *html* contendo aplicações *Java* visualizáveis e exploráveis em *browser* de páginas de Internet), isto é, sem a necessidade de qualquer programação adicional, podemos transformar as construções que preparamos para as nossas aulas em ficheiros visualizáveis e exploráveis no ambiente de uma página de Internet, sem que seja necessário ter instalado o *Cinderella* no computador onde trabalharemos com este ficheiro. Noutro âmbito, há a possibilidade de partilhar estas construções com os alunos (por exemplo, via plataforma *Moodle* ou *e-mail*), para que os alunos as possam explorar, mesmo sem terem

o *Cinderella*. A possibilidade de o aluno testar os seus conhecimentos de geometria num ambiente interativo tem, sem dúvida, um grande potencial pedagógico. Com a utilização do modo “criar exercício” do programa *Cinderella*, programam-se exercícios interativos que podem ser resolvidos pelos alunos no ambiente de geometria dinâmica, tendo acesso à correção automática da sua tarefa. Partindo de um elemento inicial, por exemplo construindo-se um triângulo isósceles, pode-se programar um exercício que requeira ao aluno a construção do seu eixo de simetria. O programa reconhecerá a solução, desde que obtida por um método geometricamente válido, independentemente do caminho percorrido (por exemplo, traçar a recta que contém o vértice da intersecção dos dois lados iguais e o ponto médio do lado oposto, ou traçar a recta que contém esse mesmo vértice perpendicular ao lado oposto).

Escolhemos três exemplos que possam ser ilustrativos das potencialidades deste tipo de trabalho.

Homotetia

Quando, no 7º ano, se ensina aos alunos o método da Homotetia para a ampliação ou redução de uma figura geométrica, ao acompanhar este trabalho no *Cinderella*, podemos, com uma só construção, movimentando-a e alterando-a, obter variados exemplos, para que se investiguem as propriedades geométricas em causa. Pode-se por exemplo mostrar aos alunos, rapidamente, que a semelhança é independente do centro da homotetia considerado, movendo o respectivo centro (figura 1).

Podemos também exemplificar a semelhança entre várias classes de figuras, o que demoraria muito tempo a desenhar no quadro, a giz, só sendo possível fazer um número limitado de exemplos. Em geometria dinâmica o limite é o infinito.

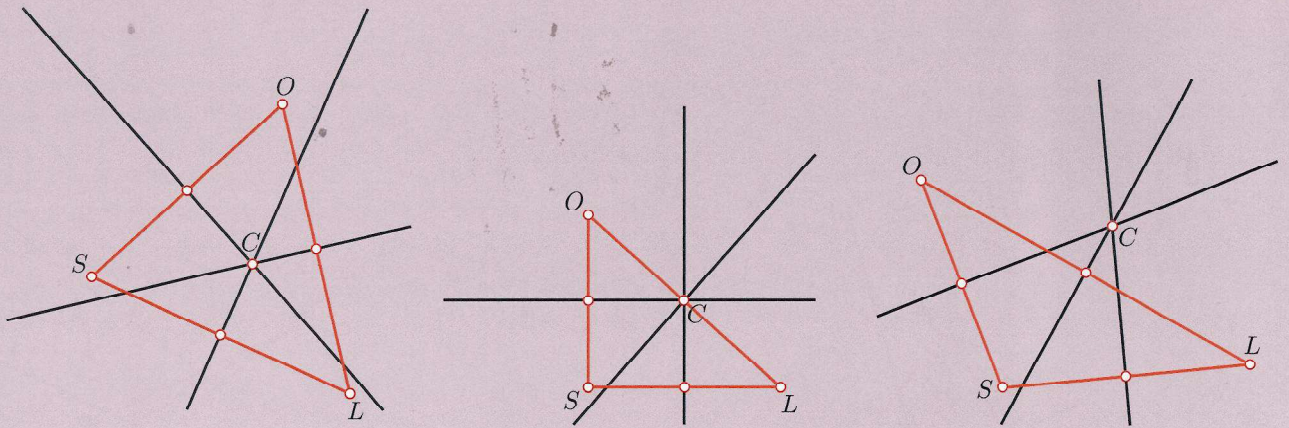
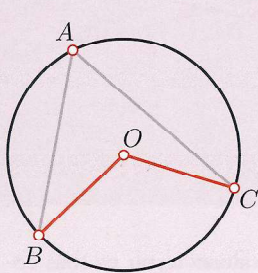
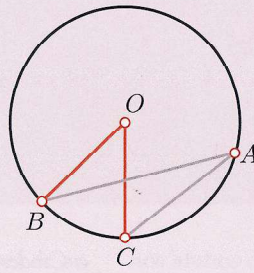


Figura 2. O ponto C é o circuncentro do triângulo [SOL].



Ângulo inscrito: $\widehat{B\hat{A}C} = 60^\circ$
 Ângulo ao centro correspondente: $\widehat{B\hat{O}C} = 120^\circ$



Ângulo inscrito: $\widehat{B\hat{A}C} = 24^\circ$
 Ângulo ao centro correspondente: $\widehat{B\hat{O}C} = 48^\circ$

Figura 3.

Circuncentro de um triângulo

Para o 8º ano, uma actividade interessante consiste na investigação da relação entre a localização do circuncentro e a classificação do triângulo quanto aos ângulos. Marcando o circuncentro de um triângulo qualquer e alterando essa construção, os alunos concluem facilmente, e sobretudo percebem que num triângulo rectângulo o circuncentro é o ponto médio da hipotenusa, por exemplo (figura 2).

Este tipo de actividade pode ser um ponto de partida para a posterior formalização ou demonstração da propriedade.

Amplitude de um ângulo inscrito na circunferência

No 9º ano pode-se pedir aos alunos que conjecturem acerca da relação entre a amplitude de um ângulo inscrito com a amplitude do seu respectivo ângulo ao centro. Pode depois pedir-se aos alunos que, fora do ambiente de geometria dinâmica, provem a sua conjectura (figura 3).

Lichtenberg (filósofo, físico e escritor alemão, 1742–1799) defendia que “O que se é obrigado a descobrir por si próprio deixa um caminho na mente que se pode percorrer novamente sempre que se tiver necessidade”. Kant (1724–1804), por sua vez, escreveu que “Todos os conhecimentos humanos começam por intuições, avançam para concepções e terminam com ideias”. Trabalhar com os nossos alunos com geometria dinâmica pode ser uma das formas de perpetuar as ideias de Lichtenberg e Kant.

Bibliografia

- Junqueira, M. M. B. B. (1995). *Aprendizagem da Geometria e Ambientes Computacionais Dinâmicos*.
- Olive, J. (1992). *Example explorations with the Geometer's Sketchpad*. Comunicação apresentada no 7th International Congress in Mathematical Education, Quebec, Canada.
- Hershkowitz, R. (1994). *Working group 11: The role of geometry in general education*. Em G. Gaulin, B. Hodgson, D. Wheeler, J. Eggsgard (Eds.), *Proceedings of the 7th International Congress on Mathematical Education, 1992* (pp. 160–167). St.-Foy, Canada: Les Presses de l'Université Laval.
- Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional do Ensino básico — Competências Específicas* [on-line].
http://www.iie.min-edu.pt/public/compessenc_pdfs/pt/LivroCompetenciasEssenciais.pdf
- Ministério da Educação (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2002). *Programa de Matemática A*. Departamento do Ensino Secundário.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Geometria Dinâmica em <http://cinderella.lmc.fc.ul.pt/>

Pedro Pimenta
 Esc. Sec. Dr. António Carvalho Figueiredo, Loures