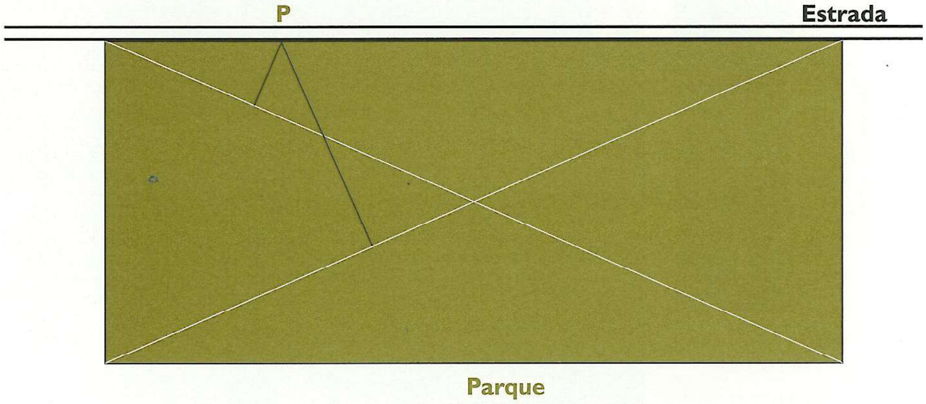
Uma manhã no parque, com as bicicletas



Resolvi levar a Rita e a Carolina, duas simpáticas miúdas filhas de uns amigos meus, a um parque dos arredores de Braga, junto a uma estrada. O parque é rectangular e tem dois caminhos que o atravessam segundo as diagonais. Cada uma das miúdas escolheu uma das diagonais para andar de bicicleta. Quanto a mim, resolvi ficar na estrada, de tal modo que a soma das distâncias a cada um dos caminhos fosse mínima.

Em que locais me poderia ter colocado?

(Respostas até 30 de Junho)

Um saco com pauzinhos

O problema proposto no número 89 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Num saco estão vários pauzinhos, todos com comprimentos iguais a um número inteiro de centímetros. O maior dos paus tem 140 cm. Retirando quaisquer três pauzinhos, nunca é possível construir um triângulo com eles.

No máximo, quantos pauzinhos há no saco?

Recebemos as respostas de Alberto Canelas (Queluz), Augusto Taveira (Faro), Daniel Castanho (Vialonga), Francisco Estorninho (Lisboa), Graça Braga da Cruz (Ovar), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha) e da turma de Didáctica da Matemática da UBI (Covilhã): Alina Vaz, Ana Martins, Bruno Garcia, Carla Miranda, Carla Neves, Cecília Fonseca, Cláudia Ramos, Cristina Ferreira, Daniel Saraiva, Joaquim Mateus, João Lourenço, Raquel Silva, Ricardo Portugal e Manuel Saraiva.

O processo seguido por quase todos foi, sem dúvida, a melhor maneira de resolver o problema. Trata-se de começar pelos paus mais pequenos, atribuindo sempre a cada comprimento o menor valor possível nesse momento.

Assim, o primeiro pau terá 1 cm, e o segundo também (não há menores valores inteiros possíveis).
Vamos, a partir de agora, garantir que não se verifica a desigualdade triangular: o maior lado é menor que a soma dos outros dois. Então, o terceiro pau terá, no mínimo 1+1=2cm. Só assim não formará triângulo com os anteriores.

O quarto pauzinho terá de ser, no mínimo, igual à soma dos dois anteriores de maior comprimento, ou seja 1+2=3cm. Continuando assim, vamos obtendo a seguinte série de comprimentos que é, nem mais nem menos, que a famosa sucessão de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89.

O termo seguinte (144) já ultrapassa o valor máximo permitido, que é 140. Temos de parar e alterar o último valor para 140. Portanto, no saco há no máximo 11 pauzinhos. Uma possível solução para os seus comprimentos é: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 140.

Claro que, sempre com 11 pauzinhos, muitas outras soluções seriam possíveis. A turma da Covilhã apresenta alguns exemplos curiosos. Num deles, todos os paus, excepto os dois primeiros e o último, são números primos: 1, 1, 2, 3, 5, 11, 17, 29, 47, 79, 140.

Resolvido o problema (os pauzinhos são 11), alguns leitores levantam outra questão:

Interessante será agora, numa extensão do problema, descobrir quantas soluções diferentes existem (Augusto Taveira).

O Alberto Canelas é quem vai mais longe neste aspecto, impondo limites aos comprimentos dos sucessivos pauzinhos: 1, 1, 2–3, 3–5, 5–8, 8–14, 13–23, 21–38, 34–59, 55–106, 140.

Mas nem todas estas combinações são possíveis. Por exemplo, existem 4491 soluções do tipo: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21–38, 34–59, 55–106, 140.

Os números nas moedas

O problema proposto no número 90 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

A Rute colocou um autocolante redondo em cada uma das faces de três moedas. Depois escreveu um número em cada autocolante. Os seis números que escolheu eram inteiros e consecutivos. Lançou as três moedas ao ar e sairam as faces com os números 5, 6 e 7, cuja soma é 18. Repetiu isto mais três vezes e as somas obtidas foram 20, 14 e 13.

Que números estão em cada uma das moedas?

Foi com muito gosto que vimos alguns professores proporem este problema aos seus alunos. Por isso, desta vez, além das habituais resoluções dos nosso leitores, temos também outras vindas de estudantes de vários anos de escolaridade.

Recebemos 13 respostas: Alice Bárrios (Catujal), Augusto Taveira (Faro), Carlos Silva (Amadora), Francisco Branco (Ovar), Francisco Estorninho (Lisboa), Francisco Martins & Turma B do 9º ano (Charneca da Caparica), Graça Braga da Cruz (Ovar), Inês Oliveira (São Brás de Alportel), José Paulo Coelho (Santana), Márcia Silva (Catujal), Pedro Melo (Amadora), Rogério Derlot & Marta Calçada (Vieira do Minho) e uma *assinatura ilegível* (Gavião).

Os processos seguidos foram muito parecidos.

1ª Parte: Quais são os seis números colados nas moedas?

Como já conhecemos o 5, o 6 e o 7, existem quatro hipóteses:

Hip. A) 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7
Hip. B) 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8
Hip. C) 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9
Hip. D) 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10

A hipótese A é de excluir porque não é possível obter a soma 20. As hipóteses C e D são de eliminar porque com elas não se consegue a soma 13.

Ficamos assim a saber os seis números colados:

3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8

2ª Parte: Que números estão em cada moeda?

A situação é a que se mostra na figura acima. Falta-nos colocar os números 3, 4 e 8. Para que a soma seja 13 é necessário que tenham saído obrigatoriamente os números 3, 4 e 6, cada um em sua moeda. Então, o 3 e o 4 não podem estar na parte de trás do 6. Conclusão: a 2ª moeda tem os números 6 e 8.

Para a soma 14, as possibilidades são:

3 + 4 + 7 ou 3 + 5 + 6

Mas a primeira hipótese é de excluir porque um dos números 6 ou 8 tem de aparecer (são os da 2ª moeda). Fica então 3 + 5 + 6.

O 5 e o 6 pertencem às duas primeiras moedas, logo o 3 é da terceira, oposto ao 7. Finalmente o 4 está na parte de trás do 5. A soma 20 é possível com 5 + 8 + 7.