

A Matemática é a grandiosa estrutura concebida pelo homem para lhe conceder a compreensão do universo
Le Corbusier

Le Modulor por Le Corbusier

Luís Reis

Corpo e medida

Nenhuma civilização terá existido sem medir. Se o acto de medir é, por um lado, prático e utilitário, certamente com origem na experiência quotidiana, também não deixa de ser simbólico. Os egípcios atribuíram a criação da medição aos deuses Tot e Sechat, os gregos a Hermes e os judaico-cristãos a Caim (o primogénito de Adão e Eva), por conseguinte, aos primórdios da civilização.

Na antiguidade, apesar das diferenças de nomenclatura, era no corpo humano que se baseava o sistema de medida: o dígito (a largura da parte média da primeira falange do dedo indicador) era 1 parte, a palma (largura da mão) 4 partes, o palmo 12, o pé 16, o côvado (ou cúbito) 24, o passo 80 e

uma braça (distância entre as pontas dos dedos dos braços entendidos) 96 partes. As alternativas a um sistema antropométrico eram raras.

Os antigos gregos aperceberam-se de que, para além das palavras, as qualidades podiam ser descritas pelos números, aos quais Pitágoras atribuiu propriedades especiais. Por exemplo, 6 é um número perfeito porque “contém repartições que se ajustam a esse número”, ou seja, 6 é a soma dos divisores próprios. E não só: porque o pé do homem tem a sexta parte da sua estatura. O número 10 agradou a Platão, que o considerou perfeito porque “se obtém a dezena a partir das coisas singulares que entre os gregos se dizem *monades*”.^{1,2}

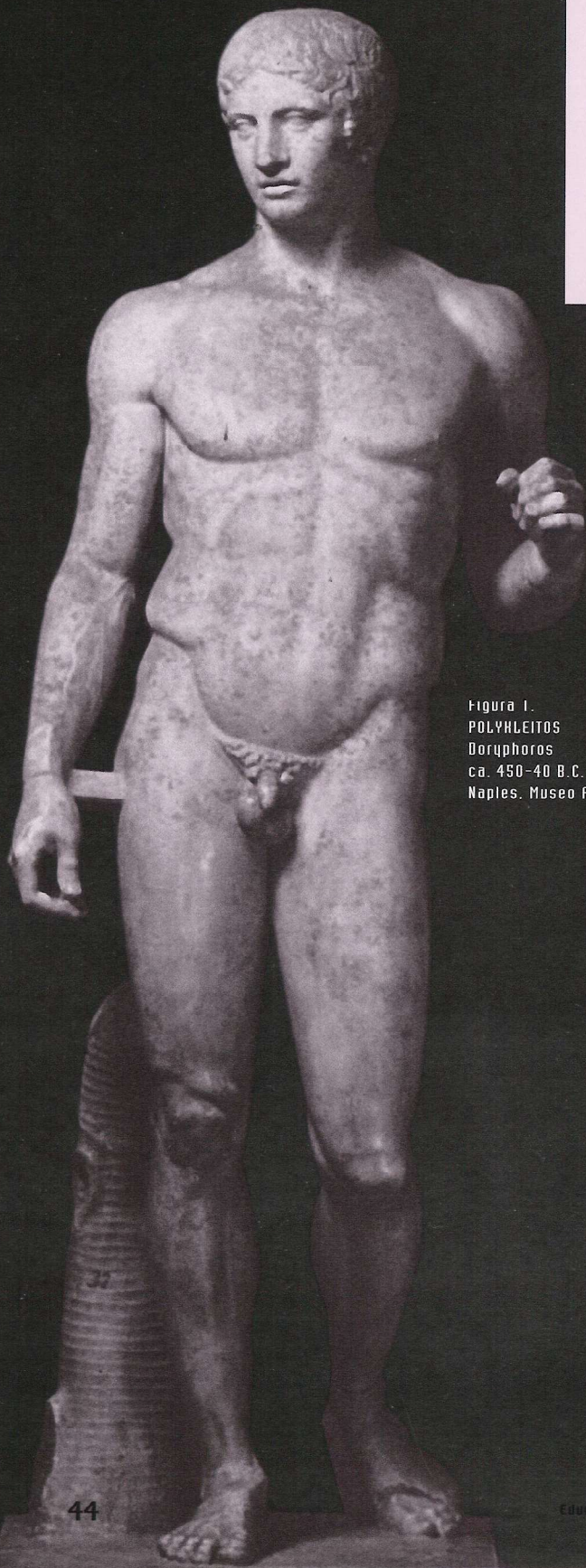


Figura 1.
POLYKLEITOS
Doruphoros
ca. 450-40 B.C.
Naples. Museo Archaeologico

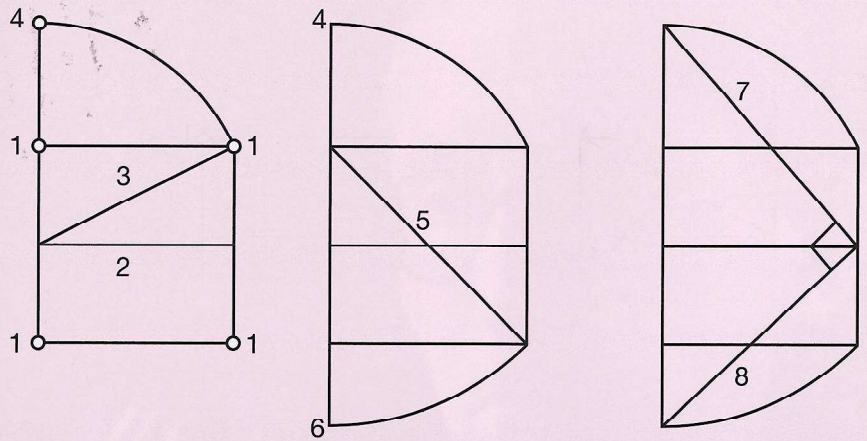


Figura 2. Solução de Hanning

Polykleitos de Sikyon, escultor grego do séc. 5 a.C., deu forma a este sistema de perfeição numérica criando a escultura de um homem em que as partes estavam em correspondência harmoniosa com o todo (figura 1). Fosse através da perfeição visual ou pelas relações entre números ideais, este sistema tornou-se conhecido posteriormente como o *cânone* das proporções perfeitas, assim permanecendo ao longo de dois milênios, atravessando a antiguidade grega e romana e a Renascença europeia. E continua a ser um ponto de referência fundamental para noções de proporção (e distorção) artística na arte e design contemporâneos.

Na cultura grega, a filosofia, a matemática e a arte atingiram uma tal união, que ela esteve na base do sistema de pesos e medidas no mundo antigo. Vitruvius, o arquitecto romano, absorveu esta tradição e afirmou que os melhores edifícios da antiguidade reflectiam na sua forma as proporções humanas do *cânone* grego, de acordo com a visão pitagórico-platónica. Portanto, corpo, arquitectura e o mundo natural estavam em perfeita comunhão e o corpo humano era olhado como um microcosmo simbólico do universo harmonioso.

Com o Iluminismo, a ciência deixou de reconhecer a relevância da perfeição corporal para um sistema universal de medidas. O racionalismo da ciência ultrapassou o subjectivismo da arte. De reflexo e encarnação da harmonia universal, o corpo humano passou a objecto de investigação, para dissecar, analisar e quantificar cada vez mais microscopicamente.

As medidas do sistema métrico são quantidades abstractas, verificadas cientificamente, sem referência à experiência do dia-a-dia ou à arte ou simbolismo, e sem relação óbvia com a forma humana, ideal ou outra. Foram desenvolvidas a partir das preocupações científicas iluministas de precisão e de uniformização internacional, e das exigências da população — no início principalmente em França — de um sistema equitativo que providenciasse uniformidade no mundo civilizado. Na procura de medidas racionais e universais adequadas, o metro foi concebido como uma representação

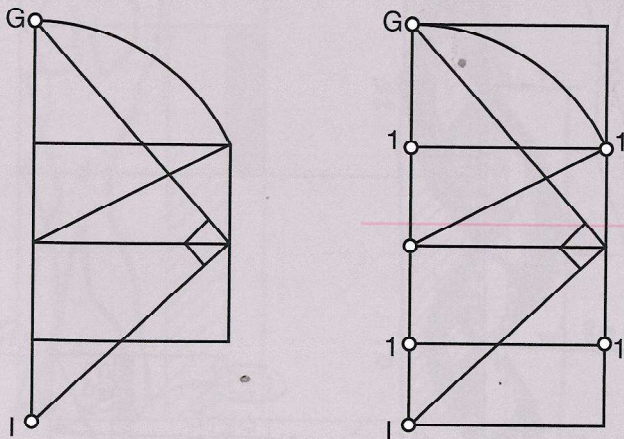


Figura 3. Solução de Maillard

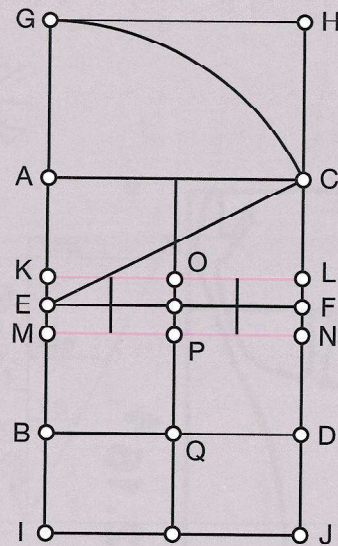


Figura 4. Elementos da solução de Maillard

fracção das dimensões físicas da Terra em relação às leis mecânicas que se entendia controlarem as forças da natureza e do universo. Nunca se atingiu uma concepção científica racional. A Terra não é uma esfera perfeita e o metro não é uma fracção exacta da circunferência terrestre, como pretendiam os cientistas franceses.

Duzentos anos após a sua origem, o sistema métrico tem sofrido redefinições. A versão actual parte de elementos insubstanciais, luz e gás, e de instrumentos técnicos de invenção científica. É uma medida sem valor tangível.³

Um sonho e um problema

Durante o século 20, alguns artistas e teóricos questionaram a procura científica de exactidão através da abstracção, separando o corpo da medida, e desafiaram a adequação do sistema métrico às necessidades quotidianas da maior parte da sociedade.

Um deles foi o arquitecto suíço Le Corbusier⁴. Criou um sistema intitulado *O Modulor*, com o qual arquitectos e engenheiros humanizariam o sistema métrico, combinando-o com geometria clássica e antropometria moderna. O sistema foi desenvolvido essencialmente durante a ocupação nazi de Paris, no estúdio na Rue de Sèvres, 35, no caminho para o laboratório do Bureau International de Pesos e Medidas, em Sèvres!

Em 1943, Le Corbusier exprime o seu sonho a um jovem colaborador, Hanning: "A AFNOR [Associação Francesa de Normalização] propõe a normalização de todos os objectos usados na construção de edifícios. (...) O meu sonho é montar, nos terrenos de construção que um dia irão surgir por todo o país, uma 'grelha de proporções', desenhada na parede ou feita em ferro, que servirá de regra para o projecto todo, uma norma que ofereça uma série infundável de combinações e proporções diferentes; o pedreiro, o carpinteiro, o marceneiro irão consultá-la sempre que tiveram de escolher as medidas para o seu trabalho; e todas as coisas que fizerem, por mais diferentes e variadas que sejam, estarão unidas em harmonia."⁵

Propõe a Hanning um problema: "Tome um homem com o braço levantado, altura de 2,20 m, inscreva-o em dois quadrados justapostos, 1,10 por 1,10 metros cada; coloque um terceiro quadrado encaixado nestes dois. O terceiro quadrado deveria fornecer-lhe uma solução. A localização do ângulo recto vai ajudá-lo a decidir onde colocar o terceiro quadrado. (...) tenho a certeza que obterá uma série de medidas que reconciliam a estatura humana (homem com braço levantado) com a matemática..."⁶

Primeiras soluções

Em 25 de Agosto, Hanning surgiu com uma primeira proposta (figura 2): quadrado — secção áurea do lado — diagonal — ângulo recto com vértice na mediana do quadrado inicial.

A historiadora de arte Elisa Maillard, envolvida na Associação ASCORAL, tal como Le Corbusier, surge (26/12/1943) com outra solução (figura 3): quadrado — secção áurea do lado — o ângulo recto marcado sobre a mediana do quadrado original dá o ponto I — da mediatriz de GI resultam dois quadrados iguais ao quadrado inicial.

Le Corbusier sugere a seguinte leitura (figura 4):

- $ABCD$ = quadrado inicial;
- EF = mediana;
- a perpendicular a FG em F determina I na recta GB ;
- $BDJI$ = rectângulo, em que BI e DJ estão em relação ϕ com IQ e QJ (ϕ é a razão de ouro, ie, aproximadamente 1:1,618);
- a mediana horizontal de $GHJI = KL$;
- MN é a imagem de KL em relação a EF ;
- $KLNM$, dividido em dois pela mediana vertical OP , determina $KOPM$ e $OLNP$, a diagonal e metade dos quais estão em relação ϕ entre si.⁷

Em GI observa-se uma sequência crescente de elementos: KM ; $KA = MB = BI$; $GA = AM = KB$; $GK = KI$; GB .⁸

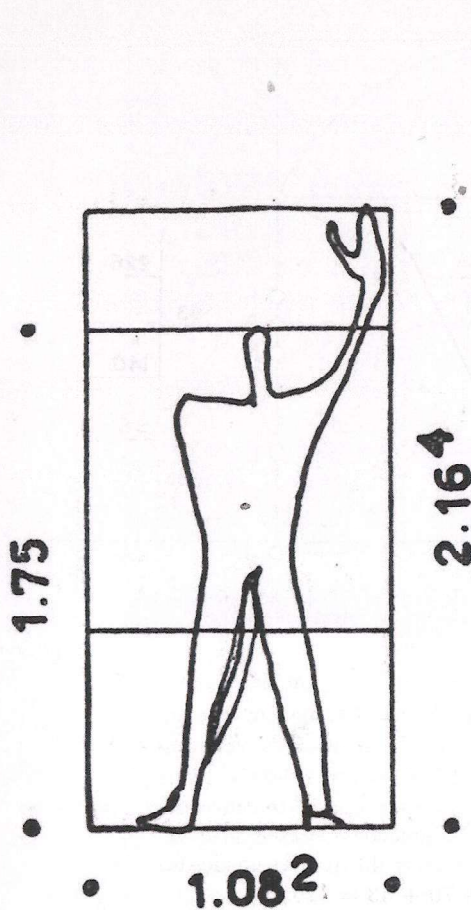


Figura 5. Grelha adaptada à estatura humana

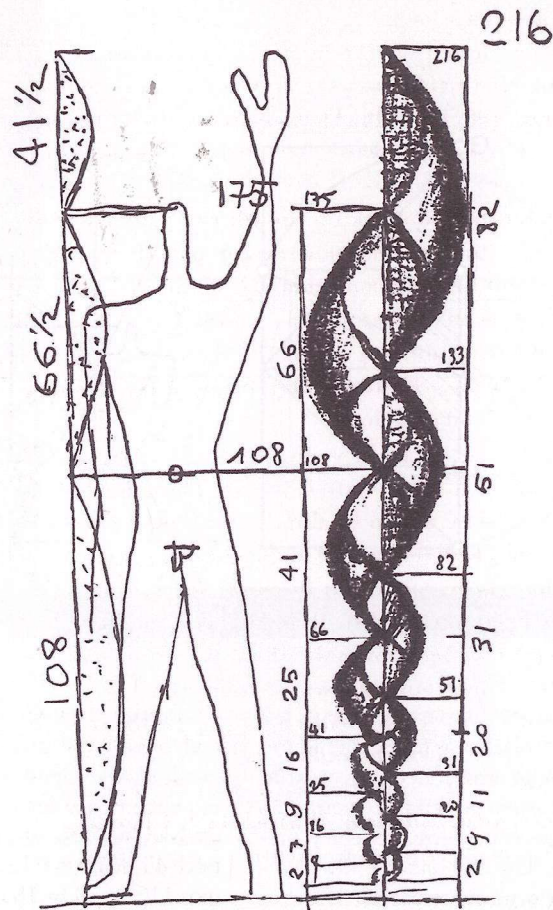


Figura 6. Esquema de Le Corbusier mostrando as séries vermelha e azul

à bord du Cargo
 "Vernon S. Hood"
 Le 6 janvier 1944
 LC

Modulor

E assim nasceu a Grelha, na qual a ordem matemática se adapta à estatura humana. Apesar das dúvidas ainda existentes, Le Corbusier afirma que ela deu uma grande segurança na determinação das dimensões dos objectos nos seus projectos. Mas faltava ainda uma definição da invenção!

No final da Guerra, retomou-se este trabalho. Foi atribuído um valor humano à combinação geométrica, adoptando para tal a altura de um homem de 1,75 m. Assim, à Grelha foram dadas as dimensões 175 – 216,4 – 108,2 (figura 5).⁹

Segundo Le Corbusier, estes valores correspondem à sequência na tabela 1, e chama a atenção para o facto desta sequência ser de Fibonacci: a soma de dois termos consecutivos dá o termo seguinte.

1	25,4 cm	KM
2	41,45 cm	MB
3	66,8 cm	AM
4	108,2 cm	AB
5	175 cm	GB
6	283,2 cm	

Tabela 1

Neste ponto, seguiu-se o registo da patente e a concessão a um agente para colocar a ideia no mercado. Após os contac-

tos por todo o mundo, o agente acaba por dizer a Le Corbusier: “Os números são demasiado rígidos. Não se podem adaptar aos números ‘redondos’ do sistema métrico ou do pé-e-polegada e não se ajustam aos valores da AFNOR. Mas se concordasse em permitir uma pequena latitude na sua escala de números — não mais do que 5% para cada lado — então tudo seria mais fácil, todos estariam de acordo...”¹⁰

Le Corbusier dispensa, então, a organização comercial e a publicidade e renuncia aos direitos de autor. Se fosse, de facto, uma coisa boa, então seria o uso pelos arquitectos e o estudo pelas revistas da especialidade que tornariam a grelha conhecida. E “se for permitido que os obstáculos e obstruções, a rivalidade e oposição criada pelo antagonismo dos dois sistemas de medida agora em uso (...) cheguem um dia ao fim, então a nossa medida poderá unir aquilo que outrora se dividiu...”¹¹

Le Corbusier aproveitou uma longa viagem de barco aos Estados Unidos para desenvolver as suas ideias e encontrar uma explicação para a regra de ouro. Interrogava-se também se as posições do corpo humano em pontos decisivos de ocupação do espaço apresentavam uma relação privilegiada com a matemática.

As suas conclusões estão resumidas no desenho que traçou “a bordo do navio de carga Vernon S. Hood”, em 6 de Janeiro de 1946 (figura 6).

Na figura do homem há quatro pontos principais: 0, 108, 175, 216. À sequência de Fibonacci que surge da relação ba-



Figura 7. Marca registada de Modulor

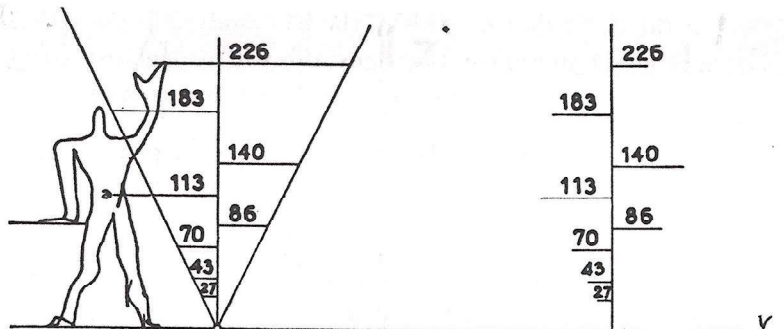


Figura 8. A Grelha e a estatura humana

seada na unidade 108 chamou Le Corbusier série vermelha (à esquerda); à sequência baseada na dupla unidade 216, série azul.

Foi no regresso ao seu estúdio de Paris que a regra de ouro ganhou o nome de Modulor e se criou a marca registada, induzida pelo próprio desenho (figura 7).

O que é, pois, o Modulor? "Um instrumento de medida baseado no corpo humano e na matemática. Um homem de braços levantados fornece, em pontos determinantes da sua ocupação do espaço — pé, plexo solar, cabeça, pontas dos dedos do braço levantado — três intervalos que originam uma série de secções de ouro, chamada série de Fibonacci."¹²

Correspondendo a um pedido de arredondamentos dos números, de modo a aproximar este sistema dos outros em uso, um dos colaboradores chama a atenção: "Os valores do Modulor na forma actual são determinadas pelo corpo de um homem de 1,75 m de altura. Mas não será uma altura francesa? Já repararam que nas histórias de detectives inglesas, os homens bem parecidos, como os polícias, têm sempre 6 pés de altura?"¹³

A partir deste novo padrão para a altura do homem, seis pés = $6 \times 30,48 = 182,88$ cm, a tradução para os restantes sistemas de medida trouxe resultados que entusiasma-

ram a equipa, que sentia estarem automaticamente resolvidas as diferenças que separam os utilizadores do metro dos do pé-e-polegada.

Quais são agora os pontos principais do Modulor?

"1. A Grelha fornece três medidas: 113, 70, 43 (em cm), em relação ϕ (secção de ouro); a sequência de Fibonacci fornece $43 + 70 = 113$ ou $113 - 70 = 43$. Todos somados temos $113 + 70 = 183$, $113 + 70 + 43 = 226$.

"2. As três medidas (113 - 183 - 226) definem a ocupação do espaço por um homem com 6 pés de altura.

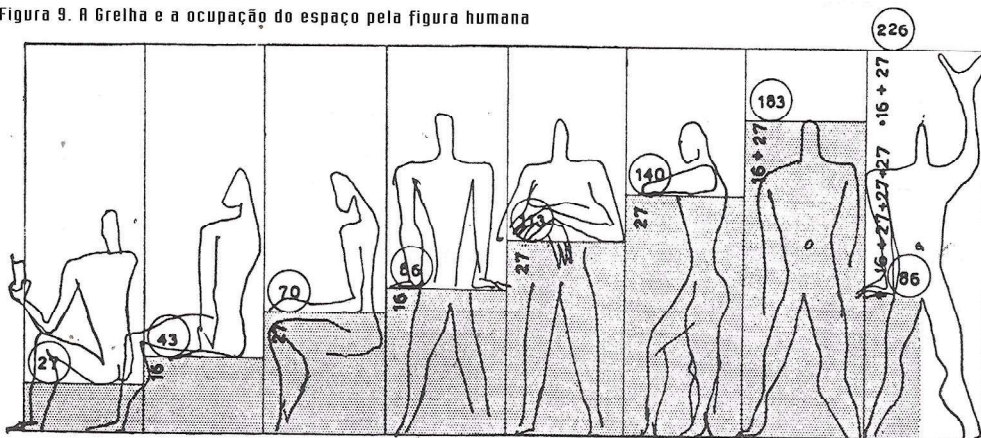
"3. A medida 113 fornece a secção de ouro 70, que origina uma nova sequência, chamada série vermelha: 1 - 6 - 10 - 16 - 27 - 43 - 70 - 113 - 183 - 296...

"A medida 226 (2×113), dupla unidade, fornece a secção de ouro 140 - 86, que origina a segunda sequência, chamada série azul: 13 - 20 - 33 - 53 - 86 - 140 - 226 - 366 - 592..."

4. Alguns destes valores de medidas podem ser descritos como caracteristicamente relacionados com a estatura humana"¹⁴ (figuras 8 e 9).

Em Agosto de 1948, já na fase de escrita do livro "Le Modulor", Le Corbusier recapitula o problema inicial e os sucessivos desenhos e repara nos pontos de intersecção dos lados do ângulo recto com os lados do quadrado. Em Outu-

Figura 9. A Grelha e a ocupação do espaço pela figura humana



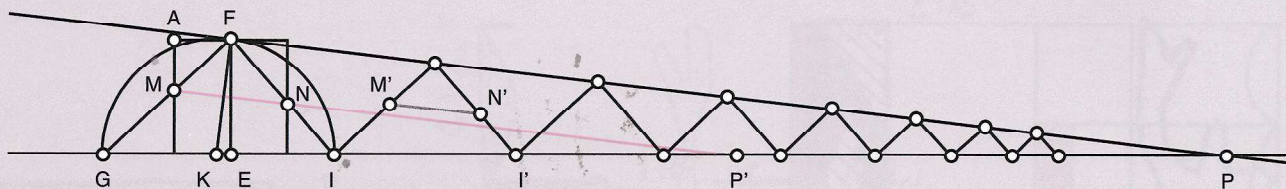


Figura 10. Novo estudo da solução Maillard

bro, escreveu a Elisa Maillard, colocando algumas questões e pedindo-lhe uma resposta entre os seus colegas da Sorbonne. M. Taton respondeu, com as seguintes conclusões (figura 10):

1. Tomando para unidade o lado do quadrado inicial, $GK = KI = 9\sqrt{5}/20 \approx 1,006$ (K é o ponto médio de GI : centro da circunferência que passa por G, I e F , logo circunscrevendo o ângulo recto GFI). Portanto, embora em termos visuais os quadriláteros de lados GK e KI sejam quadrados, eles são, matematicamente falando, retângulos com a forma aproximada de um quadrado.
2. A razão entre KF e EI é $9\sqrt{5}/20 \approx 1,006$ (porque $KF =$ raio da circunferência). A razão entre KF e EI é $(9\sqrt{5}/20) : (2\sqrt{5}/5) = 9/8 = 1,125$.
A tangente em F e a recta oblíqua são paralelas: formam um ângulo de $6^\circ 19'$ com a horizontal.¹⁵ São perpendiculares ao raio KF . A tangente intersecta a recta GI num ponto P , com $EP = 4\sqrt{5} = 10 \times EI \approx 8,94$. A recta MN intersecta a recta GI num ponto P' com $EP' = (8\sqrt{5} - 9)/2 \approx 4,44$.
3. Considerando os sucessivos triângulos decrescentes semelhantes ao inicial, as respectivas rectas do tipo MN são paralelas entre si e à tangente; os pontos de intersecção com a recta GI vão-se aproximando de P . A razão de semelhança dos triângulos é igual a $4/5$.

Em 4 de Dezembro desse ano, Elisa Maillard produziu um novo desenho. O traçado definitivo e rigoroso do Modulor foi feito em 1951 no estúdio da rua de Sèvres por dois jovens colaboradores — Justin Serralta, uruguaio, e Maisonnier, francês — e apresentado nesse mesmo ano, com destaque, na exposição *Divina Proportione* na trienal de Milão.

Coda

Le Corbusier aplicou o Modulor pela primeira vez a um conceito de habitação inovador, a Unité d'Habitation, em Marselha. Afirma o arquitecto que só foram necessárias 15 medidas da escala.

O Modulor gerou muitas paixões, mas não é uma história de sucesso. Com o passar dos anos, o interesse desvaneceu. O próprio Le Corbusier aplica-o selectivamente e abandona o seu uso quando ele não se revela adequado, como é o caso das dimensões muito grandes ou muito pequenas.

Apesar das inconsistências e críticas ao Modulor, o sistema não deixa de ser uma referência nas relações entre matemática e arquitectura. Traduz uma viagem quixotesca em busca de um sistema universal unificador do sistema métrico e do sistema imperial de medidas, através do corpo humano, reunindo tradição e modernidade. Numa era com tendência

para a especialização e a separação entre arte e ciência, Le Corbusier possuía as qualidades de um homem universal.

Notas

- 1 Maciel, p. 110.
- 2 Mónadas ou unidades: são os quatro primeiros números, cuja soma é igual a 10: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.
- 3 O metro é o caminho percorrido pela luz no vácuo durante um intervalo de tempo de $1/299\,792\,458$ de um segundo.
- 4 Charles-Édouard Jeanneret-Gris, nasceu a 6 de Outubro de 1887 em La Chaux-de-Fonds, Suíça, mas viveu a maior parte da sua vida em França. Com a publicação de *Vers une Architecture* (1923) adoptou o nome Le Corbusier. Morreu em 27 de Agosto de 1965.
- 5 Le Corbusier, vol. 1, p. 36.
- 6 Idem, p. 37.
- 7 Idem, p. 39.
- 8 Algumas igualdades são aproximadas. Partindo de um quadrado de lado 1, tem-se

$$KM = \sqrt{5}/10;$$

$$KA = MB = (10 - \sqrt{5})/20 \approx BI = (4\sqrt{5} - 5)/10;$$

$$GA = (\sqrt{5} - 1)/2 \approx AM = KB = (10 + \sqrt{5})/20;$$

$$GK = KI = 9\sqrt{5}/20;$$

$$GB = (1 + \sqrt{5})/2 = \varphi.$$
- 9 Inverteu-se o rectângulo da figura anterior. A altura do homem é o segmento GB . Partindo da correspondência $\varphi \leftrightarrow 175$, a unidade toma o valor aproximado 108,2. A altura 216,4 pressupõe que o rectângulo é um duplo quadrado.
- 10 Idem, p. 46.
- 11 Idem, p. 47.
- 12 Idem, p. 55.
- 13 Idem, p. 56.
- 14 Idem, p. 65.
- 15 Valor que aparece no livro *The Modulor*. Usando uma calculadora gráfica obtém-se $6^\circ 22' 46''$.

Bibliografia

- Tavernor, Robert (2002). *Measure, Metre, Irony: Reuniting Pure Mathematics with Architecture. Nexus: Architecture and Mathematics*. Florença: Kim Williams Books
- Le Corbusier (2004). *The Modulor: a Harmonious Measure to the Human Scale Universally applicable to Architecture and Mechanics e Modulor 2 (Let the User Speak Next)*. 2 volumes. Basel: Birkhäuser [Facsimile da 1ª edição inglesa de Faber and Faber, 1954].
- Maciel, M. Justino (2006). *Vitrúvio, Tratado de Arquitectura*, Lisboa: IST Press.

Luís Reis

Grupo de Trabalho T3, Centro de Competência CRIE UCP-ESB