

## Às voltas com o tempo!

Ana Paula Silva e Pedro Miguel Oliveira

Dia 9 de Setembro do ano 2000, fim de tarde numa praia da Costa da Caparica. Leitura de um artigo de divulgação científica, no *Expresso*, cujo tema era *De novo Marés Vivas*. O artigo mencionava o efeito da atracção da Lua nas marés, os estudos feitos por Galileu, Newton e Lorde Kelvin e os modelos matemáticos por detrás de fenómenos periódicos, como o são, por exemplo, as marés e finalmente mencionava a análise harmónica, ou análise de Fourier, utilizada hoje na previsão das mesmas.

Como não entender que a Matemática está presente em praticamente todas as situações da vida, em todos os fenómenos físicos com que a natureza nos presenteia? Séries de Fourier — seria um bom tema para explorar na Monografia Científica que teríamos de elaborar durante o ano de Estágio Pedagógico? Difícil seria de certeza, mas parecia deslumbrante apercebermo-nos da ligação da matéria teórica leccionada na Faculdade com a periodicidade de certos fenómenos físicos e naturais ...

Entretanto, e enquanto nos reuníamos, como dois grupos de estágio a funcionar na escola António Arroio, surgiam temas para o Trabalho de Projecto a desenvolver com os alunos. Uma colega nossa, a Ana Sofia, tinha no ano anterior construído um relógio de Sol numa sessão prática no Encontro de Estágios na FCUL. Daí o seu interesse num projecto que envolvesse a construção de um relógio de sol.

Quando falámos com as nossas orientadoras de estágio da Faculdade, apercebemo-nos de que gostaríamos que conseguíssemos conciliar a monografia científica com o tema do Trabalho de Projecto a propor aos alunos. Aí surgiu-nos a dúvida: qual a ligação possível entre tópicos tais como Séries de Fourier e Relógios de Sol? A Professora Adelaide Carreira, orientadora da componente científica do estágio, propôs-nos que considerássemos a Trigonometria como uma forte componente da nossa monografia. Ao estudarmos a evolução dos conhecimentos matemáticos relacionados com a Trigonometria, poderíamos culminar com o estudo das séries de Fourier e das suas aplicações. E na fase introdutória e não só do avanço desses conhecimentos surgiria, como grande força motivadora para o desenvolvimento da Trigonometria, a necessidade da Contagem e Medição do Tempo, logicamente relacionadas com a Astronomia. Assim, o objectivo da nossa monografia seria desenvolver e aprofundar o nosso conhecimento de um núcleo de conceitos matemáticos relacionados com a Arte, a Astronomia, a Medição e Contagem do Tempo, os quais mostrariam a profunda ligação entre a Matemática e a Natureza.

Desta forma seria, então, possível conseguir estabelecer as conexões entre a Trigonometria, como um dos ramos da Matemática, e outra ciência que estuda o Universo, a Astronomia: através de um Trabalho de Projecto relacionado com



Figura 1. Mesa com relógios de sol.

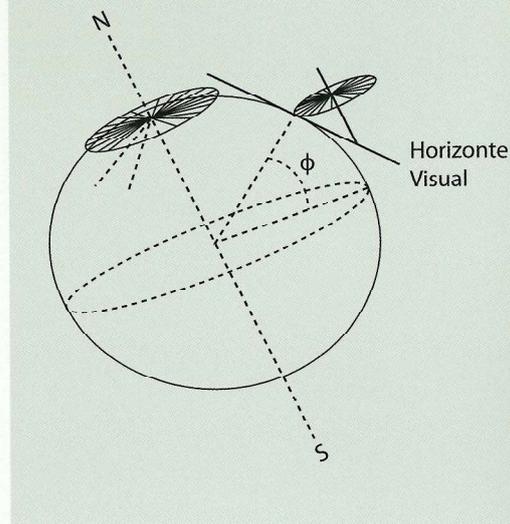
a Construção de um Relógio de Sol. Sendo assim, propusemo-nos fazer uma ligação entre a nossa actividade docente e o trabalho científico. E, de facto, tudo se encaixava porque uma das unidades temáticas do 11º Ano de Métodos Quantitativos que iríamos leccionar era Trigonometria e Resolução de Triângulos e Geometria no Espaço. Ora, que melhor forma haveria de leccionar estes conteúdos a não ser fazê-lo através da resolução de diversos problemas ligados à navegação, à topografia, à astronomia, à história, relacionados com situações concretas onde se aplicaríamos conhecimentos trigonométricos?

Na verdade, e como posteriormente nos demos conta, a Trigonometria e a Astronomia têm, desde a Antiguidade, andado de *mãos dadas*. Não se conseguem estabelecer os limites da importância que cada uma delas teve no desenvolvimento da outra e, por conseguinte, foi nosso objectivo mostrar aos alunos como duas ciências que estudam assuntos aparentemente diferentes se relacionam tão intimamente.

E foi assim que a passagem do milénio nos encontrou na vivência de um estágio pedagógico com muita intensidade e satisfação e com o objectivo de desenvolvermos, em conjunto com outros colegas e com os alunos da escola António Arroio o projecto a que nos tínhamos proposto: o Estudo e a Construção de Relógios de Sol.

Na realização deste trabalho visitámos, com os alunos e com os nossos colegas, localidades na zona de Mafra e Sintra, apreciámos monumentos e retratámos sensibilidades artísticas. Desde a pesquisa à investigação, desde a crítica social à concepção e construção de relógios de sol, foram várias as etapas que resultaram numa pequena exposição de trabalhos na própria escola (figura 1) e numa comunicação no Encontro de Estágios da Faculdade de Ciências.

No entanto, a importância do tema nas aplicações matemáticas em sala de aula e o enriquecimento cultural que este proporcionava levaram-nos a partilhar a experiência do estágio pedagógico no ProfMat de Vila Real, denominando todo o projecto como *As Sombras do Tempo* .... A dinâmi-



ca em torno do projecto foi crescendo. Por exemplo, fomos convidados pelo Departamento de Matemática da FCUL para participar no Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática (SPM), realizado em Coimbra, a 6 de Fevereiro de 2002<sup>1</sup> sobre Ensino da Matemática, no qual tivemos o prazer de apresentar uma comunicação que abordou o trabalho desenvolvido com os alunos sobre a Construção de Relógios de Sol.

Novos convites foram surgindo, entre os quais o de conceber uma exposição itinerante para acompanhar um encontro mundial sobre arquitectura e matemática denominada NEXUS 2002, em Óbidos.

Podemos considerar que foi neste momento que *As Sombras do Tempo* ... se projectaram, dando oportunidade ao aparecimento de um conjunto de outras ideias, originais e não só, onde novos alunos puderam experimentar e viver um tema tão rico como os relógios de sol e consequentes estudos científicos e históricos.

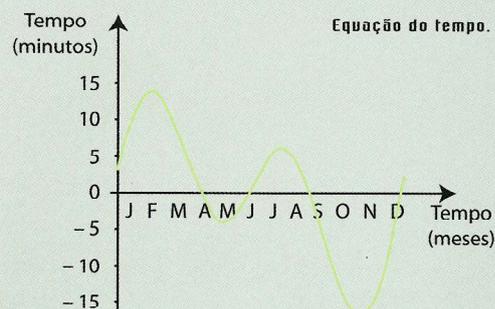
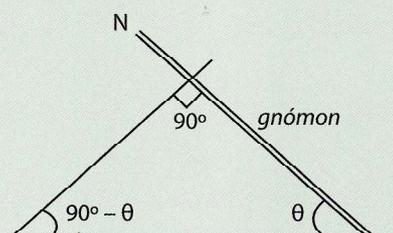
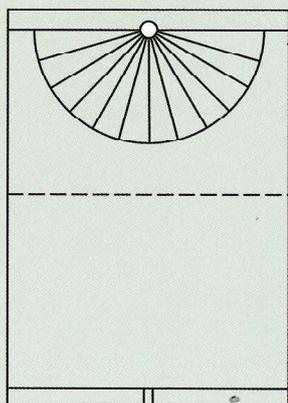
A riqueza que este projecto ainda hoje nos proporciona, tal como a partilhada, por exemplo, nas comunicações e sessões práticas bem participadas nos diferentes ProfMat's, leva-nos a destacar que este se encontra longe de estar esgotado pois continua a fazer sentido aplicá-lo na sala de aula e explorá-lo nos conteúdos temáticos envolventes.

### Relógio de Sol: um instrumento para medir o tempo

O início da contagem e medição do tempo reporta-se à observação dos movimentos dos corpos celestes. O Sol e as estrelas indicavam não só os vários momentos ao longo do dia e da noite, como também as estações ao longo do ano. A Lua indicava o momento do ciclo lunar.

A necessidade de registos indispensáveis para a marcação das sementeiras, colheitas e rituais religiosos, conduziu ao estudo e consequente registo das leis do movimento aparente do Sol. Assim surgiram os primeiros relógios de Sol.

Podemos dizer que o *Relógio de Sol* é um instrumento utilizado para medir o tempo através da observação da desloca-



ção da sombra produzida pelo sol quando este incide numa haste, o *gnómon*. A sombra é lida numa base graduada denominada *mostrador* e determina a hora do dia.

O modelo mais simples de relógio de sol é o *equatorial*<sup>2</sup>, que podemos considerar como uma miniatura da Terra. Neste tipo de relógio podemos reproduzir o plano equatorial terrestre (*mostrador*) e o respectivo eixo (*gnómon*), que simula, em termos de sombras, o efeito causado pelo movimento aparente do Sol. O Sol, no seu movimento aparente de Este para Oeste, faz com que a sombra do eixo incida no plano equatorial e se mova 15° por hora ( $360^\circ:24 \text{ horas} = 15^\circ/\text{hora}$ ). Ora, em qualquer disco paralelo ao plano do equador as marcas das horas podem ser determinadas, marcando ângulos de 15° a partir da marca correspondente às doze horas, ou seja, ao meio-dia solar, tomando para esta referência a posição da sombra no momento do dia em que o Sol atinge a sua altura máxima, isto é, quando passa no meridiano do lugar. Logo é lógico concluir que o *gnómon* tem que ser paralelo ao eixo da Terra e, conseqüentemente, perpendicular ao mostrador, e que tem de estar dirigido para o Pólo Norte Celeste (onde se situa aproximadamente a estrela polar). Além disso o *gnómon* deve fazer com o plano horizontal um ângulo igual à latitude ( $\theta$ ) do local onde se quer implantar o relógio de sol.

Os relógios de sol equatoriais têm um inconveniente. Como o mostrador é paralelo ao equador e o Sol está a norte deste apenas na Primavera e Verão, durante os meses de Outono e Inverno a sombra do sol é projectada na parte inferior do mostrador, onde é necessário fazer marcações horárias, tornando difícil a leitura das horas.

### Como ver as Horas num Relógio de Sol?

A marcação horária observada num relógio de sol é a hora solar verdadeira, diferente da dada pelos nossos relógios, a qual se denomina hora solar média. Esta diferença deve-se fundamentalmente a três factores: *Horário de Verão*, *Longitude do Lugar* e *Euação do Tempo*, as quais passamos a detalhar.

Quando estamos no *horário de Verão*, que adianta os nossos relógios 60 minutos para aproveitar melhor a luz do sol, necessitamos *adicionar uma hora* à marcação horária indica-

da pelo relógio de sol. A hora indicada por este também necessita ser corrigida de acordo com a *longitude do lugar*. Por cada grau de longitude Oeste em relação ao meridiano de Greenwich, adicionam-se 4 minutos à hora observada no relógio de sol e por cada grau de longitude Este subtraem-se 4 minutos.

Como a órbita da Terra em torno do Sol não é circular e como o eixo da Terra não é perpendicular ao plano da órbita, a velocidade da Terra durante o movimento de translação não é constante ao longo do ano, provocando variações no dia solar que podem atingir os 31 minutos de diferença. Por questões de conveniência sobre o uso de relógios, faz-se a média destas variações para obter a hora média de Greenwich. Então para se *corrigir a marcação horária* do relógio de sol e obter a hora média de Greenwich (hora standard para o país) aplica-se uma correcção apropriada chamada *Euação do Tempo*, ou seja, um gráfico ou tabela que mostra quanto um relógio de sol está adiantado ou atrasado, em relação ao tempo solar médio.

Como exemplo consideremos que estamos a 1 de Julho, em Lisboa, onde a longitude é 9° Oeste, e que a hora solar verdadeira (lida no relógio de sol) é 11 horas. A hora solar média vai ser corrigida do seguinte modo: pelo horário de Verão adicionamos uma hora; pela longitude do lugar adicionamos 36 minutos — como 9° correspondem a 0,6 da hora, o Sol só passa no meridiano de Lisboa 36 minutos depois de passar pelo de Greenwich, o qual marca a nossa hora legal; e pela equação do tempo adicionamos 4 minutos. Em suma, a hora que um relógio de pulso normal vai marcar neste dia, no momento assinalado, será 12 horas e 40 minutos.

### A construção de relógios de sol como área de projecto

Nos anos lectivos de 2003-2004 e 2004-2005<sup>3</sup>, tive a oportunidade de leccionar a área curricular não disciplinar de Área de Projecto a alunos dos 8° e 9° anos, respectivamente nas escolas Básicas dos 2° e 3° Ciclos, Mouzinho da Silveira e Costa da Caparica. No primeiro ano consegui que estivesse patente ao público, na nossa escola, e durante a Semana de Actividades, a Exposição Itinerante de Relógios de Sol *As Sombras do Tempo* ... Realizei uma Workshop sobre o



Figura 3. Os alunos a medirem os relógios.



Figura 4. Um relógio de sol construído pelos alunos.

tema para docentes e restante comunidade escolar e desenvolvi com os alunos do 8ºB o tema em questão, tendo os alunos construído os seus próprios relógios que ainda se encontram em exibição na escola.

No ano seguinte e como forma de motivar os alunos do 9º E da Escola Básica 2,3 Costa da Caparica para efectuar a sua própria investigação sobre a Contagem e Medição do Tempo ao longo de séculos, dei a conhecer-lhes os trabalhos realizados em anos anteriores sobre o tema e efectuámos uma visita de estudo à região saloia — Terrugem, Sintra, S. João das Lampas, S. Julião, Carvoeira, St. Isidoro, Palácio de Mafra (onde nos foi concedida uma autorização especial para visitarmos o relógio em forma de cubo<sup>4</sup> que está na cobertura do Palácio), onde estão implantados, em adros de igrejas, campas ou monumentos comemorativos, vários exemplares de Relógios de Sol (figura 3).

No decorrer da visita e com o auxílio de um guião, os alunos fizeram um registo fotográfico dos relógios encontrados e anotaram as observações necessárias para desenvolverem o tema estabelecido de modo a aplicarem o conhecimento adquirido e construiram eles mesmos o seu Relógio de Sol (figura 4).

A visita pretendeu ajudá-los a compreender de que forma o encantamento associado aos Relógios de Sol, acumulado ao longo de muitos séculos de história do nosso país, ainda faz, actualmente, parte do nosso quotidiano, como o atestam as várias iniciativas culturais e didácticas, ligadas à construção de Relógios de Sol, desenvolvidas nos últimos anos em Portugal. Finalmente os alunos sentiram-se aptos a construir o seu próprio relógio e entusiasmaram-se para participar no Clube do Tempo do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências (figura 5).

### Exemplos históricos e Actividades a considerar com os alunos

A medição directa das distâncias torna-se problemática quando estas são praticamente inacessíveis. Por exemplo, como é que se pode localizar a posição relativa de um certo local na superfície terrestre ou como determinar a posição

de certos corpos celestes? É útil que os alunos se apercebam que ao longo dos tempos foi necessário determinar medidas e distâncias que não eram passíveis de serem obtidas directamente. Por que não, então, abordar os excelentes exemplos ligados à história da astronomia e da trigonometria, que iniciaram o seu desenvolvimento no tempo dos gregos, tais como: Thales de Mileto (século VI a.C) determinou a altura das pirâmides do Egipto; Eratóstenes (século III a.C) conseguiu obter a medida do raio da Terra; Aristarco (século II a.C) comparou a distância relativa da Terra ao Sol e da Terra à Lua; Hiparco (século II a.C) utilizou a trigonometria para fazer medições, prever eclipses, fazer calendários e cálculos na navegação. Pessoalmente, temos utilizado muitos destes exemplos para mostrar aos nossos alunos que a Trigonometria, como ramo da matemática que se ocupa do estudo das relações entre as medidas dos lados e as medidas dos ângulos de triângulos planos e esféricos, permitiu medir distâncias inacessíveis e resolver problemas de astronomia. O estudo de triângulos semelhantes, com ângulos iguais e lados proporcionais, conduziu à conclusão que as razões entre os lados dos triângulos estavam directamente relacionadas com as medidas dos ângulos. A Trigonometria, ao transformar medidas angulares em medidas de comprimento é o elo de ligação fundamental entre a matemática e a astronomia, a geodesia e a topografia. Na actualidade encontram-se aplicações para a trigonometria nas telecomunicações, na música, na determinação de distâncias entre estrelas, na medicina e em muitas outras áreas científicas.

Além destes e de outros exemplos, existem muitas actividades relacionadas com a construção de relógios de sol que envolvem conhecimentos de trigonometria, quer muito básicos, quer mais complexos, e que podem ser aplicadas em contexto de sala de aula e/ou na exploração de uma Área de Projecto, envolvendo disciplinas como a Matemática, a Geografia, a História, o Português, a Educação Visual e/ou Tecnológica ou outras. A título de exemplo mencionamos:

*Determinação da hora do meio dia solar* — Podemos colocar um pau na vertical e marcar com um giz ou lápis a extre-

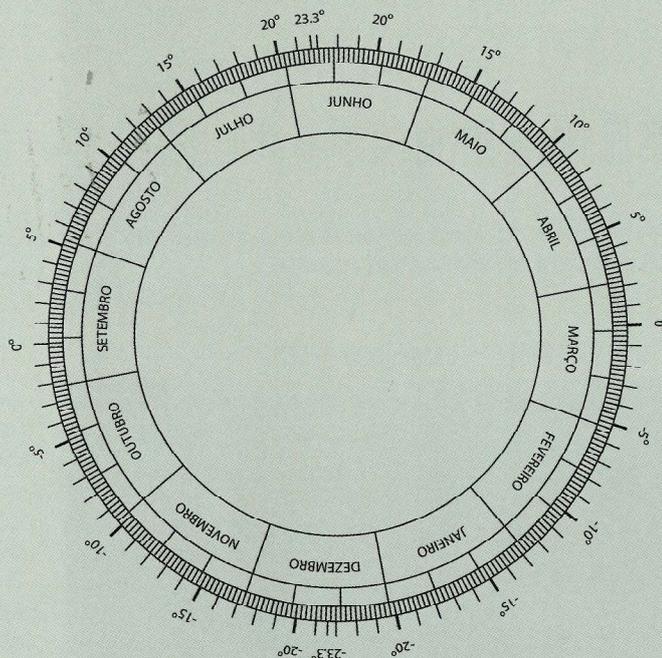
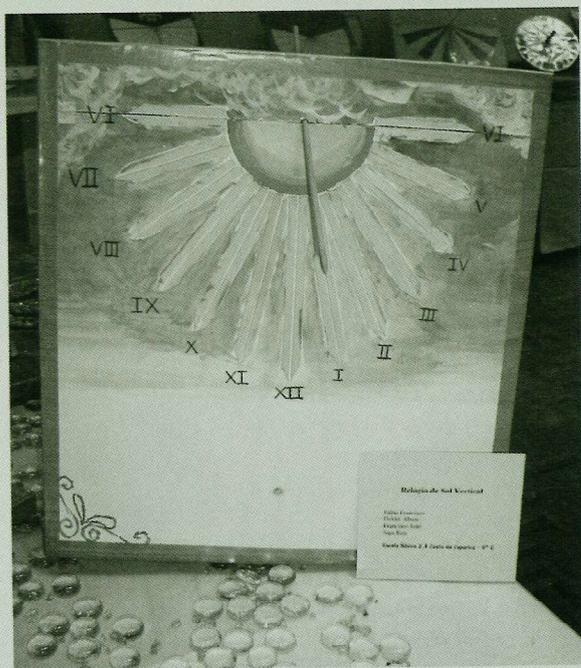


Figura 5. Outro relógio de sol construído pelos alunos.  
[\[http://mat.fc.ul.pt/pt/noticias/item/129\]](http://mat.fc.ul.pt/pt/noticias/item/129)

midade da sombra do pau. O momento em que a sombra é a menor indica a hora do meio-dia solar.

**Determinação da direcção do Norte Geográfico** — A agulha da bússola indica aproximadamente a direcção do Pólo Norte. Em Portugal Continental, é necessário considerar um ajustamento de cerca de 5° para Este, para assinalar o Norte verdadeiro. Repetindo a actividade anterior sabemos que o sentido da sombra do sol ao meio-dia indica a direcção do Norte geográfico.

**Determinação da latitude de um lugar** — Devemos medir o ângulo que o Sol faz com o horizonte ao meio-dia solar e recorrer a uma tabela como as utilizadas pelos navegadores nos séculos XV e XVI, para efectuar a correcção a fim de obter a latitude do lugar onde é feita a medição:  $\text{Latitude} = 90^\circ - (\text{ângulo medido}) + (\text{ângulo de correcção})$ . *Exemplo:* no dia 10 de Setembro o Sol ao meio-dia está na vertical do paralelo dos 3° Norte. No dia 30 de Novembro o sol ao meio-dia está na vertical do paralelo dos 18° Sul. Na tabela os valores negativos referem-se a latitudes do Hemisfério Sul.

**Notas**

- 1 [http://www.mat.uc.pt/enspm02/sess\\_em\\_res.htm](http://www.mat.uc.pt/enspm02/sess_em_res.htm).
- 2 As instruções para a construção deste tipo de relógio (e também do relógio de sol horizontal e vertical) encontram-se no site [http://www2.apm.pt/files/22209\\_Documento\\_para\\_Sessao\\_43ee12afb23ad.doc](http://www2.apm.pt/files/22209_Documento_para_Sessao_43ee12afb23ad.doc). Ver ainda sobre conceitos básicos que envolvem relógios de sol e instruções para a sua construção no site <http://mea.proto.artenumerica.com/sobrar/>.
- 3 Experiência pessoal de Ana Paula Silva.
- 4 Ver foto no site <http://www2.apm.pt/portal/index.php?id=22209>.

**Referências Bibliográficas**

Bivar Weinholtz, António — *Algumas Aplicações Históricas da Geometria* — Textos de Apoio, Departamento de Matemática-FCUL.

Brown, David e outros — *Make a Sundial*, 2ª Edição, British Sundial Society (1993).

Carrreira, Adelaide; Silva, Ana Paula; Oliveira, Pedro Miguel; Nápoles, Suzana Metello — *As Sombras do Tempo ...*, Catálogo da Exposição de Relógios de Sol, 2002.

Embacher, Franz — *Relojes de Sol-Teoria Y Construcción*; Progen-sa, 1992.

Fonseca, Helena e Brunheira, Lina — *Uma experiência com Relógios de Sol*, Ensinar Matemática, Constância.

Kausmann III, William, J. — *Universe*, New-York, W.H. Freeman and company 4 th ed., 1994.

Pavanello, Gian Carlo e Trincherro, Aldo — *Relojes de Sol: Historia, Funcionamiento, Construcción*, Editorial De Vecchi, S.A. 1998-Barcelona.

Ransom, Peter (1994) — *Fun With the sun*, Curso ProfMat 94.

Silva, Ana Paula; Lopes, Ana Sofia; Saporiti, Cristina; Oliveira, Pedro; Bastos, Rita — *Sombras do Tempo*, ProfMat 2001.

Veloso, Eduardo — *Algumas Noções Elementares de Astronomia*, APM — Associação de Professores de Matemática, 1991.

<http://www.cienciaviva.pt/1atlong/> — Kit latitude e longitude que inclui relógio de sol.

<http://perso.orange.fr/blateyron/sundials/shadowsprog/index.html> — programa que efectua cálculos necessários à construção de um relógio de sol.

Ana Paula Rocha C.F. Silva, Escola Secundária da Amora, Seixal  
 Pedro Miguel Oliveira, Colégio S.João de Brito, Lisboa