Um saco com pauzinhos

Num saco estão vários pauzinhos, todos com comprimentos iguais a um número inteiro de centímetros. O maior dos paus tem 140 cm.

Retirando quaisquer três pauzinhos, nunca é possível construir um triângulo com eles.

No máximo, quantos pauzinhos há no saco?

Adaptado de um problema da revista Mathematics Teacher

(Respostas até 31 de Dezembro)

A Beatriz e o Luís andam de bicicleta

O problema proposto no número 87 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

A Beatriz e o Luís gostam muito de fazer um passeio de bicicleta todos os domingos. Outro dia resolveram ir experimentar a nova pista de cicloturismo de Vila Verde, que forma um circuito fechado. Prepararam as bicicletas e lá partiram, cada um em sua direcção e as velocidades constantes.

Eram exactamente 10 horas quando se cruzaram do outro lado do circuito. Às 10h25 a Beatriz chegou ao ponto de partida e depois esperou 11 minutos até o Luís aparecer.

A que horas começaram o passeio?

Qual é a relação entre as velocidades da Beatriz e do Luís?

Recebemos 10 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Augusto Taveira (Faro), Daniel Castanho (Vialonga), Fátima Cardoso (Moimenta da Beira), Francisco Estorninho (Lisboa), Francisco Martins (Charneca da Caparica), Graça Braga da Cruz (Ovar), João Barata (Castelo Branco), Luís Ferreira (o tal de Vila Verde ...) e Pedrosa Santos (Caldas da Rainha).

Apareceram resoluções variadas. Todas, excepto uma, são totalmente analíticas e, claro, completamente correctas. Destas, pela sua simplicidade, temos de destacar a do Alberto, que passamos a citar:

Sejam:

— velocidade da Beatriz: vB — velocidade do Luís: vL
— intervalo de tempo até ao cruzamento: t
— relação entre as velocidades da Beatriz e Luís:

$$r = \frac{vB}{vL}$$

Claro que a Beatriz vai percorrer depois do cruzamento o mesmo espaço que o Luís antes do cruzamento e vice-versa, ou seja

$$25vB = vL.t \quad (1) \qquad 36vL = vB.t \quad (2)$$

Dividindo as equações membro a membro, vem:

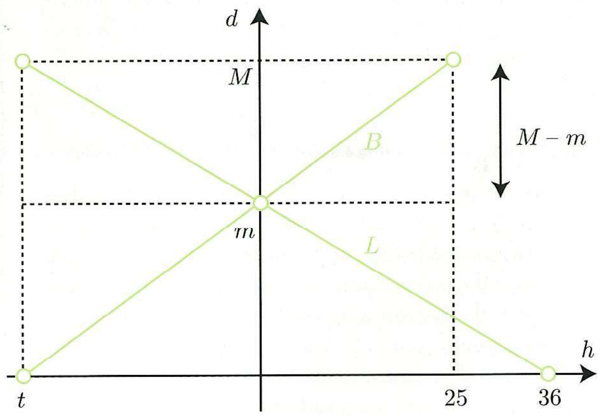
$$\frac{25}{36}r = \frac{1}{r} \text{ ou } r^2 = \frac{36}{25} \text{ ou } r = \frac{6}{5}$$

Substituindo vB/vL por $6/5$ em (1), obtém-se $t = 30$.

Conclusão: A relação entre as velocidades da Beatriz e Luís é de $6/5$ ou 1,2 e a hora da partida foi 9 h 30 min.

O Francisco Estorninho partiu de uma representação gráfica, o que pode levar a uma resolução também simples do problema como a que se apresenta. Sejam:

— M: a extensão do percurso,
— m: a distância percorrida pela Beatriz até ao cruzamento com o Luís,
— t: o tempo desde os momentos de partida e de cruzamento.



As velocidades são dadas pela distância percorrida a dividir pelo tempo, ou seja, pelos declives das rectas no gráfico.

Considerando os dois percursos (antes e depois do cruzamento), temos que a velocidade da Beatriz é

$$vB = \frac{m}{t} = \frac{M-m}{25}$$

e a velocidade do Luís é

$$vL = \frac{m}{36} = \frac{M-m}{t}$$

Resolvendo estas duas equações em ordem a $M - m$ vem

$$M - m = \frac{25}{t}m \quad \text{e} \quad M - m = \frac{mt}{36}$$

Igualando os dois valores fica:

$$\frac{25m}{t} = \frac{mt}{36}$$

Donde $t^2 = 25 \times 36$ ou $t = 30$.

A partida verificou-se às 9h30. A Beatriz demorou $30 + 25 = 55$ minutos. O Luís demorou $30 + 36 = 66$ minutos. A relação entre as velocidades é $66/55$ ou $6/5$.