Do Castelo de Marvão à Cidade do Sado — Trilhos da Matemática Escolar

Susana Carreira

Do castelo de Marvão... à cidade do Sado: 1986—2006

Mais do que destacar dois pontos geográficos (Marvão, nos arredores de Portalegre, e Setúbal à beira do Sado), quero assinalar dois marcos no tempo e usá-los para cumprir dois propósitos: analisar e discutir a Matemática escolar e prestar o meu tributo pela ocasião dos vinte anos da APM.

O ProfMat de Portalegre foi o meu primeiro ProfMat e dele mantenho vivas boas recordações. A apresentação de uma comunicação sobre um programa de computador — o Proban, que era um misto de simulação e de jogo — o coro que esteve em plena actividade ao longo das várias noites e o passeio que nos levou a Castelo de Vide e a Marvão... O castelo de Marvão continua lá, na sua tenacidade granítica, o coro da APM tem vindo a registar um notável desenvolvimento profissional... e o Proban (abreviatura de Problemas na Banheira), guardo-o como relíquia dos tempos da programação no Spectrum.

Partamos, então, de Portalegre ou de Marvão e desse ano de 1986. O que me impulsionava a mim, que estava a iniciar o meu trajecto profissional no ensino da Matemática, tal como aos professores que se juntaram para discutir e partilhar ideias e propostas, exteriorizando críticas e descontentamentos pelo estado dos currículos e das aulas, da actividade dos alunos e dos objectivos da Matemática que se ensinava na escola? Se o quisesse resumir numa linha, diria que o sentimento geral era o de uma urgente e impreterível necessidade de mudar a Matemática escolar. E a forma de o fazer desdobrava-se numa multiplicidade de direcções. Estratégias, experiências, recomendações, sugestões, uma avidez — diria — de alterar as práticas, os currículos, as aulas, as formas de avaliação. Tudo estava desactualizado, enquistado, obsoleto. Tudo era francamente desmotivador, árido e pobre e exigia mudanças de toda a sorte. Neste contexto e nesta que era a tonalidade dominante em 1986, irrompe a Associação de Professores de Matemática que viria a tornar-se num motor vigoroso das muitas mudanças que ocorreram, desde então, no ensino da Matemática em Portugal.

E de lá até 2006? Decidi procurar pistas, indicadores e sinais que me permitissem tecer uma imagem, decerto incompleta e muito provavelmente estreita, de como se imprimiram os trilhos da Matemática escolar, de há vinte anos para cá. Seleccionei, entre tantas possíveis, duas vias de leitura dos factos. A primeira consiste em estabelecer um contraponto entre os 3 primeiros números (de 1987) e os 3 últimos números (de 2006) da revista *Educação e Matemática*; a segunda rota é a dos exames nacionais de Matemática do ensino secundário, com vista ao confronto entre os de 1986 e os de 2006.

Nos trilhos da Educação e Matemática

Vejamos, pois, o que se dizia, escrevia e discutia nas páginas da revista *Educação e Matemática* nos seus três números iniciais, os números de arranque de um projecto claramente significativo da Associação e que, em certa medida, exprime muito do seu rosto e da sua voz. De cada um dos números considerados, escolherei dois ou três artigos e apresentarei uma pequena síntese da sua mensagem. Tento, captar-lhes o sentido primordial e, assim, enquadrar no tempo aquilo que se diz e se pensa sobre a Matemática escolar.

A revista número 1 abre com um editorial de Paulo Abrantes onde se sublinha o desajustamento cada vez maior entre o ensino da Matemática prevalecente e as necessidades individuais e sociais da época. Era indubitável um desejo crescente de renovação e afirmava-se o início de um movimento liderado pela APM. A viragem deveria dar lugar a mudanças expressivas e passaria por novas orientações para a Matemática escolar: um papel mais activo dos alunos, objectivos mais amplos para a Matemática na escola, uma alteração do tipo de actividades na sala de aula, a importância do recurso às tecnologias, nomeadamente aos computadores, uma maior ênfase na resolução de problemas, nas aplicações e nas relações da Matemática com outras disciplinas escolares.

Neste primeiro número, Leonor Moreira escreve um artigo sobre a resolução de problemas em que dá eco a muitas das ideias de George Polya, chamando a atenção para a atitude negativa dos alunos perante a Matemática escolar e criticando um ensino excessivamente agarrado à resolução de exercícios rotineiros e ao treino de técnicas mais ou menos redutoras do raciocínio e da criatividade dos alunos. A actividade de resolução de problemas é qualificada como uma prioridade do ensino da Matemática, já que se apresenta como um modo de pensar e de aprender a lidar com o mundo e com as situações problemáticas da vida real.

Na selecção que fiz, trago também um artigo de José Duarte em que se descreve e se convida o leitor a experimentar um programa de computador (o tal Proban!...) que simula uma situação real: encher uma banheira com o auxílio de duas torneiras relativamente às quais podemos decidir a temperatura e o caudal da água que deitam. José Duarte faz notar a importância da interpretação da situação real e destaca a possibilidade de se visualizarem aspectos do comportamento das funções envolvidas no problema e das relações entre as múltiplas variáveis presentes naquela simulação.

Do número 2, seleccionei o editorial de João Pedro da Ponte, intitulado *Os professores e a revolução informática*. Critica-se a falta de capacidade manifestada pela Escola de acompanhar as mudanças tecnológicas, em grande medida devido à resistência dos professores em relação ao uso do computador e a novas aprendizagens. Não obstante, o artigo deixava claro que o papel do professor iria sofrer mudanças substanciais face à necessidade de desenvolver nos jovens capacidades cognitivas de nível mais elevado e de perseguir objectivos sociais e afectivos mais ambiciosos para o ensino da Matemática.

No mesmo número, há um artigo sobre o LOGO e a Educação Matemática, de João Filipe Matos. Esta foi uma época em que a linguagem LOGO e as ideias de Seymour Pappert ganharam muitos adeptos e em que se realizaram diversas experiências, especialmente em escolas do 1° ciclo, com base na programação em LOGO. João Filipe Matos mostra a importância de envolver os alunos em projectos na aula de Matemática, não esquecendo que a construção de boas situações de aprendizagem exigirá do professor trabalho e criatividade.

Assinalo, também, um outro artigo, da autoria de Conceição Mesquita, sobre o programa de computador Recordes e a sua utilização educacional, quer como veículo para a interpretação de conceitos estatísticos quer como estímulo à atitude crítica dos alunos. Discute-se a importância de questionar os resultados e de lidar com respostas que não estão previamente determinadas. Ao mesmo tempo, faz-se alusão à necessidade de contemplar a Estatística nos currículos de Matemática, à semelhança do que já se passava em muitos outros países.

Na secção *Problemas, Ideias, Sugestões*, incluída no número 2, fala-se da premência de aliviar os currículos da excessiva carga da Aritmética e lamenta-se a pouca atenção dada à Geometria. Sugere-se a utilização de materiais manipuláveis com os alunos, avança-se com a ideia de ser o aluno a efectuar construções e a trabalhar em grupo em problemas e actividades ligadas à Geometria.

Ao desfolhar o número 3 da revista, considerei o artigo de Ana Luísa Teles, Ana Vieira, Aniss Ali e Fátima Antunes sobre os desígnios das aplicações da Matemática na escola secundária. As autoras tratam brevemente o papel do ensino secundário, reconhecendo o grave problema da falta de motivação dos alunos. No seu artigo, propõem a introdução de aplicações da Matemática como um meio para alterar as atitudes dos alunos face à disciplina e como forma de melhorar a capacidade de utilização da Matemática em contextos da vida real.

Aparece igualmente neste número um pequeno texto de um dos Grupos de Trabalho para a reforma dos currículos que então se começava a delinear. Fala da importância de incluir as Probabilidades e a Estatística em todos os níveis de escolaridade e de desenvolver nos alunos o raciocínio probabilístico. Trata-se de uma recomendação que procura colmatar uma falha na formação matemática dos jovens e ter em conta uma área da Matemática que proporciona muitas aplicações interessantes.

Também no número 3, prendeu-me a atenção outro artigo de Paulo Abrantes acerca de um programa de computador, o Estimatemp, com carácter de simulação de uma situação real. Aborda-se a exploração do programa na sala de aula e sugerem-se diferentes etapas de trabalho, onde se inclui a experiência autónoma dos alunos bem como a sistematização, discussão e síntese das actividades com toda a turma. É impossível não fazer referência à nota de rodapé deste artigo: o programa podia ser copiado em disquete ou em cassete! De facto, o gravador de áudio era um dos periféricos muito pouco cómodos da altura. Uma boa ilustração do tempo e dos recursos tecnológicos disponíveis há vinte anos...

Hoje é tudo bastante diferente. Já não carregamos os tais gravadores pouco funcionais, ainda que outras coisas muito mais portáteis, como *pen-drives*, possam causar-nos grandes dissabores nos nossos dias...

Mas voltemos à revista e saltemos para a actualidade. Da frente para trás, irei sondar os números 88, 87 e 86 da *Educação e Matemática*.

No número 88, temos um artigo de Rita Bastos que nos conduz à ideia de simetria, apontando o estudo das simetrias como uma importante aplicação das isometrias. Rita Bastos critica o insuficiente tratamento das transformações geométricas nos currículos e a ausência da sua aplicação na resolução de problemas. Aconselha, por último, a pensar na realização de projectos interdisciplinares, tendo como pontos de partida a análise de objectos artísticos ou de cristais. Em certo sentido, portanto, vê-se que a Geometria continua a não satisfazer no âmbito da Matemática escolar.

Percorrendo as páginas do número 88, detenho-me no artigo de Rui Feiteira sobre Programação Linear e Teoria de Jogos. O autor realça a importância e a actualidade destes dois ramos da Matemática Aplicada, dá diversos exemplos de como se poderão tratar no ensino secundário e, em especial, advoga a sua introdução no currículo de Matemática Aplicada às Ciências Sociais. Em 2006, volta-se a ouvir a sugestão de novos temas para a Matemática escolar.

No número 87, o editorial é da responsabilidade da APM e debruça-se sobre o 3° Ciclo e a aventura de aprender. Constata-se o facto de que a escolaridade obrigatória continua por cumprir, propõe-se a leccionação conjunta por dois professores ante a heterogeneidade dos alunos e recomenda-se maior atenção à realidade de cada escola e de cada turma, além da concepção de projectos que abranjam o ciclo completo.

Ainda neste número, encontramos um artigo de António Menino e Graça Zenhas sobre o estudo de volumes e o desenvolvimento de competências, com base na resolução de situações-problema. Além de descreverem e analisarem a forma como os alunos desenvolvem estratégias variadas perante uma situação, os autores pesam a relação entre a noção de competência e a de saber, lembrando que a automatização de procedimentos não pode ser descurada e que a maior exigência de tempo impõe a revisão e o redimensionamento do programa de Matemática para o ensino básico.

Passando ao número 86, seleccionei um artigo sobre a demonstração em Geometria com o Geometer's Sketchpad em que se discute a formulação de conjecturas e a importância de ensinar os alunos a explicar porque é que uma relação não é válida. Sílvia Machado, a autora desse artigo, considera haver um lugar fundamental para a demonstração matemática na aula com os meios tecnológicos de que dispomos hoje, como é o caso dos programas de geometria dinâmica.

Por último, considero o artigo de Manuel Lagido sobre as actividades matemáticas num clube de astronomia. Aqui, coloca-se a tónica nas actividades de experimentação e na modelação matemática com base em dados reais obtidos pelos próprios alunos. Além de oportunidades para uma aprendizagem significativa, trata-se de criar condições para desenvolver a capacidade de usar a Matemática como instrumento de interpretação e de intervenção no real, na linha do que é preconizado nos currículos de Matemática dos ensinos básico e secundário.

Antes de entrar numa outra via de análise das mudanças na Matemática escolar, quero resumir algumas das ideias que me parecem emergir desta revisão obviamente curta e parcelar dos primeiros e dos últimos números da *Educação e Matemática*. Sob diversos ângulos, fica a ideia de quão diferentes são as condições, os processos e os recursos da Matemática escolar, entre estes dois momentos espaçados de vinte anos. Contudo, é igualmente nítida a sensação de que muitas das propostas e das recomendações de há duas décadas permanecem actuais, vivas e veementes. Continuamos, como se percebe, a pugnar por currículos mais adequados à realidade dos nossos dias, a defender o papel das tecnologias para um trabalho mais rico e mais significativo em Matemática, chamamos a atenção para a necessidade de envolver o aluno na sua aprendizagem e voltamos a alertar para o cuidado a pôr na escolha e na construção das tarefas para a aula de Matemática. Temos a percepção de que cada sala de aula e cada escola tem as suas especificidades e de que se pode apostar no desenvolvimento de competências e de capacidades de nível superior, ao mesmo tempo que reconhecemos a necessidade de tempo e de continuidade no trabalho com os alunos.

Nos trilhos dos exames nacionais

Vejamos agora que retrato nos salta à vista quando olhamos para um exame de Matemática do ensino secundário de 1986 e para um de 2006. O que nos poderão mostrar esses dois exames, com vinte anos de distância entre si?

Começarei pelos aspectos de carácter formal, comparando a respectiva estrutura e os tópicos abordados.

Em 1986, o exame é composto por seis grupos de questões, havendo a opção de escolha entre dois dos grupos. Está bem destacada uma única advertência: "indique todos os cálculos que tiver de efectuar". Neste exame, os temas contemplados são: indução matemática, números complexos, sucessões e limites, noções topológicas, estruturas algébricas, cálculo diferencial e cónicas. O tipo de verbos que predomina nos enunciados das questões é bastante homogéneo e claramente virado para a execução de procedimentos ou para a aplicação de teoremas ou resultados: prove que, represente, resolva a equação, estude quanto à convergência, determine, calcule, justifique que se verifica... A formulação das questões é predominantemente curta, não excedendo três linhas; verifica-se uma total ausência de figuras, gráficos ou ilustrações; não há qualquer formulário e nota-se a abundância de simbologia matemática nos enunciados da prova.

Em 2006, temos dois grupos de questões, um dos quais composto por itens de escolha múltipla (sem justificações) e o outro por itens de resposta aberta. Neste exame, encontramos diversas orientações e indicações explícitas. Não apenas se pretende o registo dos cálculos efectuados mas também a apresentação de justificações. É pressuposto — e obrigatório, em certas questões — o recurso à calculadora gráfica e importa que o aluno saiba retirar da calculadora os elementos e os resultados úteis. Simultaneamente, apela-se à capacidade de comunicar em Matemática, pedindo-se a escrita de uma composição em que se desenvolva determinada ideia ou resolução de uma questão. Os temas também são outros, distribuindo-se por geometria analítica, gráficos de funções, probabilidades, números complexos, cálculo diferencial e situações de aplicação e modelação. É visível a preocupação em contemplar o processo de aplicação da Matemática e em incluir a interpretação e a utilização de modelos matemáticos. Quanto ao tipo de linguagem presente, os verbos são um pouco diferentes, além de se notar uma feição algo mais interrogativa: escreva na forma, determine, mostre que, interprete o resultado, qual é a probabilidade, indique e justifique, explique por que é que... A formulação das questões é frequentemente longa, com uma grande explicitação de condições e dados. Surgem diversas figuras, gráficos, tabelas e esquemas e é disponibilizado um formulário; há muita informação expressa em linguagem corrente e vê-se amiúde uma combinação entre linguagem corrente e simbologia matemática.

Vinte anos volvidos: 1986—2006

A leitura que faço dos confrontos que fui estabelecendo parece indicar duas coisas de certa forma antagónicas. Por um lado, ao escrutinarmos as páginas da *Educação e Matemática*, entre o passado e o presente, somos levados a pensar que muito pouco haverá mudado. O discurso parece repetir-se e ressoar. Antes, como agora, o insucesso em Matemática e o insucesso na Escola. Mantém-se o espectro da difícil relação dos alunos com a Matemática, continua a pedir-se a inclusão de novos tópicos curriculares, estamos de novo a reclamar a ligação da Matemática à realidade, a valorizar o desenvolvimento de capacidades e de competências de nível mais elevado, a querer tornar a aprendizagem da Matemática significativa. Voltamos a chamar a atenção para a importância das estratégias, dos materiais, dos recursos e dos meios. Queremos alinhar a actividade na sala de aula com o desenvolvimento tecnológico e dar maior relevo à Matemática como instrumento de interpretação, de resolução de problemas e de promoção de formas de pensamento crítico. Por seu turno, o contraste flagrante entre os dois exames nacionais de Matemática ilustra como foi considerável a mudança ocorrida. Em 2006, espera-se qualquer coisa de muito diferente de um aluno que conclui o ensino secundário. Muito mais do que conhecer e saber usar um conjunto de técnicas, muito mais do que mecanizar certos tipos de demonstrações, muito mais do que saber resolver, muito mais do que entender a simbologia matemática, muito mais do que conhecer teoremas e saber representar, com papel e lápis, algumas funções *bem comportadas*... pretende-se que compreenda os conceitos e que os saiba utilizar, que relacione ideias matemáticas, que seja capaz de lidar com diversas formas de representação, que tire partido dos recursos tecnológicos, que saiba conjecturar, que saiba interpretar, que saiba mostrar e explicar, que saiba comunicar, que reconheça a aplicabilidade dos conceitos matemáticos e que esteja apto a trabalhar com modelos matemáticos em problemas de aplicação. Tudo muito menos *pré-definido*, muito menos preso ao conhecimento de procedimentos e de regras e ao treino de técnicas. A Matemática escolar parece ter recebido uma grande lufada de ar novo. Claro que uma coisa é essa dos exames nacionais e outra coisa é aquela da prática, no dia a dia, da aula de Matemática. Em todo o caso, dizer que nada mudou seria um equívoco colossal.

Novos trilhos para a Matemática escolar? — Por exemplo, um copo de sumo e uma palhinha

É fácil reconhecer que muito do que se tem proposto e se tem defendido para a Matemática escolar está ainda por alcançar e por concretizar. Ao mesmo tempo, parece evidente que hoje podemos ir mais longe do que ontem, que temos hoje ao nosso alcance mais possibilidades e porventura mais urgência, do que ontem, de recriar e de renovar a Matemática na escola e na sala de aula.

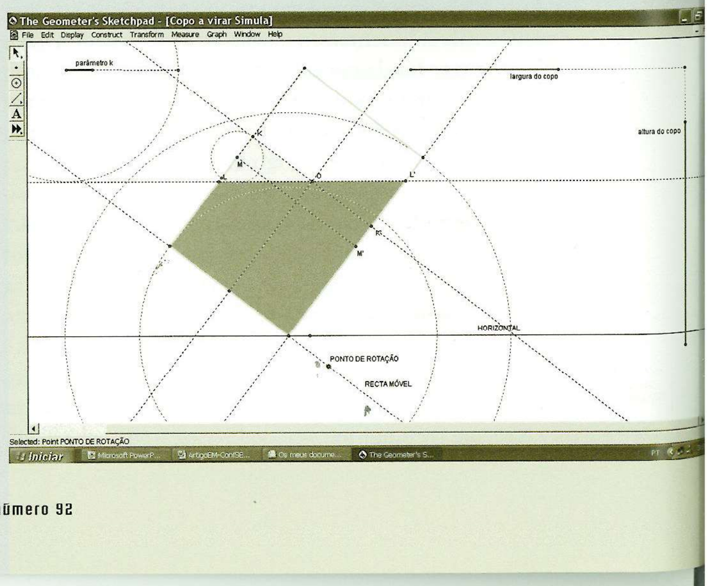
Desde há vinte anos mantenho o gosto e o interesse pelos problemas de aplicação da Matemática, uma certa simpatia pelas simulações de situações da realidade e a consciência da importância de ver a Matemática imersa nos fenómenos do mundo real. Por isso, continuarei no trilho da utilização das tecnologias, na demanda de questões e processos interpretativos e a dar uma atenção redobrada aos modos de representação que presentemente podemos incluir na experiência matemática dos alunos.

Proponho, portanto, uma simples situação do quotidiano e dois problemas que dela se podem extrair, num breve relance sobre um dos lados da Matemática escolar que importa ter em conta, hoje como ontem.

Com "um copo de sumo e uma palhinha"...

1) Um copo cilíndrico contém uma quantidade de sumo que ultrapassa metade da sua capacidade. Ao inclinarmos o copo, quando é que o sumo se derrama?

Comecemos pela abordagem de *papel e lápis*. Primeiro, há que definir umas quantas variáveis. Escolhe-se h para altura do copo, r para o raio da base, k para altura do líquido acima do meio da altura, α para o ângulo de inclinação do copo.



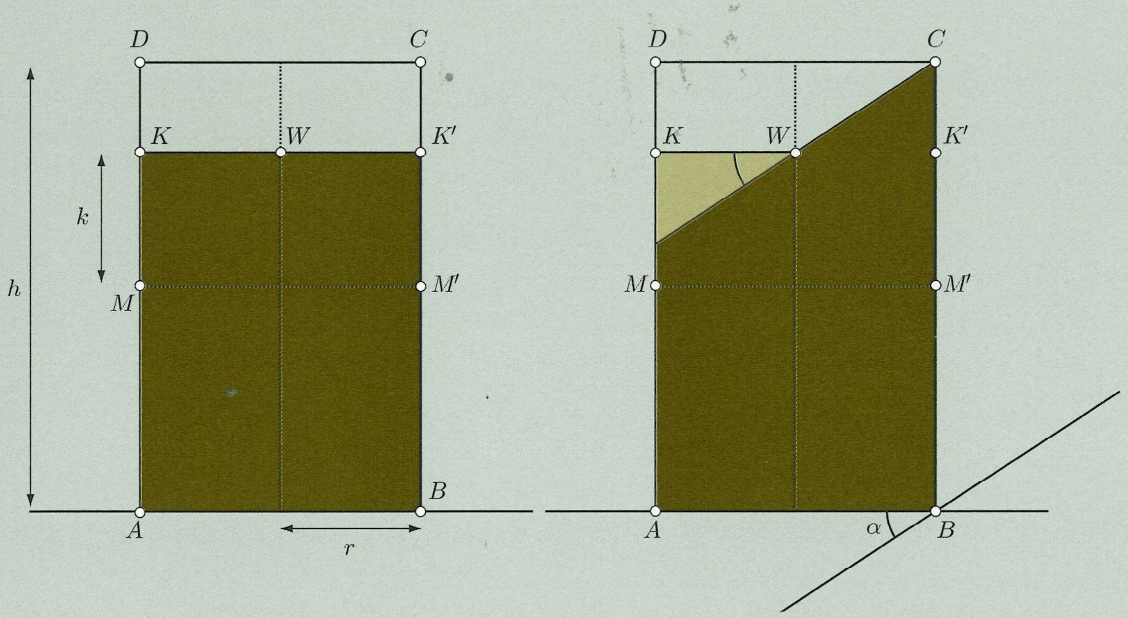


Figura 1.

Naturalmente, o que queremos é saber como depende o ângulo α das restantes variáveis e determiná-lo para a situação em que o copo está inclinado e o líquido, ao escorregar, fica exactamente no limite do bordo. A duas dimensões, o nosso copo cilíndrico é um rectângulo; o líquido é um rectângulo se o copo está direito e um trapézio se o copo está inclinado. (Figura 1)

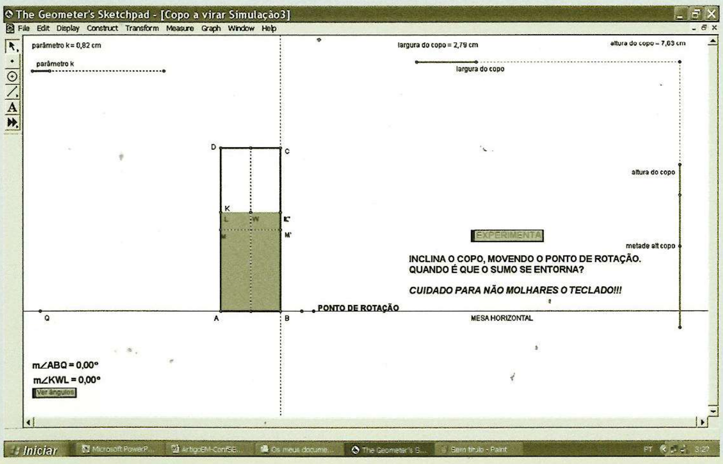
Um pouco de trigonometria permite-nos chegar ao valor do ângulo de inclinação máxima do copo sem que o líquido se derrame:

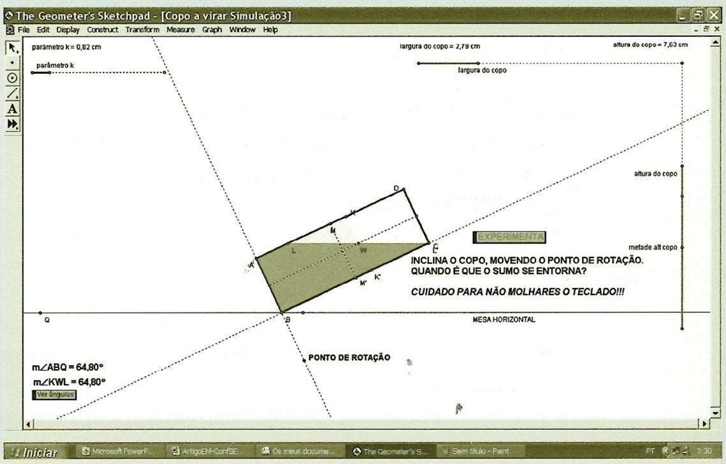
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\frac{h}{2} - k}{r} = \frac{h - 2k}{2r}$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{h - 2k}{2r}\right)$$

Eis como o ângulo de inclinação máxima do copo depende da altura do copo e do raio da base e ainda da quantidade de líquido que ultrapassa a metade da capacidade do copo. Algumas experiências, uma calculadora gráfica, a função $\operatorname{tg}(x)$, a função $\operatorname{tg}^{-1}(x)$, fixar o raio da base e a altura do copo, como varia o ângulo com o nível de sumo no copo, etc.

Há uns anos atrás fazer uma simulação do copo a tombar e gravá-la numa cassete, seria um bom desafio. Agora, a mesma tarefa pode ser realizada no Sketchpad e de maneira muito mais prática e eficaz. Podemos manipular o plano onde o copo assenta, alterar a altura do copo, a largura do copo e o parâmetro k que representa o nível do sumo acima do meio da altura. Depois, é experimentar, observar, analisar, interpretar…





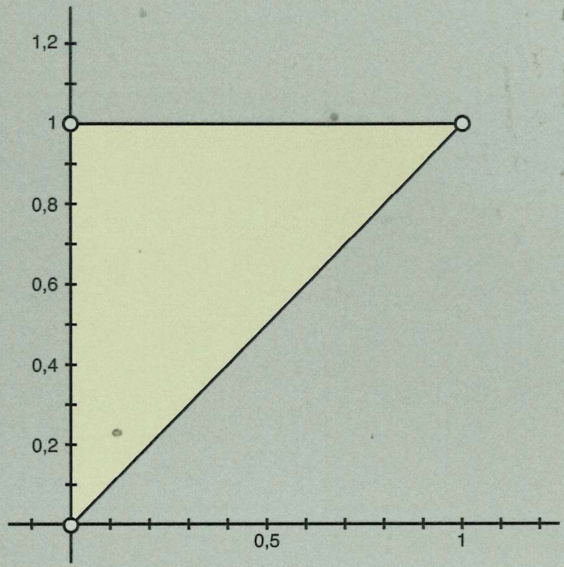


Figura 2.

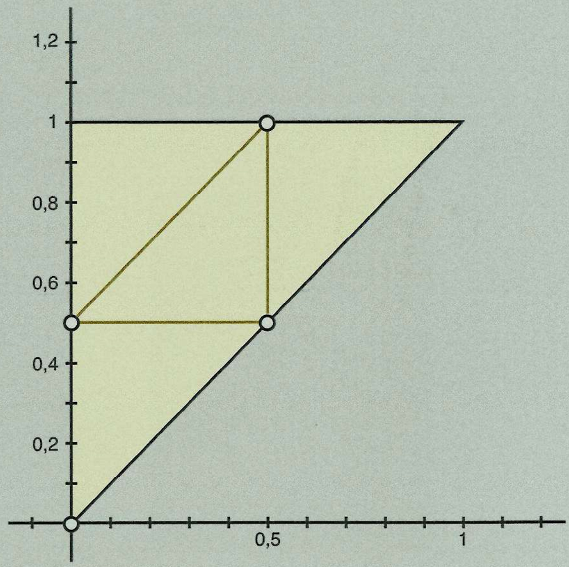


Figura 3.

2) E a palhinha? Cortamo-la em dois pontos escolhidos ao acaso, de modo a ficarmos com 3 pedaços. Qual é a probabilidade de que os três pedaços formem os lados de um triângulo?

De novo, o papel e o lápis e alguns pressupostos. Vamos tomar o comprimento da palhinha como unitário. A seguir, podemos imaginar que temos a palhinha na horizontal e que fazemos os dois cortes da esquerda para a direita. Designamos por x a distância à extremidade esquerda do ponto em que é feito o 1° corte e por y a distância à extremidade esquerda do ponto em que é feito o 2° corte. Deste modo, ficamos com três pedaços de palhinha de comprimentos: x, $y-x$ e $1-y$. Sabemos ainda que x é menor do que y, ou seja, o primeiro corte é feito num ponto à esquerda do segundo corte.

As condições a que devem obedecer as variáveis x e y são as seguintes:

$$\begin{cases} 0 < x < 1 \\ 0 < y < 1 \\ x < y \end{cases}$$

Se tomarmos o par ordenado (x, y) como um ponto do plano, o conjunto de pontos correspondentes aos possíveis cortes feitos na palhinha fica representado pela região do plano que se vê na figura 2.

Agora, é preciso ver em que condições os três pedaços formam um triângulo e para isso basta que seja verificada a desigualdade triangular:

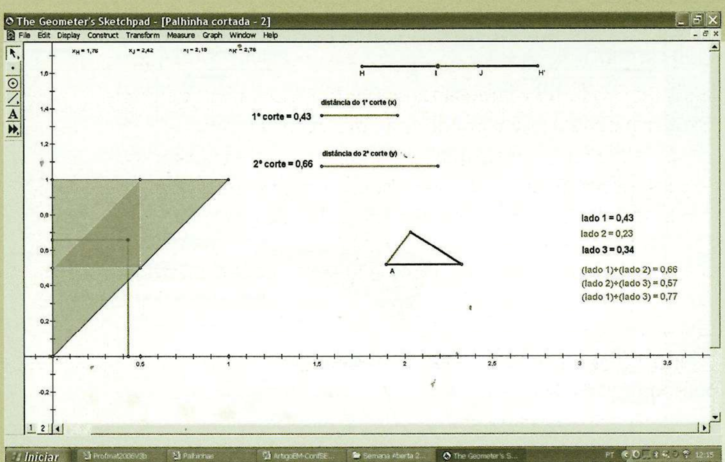
$$x + (y - x) > (1 - y) \Leftrightarrow y > 1 - y \Leftrightarrow y > \frac{1}{2}$$

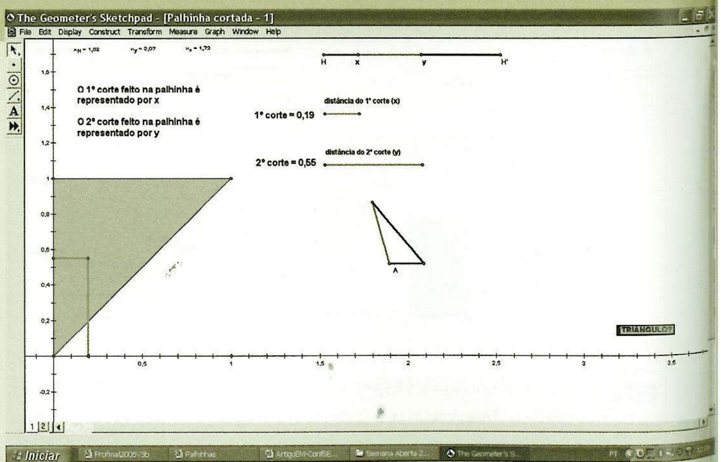
$$x + (1 - y) > (y - x) \Leftrightarrow -2y > -2x - 1 \Leftrightarrow y < x + \frac{1}{2}$$

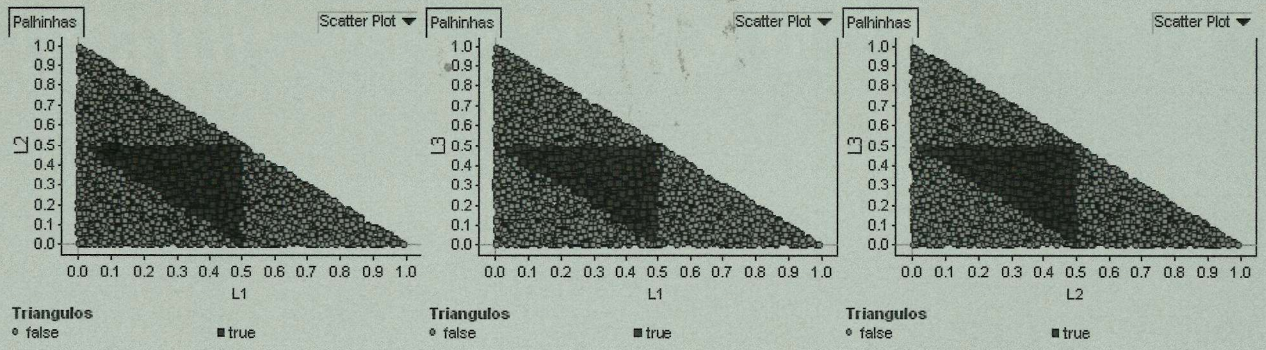
$$(y - x) + (1 - y) > x \Leftrightarrow 1 - x > x \Leftrightarrow$$

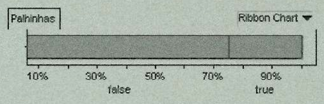
$$\Leftrightarrow -2x > -1 \Leftrightarrow x < \frac{1}{2}$$

Deste modo, encontramos a região do plano que nos dá os casos favoráveis e a probabilidade de se obter um triângulo vem dada pelo quociente entre as duas áreas, que é 1/4 (figura 3).









O problema é divertido. Permite pedir aos alunos que façam a experiência ao vivo; basta uma embalagem de palhinhas e umas tesouras. A tendência, em princípio, é a de que os cortes feitos *aleatoriamente* sejam muito mais *favoráveis* do que deveriam ser. Os alunos são ludibriados por esse exercício. A probabilidade de se obter um triângulo parece grande, talvez 50% ou até mais...

É possível fazer uma simulação no Sketchpad e trabalhar o problema, mesmo sem a formalização matemática que está associada ao facto de termos variáveis contínuas. Podemos arrastar os pontos x e y ao longo do segmento que representa a palhinha, observar as coordenadas do ponto (x, y) moverem-se dentro da região do plano assinalada, quando se forma um triângulo e quando não se consegue construir um triângulo.

E, além disso, pode-se verificar que só há triângulo numa determinada zona dessa região, também ela correspondente a um triângulo menor. E concluir, de forma intuitiva, que a razão entre as duas áreas dá o valor da probabilidade e notar que falha o triângulo quando uma das desigualdades não é respeitada...

Mas esta não é a única via possível pois há outras ferramentas vigorosas que permitem ainda outras formas de representação e de interpretação do problema. O programa Fathom oferece uma outra perspectiva de simulação dos cortes na palhinha.

Também com algumas características dinâmicas interessantes e com uma paleta muito variada de formas de representação, dá-nos a capacidade de simular, num ápice, um número de experiências bastante grande. Num abrir e fechar de olhos, conseguimos partir em pedaços 5000 palhinhas e gerar uma colecção de dados, com base na construção de uma tabela. Para cada palhinha destruída, temos os comprimentos de cada um dos pedaços cortados, L_1, L_2, L_3 (note-se que não é bem o mesmo do que ter as distâncias a que se fazem os cortes na palhinha). Na mesma tabela, é possível fazer um teste em que ficamos a saber se dá para formar um triângulo (True) ou se não dá (False). Também podemos representar os pares de pontos (L_1, L_2), (L_1, L_3), (L_2, L_3) e ainda pedir que estes pontos sejam *catalogados* de acordo com a tabela em "true" e "false". Mais simplesmente, podemos pedir um gráfico em barra com a representação do número de falsos e de verdadeiros. A proporção entre ambos é muito evidente e corrobora a questão da relação entre as áreas.

Prosseguindo nos trilhos...

Os dois problemas que achei oportuno trazer para esta parte final não pretendem ser mais do que simples ilustrações, ideias, possibilidades. De certo modo, não se afastam muito da perspectiva com que nasceram muitas outras propostas e sugestões há vinte anos atrás. Contudo, pretendem mostrar que, no presente, é possível integrar na sala de aula de Matemática, com os alunos, problemas e situações realistas, recorrendo a ferramentas tecnológicas diversas e cada vez mais multifacetadas, capazes de suscitar múltiplas formas de representação e interpretação de conceitos e de promover o pensamento matemático.

Os trilhos da Matemática escolar denotam mudanças, e algumas delas profundas, nas duas últimas décadas. Decerto que não nos conduzem a um cenário de contentamento mas também não significam que tudo mudou para pior. Aliás, fazer tábua rasa do muito que se tem realizado e delapidar o mais que pode ser conquistado e melhorado na Matemática escolar parece ter-se tornado uma moda enfadonha.

Persisto em admitir que, entre muitas outras coisas possíveis e necessárias, um copo de sumo e uma palhinha poderão ajudar a enriquecer a experiência dos alunos (e dos professores) na Matemática e na escola.

Susana Carreira

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências e Tecnologia
Universidade do Algarve

Centro de Investigação em Educação
Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa