

Os números nas moedas

A Rute colocou um autocolante redondo em cada uma das faces de três moedas. Depois escreveu um número em cada autocolante. Os seis números que escolheu eram inteiros e consecutivos. Lançou as três moedas ao ar e saíram as faces com os números 5, 6 e 7, cuja soma é 18. Repetiu isto mais três vezes e as somas obtidas foram 20, 14 e 13.

Que números estão em cada uma das moedas?

(Respostas até 28 de Fevereiro)

Na carruagem do comboio

O problema proposto no número 88 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Outro dia fui de Lisboa ao Porto de comboio numa carruagem de 100 lugares. Tinha como companheiros vários homens e várias mulheres. O comboio fez quatro paragens e fui reparando em quem entrava e saía. Em Santarém desceram um terço dos passageiros e entraram dois homens. No Entroncamento, saíram novamente um terço dos presentes e entraram mais dois homens. Em Coimbra, também ficaram um terço dos passageiros e entraram dois homens. Finalmente, em Aveiro desceram um terço dos viajantes e entraram dois homens. Olhei à volta e, contando comigo, já só havia homens na carruagem. Quantos eram eles?

Recebemos 16 respostas: Ana Luísa Correia, Augusto Taveira (Faro), Eduardo Veloso (Lisboa), Francisco Branco (Ovar), Francisco Estominho (Lisboa), Francisco Martins (Charneca da Caparica), Graça Braga da Cruz (Ovar), Helena Cunha (Viseu), João Barata (Castelo Branco), José Paulo Coelho, Pedro Macias Marques, Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Rita Bastos (Lisboa), Sónia Abrantes (Elvas), a turma de Didáctica da Matemática da UBI (Covilhã) e os Professores da Esc. Sec. Gil Eanes, de Lagos, que resolveram juntar-se periodicamente para resolver os problemas da revista *Educação e Matemática*.

Como sempre, apareceram resoluções variadas.

1) Com folha de cálculo, por dois processos

No primeiro (o mais usado), coloca-se na primeira coluna (passageiros à saída de Lisboa) os múltiplos de 3 e nas colunas seguintes o número de pessoas no comboio à chegada a cada estação (que são $2/3$ do número anterior mais 2). Depois basta ver em que casos na chegada ao Porto se obtém um número inteiro.

No segundo processo, começando pelo fim e em que na primeira coluna se põe os possíveis números correspondentes à chegada ao Porto ("no mínimo 3, o narrador e os dois homens que entraram em Aveiro", diz a turma de Didáctica).

2) Com o programa Geometer's Sketchpad

Nunca imaginámos que tal fosse possível mas alguns elementos do Grupo de Trabalho de Geometria da APM resolveram utilizar todas as potencialidades do programa. Como diz a Rita, "até os problemas de números nós resolvemos como se de geometria fossem!". O Eduardo comenta as diferentes abordagens: "A solução mais bonita e a única geométrica é a, da Rita, a seguir a tentativa do Pedro pode dar-nos ideias para muitas coisas" e lembrou a questão do ponto fixo.

"As nossas numéricas valem o que valem, mas acho que é interessante ver o GSP a entrar no campo dos números."

3) Com papel e lápis

Foi a mais "popular". Uma das possibilidades era admitir que havia N pessoas à saída de Lisboa. Então, o número de passageiros à partida das restantes estações vai ser:

Santarém: $2N/3 + 2$ ou $(2N + 6)/3$

Entroncamento: $2/3 \times (2N + 6)/3 + 2$ ou $(4N + 30)/9$

Coimbra: $2/3 \times (4N + 30)/9 + 2$ ou $(8N + 114)/27$

Aveiro: $2/3 \times (8N + 114)/27 + 2$ ou $(16N + 390)/381$

Falta agora descobrir (por tentativas?) o valor de N . Se introduzirmos esta última expressão como função numa calculadora gráfica e pedirmos uma tabela para os valores da variável que são múltiplos de 3, procuramos os que dão valores inteiros. Encontramos duas soluções: $N = 87$ e chegam 22 passageiros ao Porto; $N = 6$ e chegam 6 passageiros, "sendo constante e igual a 6 o número de passageiros na carruagem ao longo da viagem" (Francisco Branco). Resposta: "Eles (homens, excluindo o autor) eram 5 ou 21" (José Paulo).

O facto de não haver uma solução única provocou vários comentários: "Parece haver duas soluções mas na verdade a CP estaria falida se numa viagem de Lisboa ao Porto uma carruagem de 100 lugares transportasse apenas 6 passageiros." (Ana Luísa); "Todos estávamos à espera que aquela informação dos passageiros serem homens eliminasse uma das duas soluções! Mas (...) verificámos que essa informação era irrelevante e que as duas soluções funcionavam igualmente quer se tratasse de homens ou de mulheres!" (Grupo de Trabalho de Geometria); O Francisco Estominho interroga-se: "Qual é a relevância da informação *entraram dois homens*? Não bastaria dizer *entraram dois passageiros*?"

Finalmente, a turma de Didáctica leva um pouco mais longe o problema, investigando o número de homens e mulheres à partida: "Se tomarmos 6 homens como resposta final, qualquer que seja o número de mulheres à partida (no máximo 4 pois há vários homens — e para, nós, dois já são vários), é sempre possível que elas desçam durante as paragens até ao Porto. Se tomarmos 22 homens como resposta final (isto é, 87 passageiros iniciais), a resposta só satisfaz as condições do problema se tiverem partido de Lisboa pelo menos 14 homens; isto é, se o número de homens for inferior a 14 não há possibilidade das mulheres descerem todas nas paragens até ao Porto."