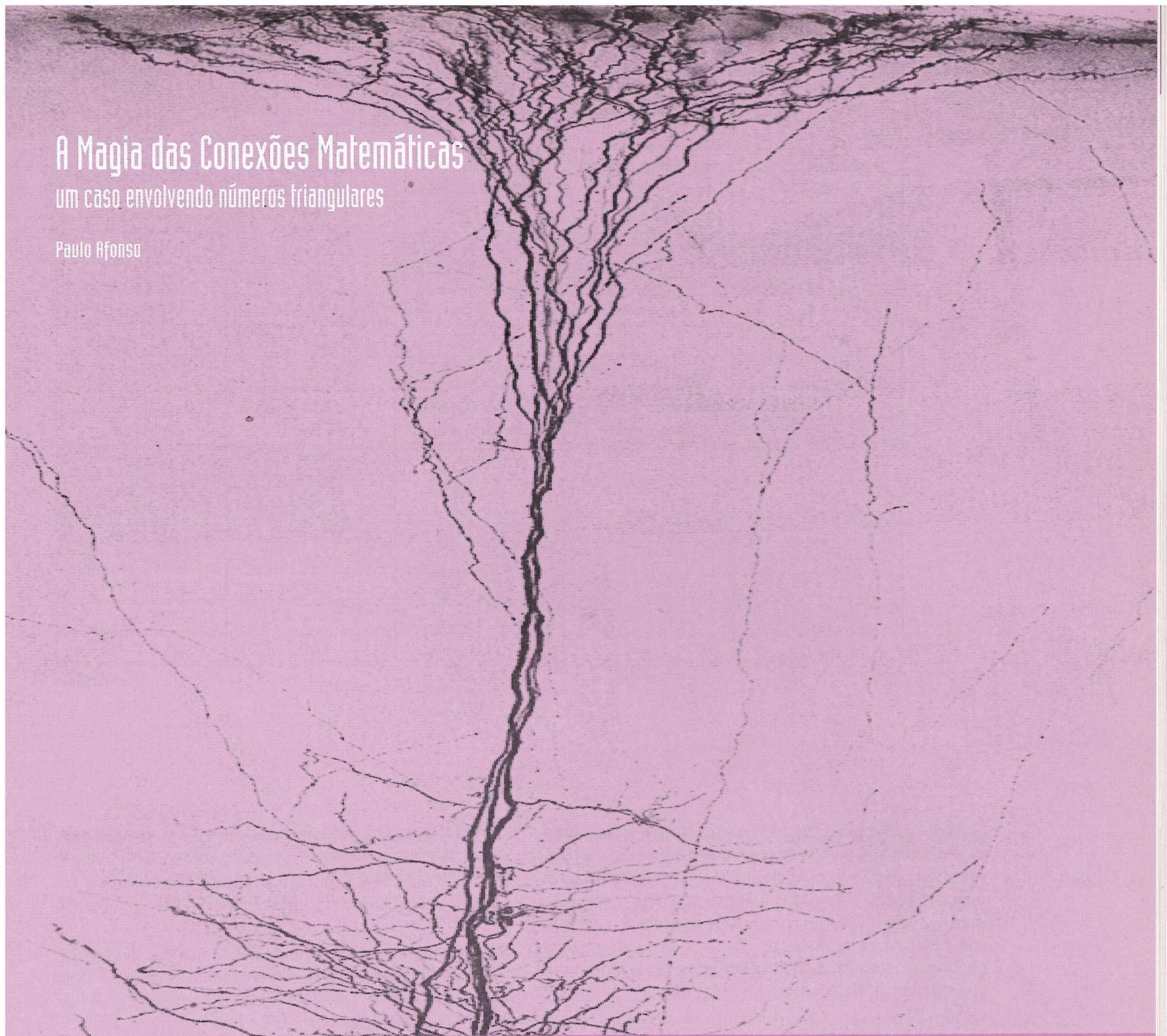

# A Magia das Conexões Matemáticas

## um caso envolvendo números triangulares

Paulo Afonso

### Relevância das conexões matemáticas

O tema das conexões matemáticas é explicitamente assinalado pelo documento americano *Standards* do *National Council of Teachers of Mathematics*, traduzido para língua portuguesa pela APM e IIE em 1991. Para cada conjunto de ciclos de escolaridade (K-4, 5-8 e 9-12), esta associação de professores encara este tema como sendo uma das mais de dez normas básicas consideradas para o ensino e aprendizagem da Matemática. A sua justificação assenta no pressuposto de que se o ensino-aprendizagem da Matemática enfatizar a inter-relação das ideias matemáticas, leva a que os alunos não aprendam somente Matemática, mas aprendam, também, a reconhecer o seu sentido útil (NCTM, 2000). Assim, na Matemática dever-se-iam estabelecer ligações entre os aspectos conceptual e processual, bem como entre os diferentes tópicos programáticos a considerar, para além da ligação da Matemática a outras áreas do currículo ou a vários aspectos da vida quotidiana dos alunos.

Esta associação americana salienta que "só um vasto contacto com tópicos integrados poderá proporcionar uma melhor retenção dos conceitos e destrezas ensinados" (APM e IIE, 1991, p. 42). Trata-se, pois, de uma visão contrária à concepção da Matemática como sendo um mero somatório de matérias avulsas, planeadas para serem ensinadas em momentos perfeitamente delimitados no tempo e sem ligação entre si.

Como verdadeiros agentes do currículo, os professores deveriam fazer um esforço para não ficarem reféns da estruturação segmentada do programa veiculado pelos manuais

<table>
<tr><th>Caixas vendidas</th><th>Total de mangas para vender</th><th>Total de mangas para cada grupo</th><th>Caixas de mangas do Brasil</th><th>Caixas de mangas do México</th></tr>
<tr><td rowspan="7">1 + 10</td><td rowspan="7">45</td><td rowspan="7">3 + 42<br>6 + 39<br>9 + 36<br>12 + 33<br>15 + 30<br>18 + 27<br>21 + 24</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>15</td><td>21 + 6 + 3</td></tr>
<tr><td>15 + 3</td><td>21 + 6</td></tr>
<tr><td>21</td><td>15 + 6 + 3</td></tr>
</table>

Tabela 1.

escolares adoptados. Tirando partido da sua visão holística do currículo, entenda-se programa da disciplina, e numa verdadeira gestão flexível do mesmo, os professores deveriam evidenciar o lado útil e abrangente dos conteúdos a trabalhar com os alunos. Aos professores caberá, pois, a tarefa de envolver os alunos na resolução de tarefas que impliquem o estabelecer de relações entre os conceitos e os procedimentos matemáticos (APM e IIE, 1994; NCTM, 2000).

Nesta tarefa, a temática da resolução de problemas pode assumir uma importância considerável. Para além da motivação inicial que consegue impor, consubstancia-se num contexto de aprendizagem desafiador, propício a que a Matemática possa ser encarada como sendo um tipo de actividade mental, onde a construção do conhecimento social implica conjecturas, provas e refutações e em que a validade dos resultados carece de avaliação (Thompson, 1992).

## Exploração de várias conexões matemáticas a partir de uma simples situação do quotidiano que tira partido dos primeiros valores da sequência de números triangulares

"Imagine-se que na secção de frutas de uma grande superfície comercial existiam caixas contendo mangas, sendo algumas provenientes do Brasil e outras provenientes do México. Se se contarem as mangas existentes em cada caixa, o cenário é o seguinte: numa caixa há apenas 1 manga; noutra caixa há 3 mangas; numa terceira caixa há 6 mangas; outra contém 10 mangas; numa quinta caixa há 15 mangas e, por fim, noutra caixa há 21 mangas."

Face à situação exposta, o número de frutos envolvidos permite que se desafiem os alunos com um conjunto de questões que os pode envolver na realização de pequenas investigações matemáticas:

1 — Pode-se dizer que há tantas mangas de um país como do outro. Será verdade?

2 — Se se vender uma caixa de mangas, as restantes caixas continuam a conter um número de mangas que permitem a obtenção de dois grupos com a mesma quantidade de mangas. Contudo, isso implica que já não se tenha em conta a proveniência geográfica das mangas. Qual a caixa a ser vendida?

3 — Se se venderem duas caixas de mangas, as restantes caixas continuam a conter um número de mangas que permitem a obtenção de dois grupos com a mesma quantidade de mangas. Contudo, isso implica, uma vez mais, que não se tenha em conta a proveniência geográfica das mangas. Qual a caixa a ser vendida? Será que há mais do que uma possibilidade de resposta?

4 — Se se venderem três das seis caixas de mangas, as

| Caixas vendidas | Total de mangas para vender | Total de mangas para cada grupo | Caixas de mangas do Brasil | Caixas de mangas do México |
|---|---|---|---|---|
| 1 + 3 | 52 | 25 + 27 | 15 + 10 | 21 + 6 |
| 1 + 6 | 49 | | | |
| 1 + 10 | 45 | | | |
| 1 + 15 | 40 | 19 + 21 | 10 + 6 + 3 | 21 |
| 1 + 21 | 34 | 16 + 18 | 10 + 6 | 15 + 3 |
| 3 + 6 | 47 | | | |
| 3 + 10 | 43 | | | |
| 3 + 15 | 38 | 18 + 20 | | |
| 3 + 21 | 32 | 15 + 17 | 15 | 10 + 6 + 1 |
| 6 + 10 | 40 | 19 + 21 | 15 + 3 + 1 | 21 |
| 6 + 15 | 35 | | | |
| 6 + 21 | 29 | | | |
| 10 + 15 | 31 | | | |
| 10 + 21 | 25 | | | |
| 15 + 21 | 20 | 9 + 11 | 6 + 3 | 10 + 1 |

Tabela 2.

restantes caixas continuam a conter um número de mangas que permitem a obtenção de dois grupos com a mesma quantidade de mangas. Contudo, isso implica, uma vez mais, que não se tenha em conta a proveniência geográfica das mangas. Qual a caixa a ser vendida?

5 — Se se vender uma única caixa de mangas, as restantes mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas em que um deles tem apenas mais uma manga que o outro. Qual a caixa a ser vendida? Quantas são as possibilidades de resposta?

6 — Que reflexão pode ser feita acerca das mangas que restam, se se vender a caixa que contém as dez mangas? Poder-se-ão obter dois conjuntos de mangas em que um deles tem apenas mais duas mangas do que o outro? As caixas de mangas não vendidas poderão proporcionar mais do que um tipo de agrupamentos para se obter resposta a esta situação?

7 — Será que a caixa de dez mangas é a única que possibilita, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, em que um tem apenas mais duas mangas do que o outro?

8 — Haverá alguma caixa que possibilite, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, em que um tem apenas mais três mangas do que o outro?

9 — Quais as duas caixas a vender, por forma que as mangas restantes possibilitem a obtenção de dois grupos, sendo ambos múltiplos de sete? Haverá mais do que uma resposta?

10 — Quais as duas caixas a vender, por forma que as mangas restantes possibilitem a obtenção de dois grupos, sendo ambos múltiplos de três? Haverá mais do que uma resposta?

11 — Haverá duas caixas que possibilitem, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, em que um tem apenas mais duas mangas do que o outro? Quantas possibilidades de resposta existem?

12 — Haverá duas caixas que possibilitem, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, sendo ambos dois números quadrados? Quantas possibilidades de resposta existem?

13 — Se se venderem três caixas de mangas, as restantes mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas em que um deles tem apenas mais uma manga que o outro. Quais as caixas a serem vendidas? Quantas são as possibilidades de resposta?

14 — Se se venderem três caixas de mangas, as restantes mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas em que um deles tem apenas mais duas mangas que o outro. Quais as caixas a serem vendidas? Quantas são as possibilidades de resposta?

15 — Se se venderem três caixas de mangas, as restantes

mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas em que um deles é a quarta parte do outro. Quais as caixas a serem vendidas?

16 — Se se venderem três caixas de mangas, as restantes mangas existentes possibilitam a obtenção de dois conjuntos de mangas, sendo ambos múltiplos de três e, ao mesmo tempo, também são potências de base três. Quais as caixas a serem vendidas?

## Explorando dois dos casos

Dado que a resolução de todas as propostas de investigação implicaria tornar este artigo muito extenso, limito-me a expor a resolução de apenas duas delas. Por outro lado, a não inclusão das demais resoluções também pode contribuir para aumentar o desejo do leitor para tentar, por si mesmo, as suas resoluções, que poderão não coincidir exactamente com as que eu viesse a expor neste texto.

Sendo assim, começarei por debruçar-me sobre a proposta n° 10:

"Quais as duas caixas a vender, por forma que as mangas restantes possibilitem a obtenção de dois grupos, sendo ambos múltiplos de três? Haverá mais do que uma resposta?"

Uma eventual boa conjectura inicial para se tentar resolver esta proposta de investigação é a de procurarmos um valor de mangas sobrante que também seja múltiplo de três, por ser a soma de dois múltiplos de três. Ora, isso só ocorre se as caixas a vender forem a de uma e de dez mangas. Resultaria um total de quarenta e cinco mangas para serem vendidas, o que permitia obter três respostas válidas: (a) 15 + 30, (b) 18 + 27 e, (c) 21 + 24, e excluir os quatro primeiros casos, como evidencia a tabela 1.

Explorando agora a proposta n° 11:

"Haverá duas caixas que possibilitem, após a sua eventual venda, a obtenção de dois grupos de mangas, em que um tem apenas mais duas mangas do que o outro? Quantas possibilidades de resposta existem?"

Uma primeira abordagem a esta proposta de investigação poderia ser por via da estratégia da tentativa e erro. Contudo, usando-se um procedimento mais sistemático, devemos ter em conta que as duas caixas a vender terão que ser tais que permitam que, subtraindo o valor 2 ao total de mangas por vender, se obtenha um número par. Isto implica que apliquemos a expressão: "$x + (x + 2)$" ou "$2x + 2$" a cada valor par sobrante (ver tabela 2).

Esta proposta de investigação possibilita, pois, seis respostas válidas, pois poder-se-iam vender as caixas contendo: (a) 1 e 3 mangas; (b) 1 e 15 mangas; (c) 1 e 21 mangas; (d) 3 e 21 mangas, (e) 6 e 10 mangas ou, (f) 15 e 21 mangas.

Estes são apenas duas possíveis resoluções para estas duas propostas de investigação. Dada a riqueza das múltiplas resoluções que cada uma das restantes também permite, estou certo que após a resolução de cada um destes dezasseis desafios, os alunos terão contactado com vários conceitos matemáticos, como sejam: (a) múltiplos de um número; (b) números racionais representados sob a forma de fracção; (c) expressões numéricas; (d) equações; (e) potências; (f) números triangulares e, (g) números quadrados. Tratar-se-á, pois, de uma verdadeira aventura pelo mundo das conexões matemáticas!

A título de conclusão, gostaria de destacar que o caso que explanei a partir desta situação quotidiana, não é mais do que um exemplo ilustrativo, entre muitos outros, de como a Matemática pode ser vista como sendo um todo harmonioso, em que os conceitos podem ter interligação entre si. Aliás, a partir destes mesmos números triangulares poder-se-ia entrar numa nova conexão matemática, que seria com o triângulo de Pascal. Certamente que outras "magias matemáticas" poderiam ser exploradas!

É, pois, com exemplos como este que se conseguirá evidenciar que a Matemática pode desafiar o interesse e a curiosidade dos alunos, pois, quando trabalhada com ligação ao real e com os conceitos interligados entre si, ela não fica desprovida de sentido.

## Bibliografia

APM e IIE (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar. Tradução portuguesa dos Standards do National Council of Teachers of Mathematics*. Lisboa: Autor.

APM e IIE (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática. Tradução portuguesa dos Professional Standards do National Council of Teachers of Mathematics*. Lisboa: Autor.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: Autor.

Thompson, A. (1992). Teacher's beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research in mathematics teaching and learning* (pp. 127-146). Nova Iorque: Macmillan.

**Paulo Afonso**

**Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Castelo Branco**