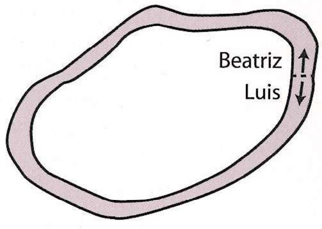
A Beatriz e o Luís andam de bicicleta

A Beatriz e o Luís gostam muito de fazer um passeio de bicicleta todos os domingos. Outro dia resolveram ir experimentar a nova pista de cicloturismo de Vila Verde, que forma um circuito fechado.

Prepararam as bicicletas e lá partiram, cada um em sua direcção e a velocidades constantes. Eram exactamente 10 horas quando se cruzaram do outro lado do circuito. Às 10h25 a Beatriz chegou ao ponto de partida e depois esperou 11 minutos até o Luís aparecer.

A que horas começaram o passeio? Qual é a relação entre as velocidades da Beatriz e do Luís?

(Respostas até 30 de Junho)



Piscinas Especiais

O problema proposto no número 85 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

Tanto a piscina da Branca como a do Luís são rectangulares, têm igual perímetro e as suas dimensões são um número inteiro de metros.

O número que representa a área da piscina da Branca (em m2) é igual ao triplo do número que representa o perímetro (em metros). Por sua vez, o número que representa a área da piscina do Luís é igual ao dobro do número que representa o perímetro.

Quanto mede cada uma das piscinas?

Recebemos apenas 9 respostas: Alberto Canelas (Queluz), Daniel Castanho (Vialonga), Francisco Estorninho (Lisboa), Graça Braga da Cruz (Ovar), Helena Cunha (Viseu), João Barata (Castelo Branco), João Maria de Oliveira (Cartaxo), *Matman* e Pedrosa Santos (Caldas da Rainha).

Muitas das resoluções dos leitores passaram pela imposição das condições do enunciado e depois pela utilização *intensiva* da folha de cálculo. No entanto, há resoluções mais analíticas, como vamos ver.

1º Método

Foi utilizado pelo Daniel, pelo Francisco, pelo *Matman* e, parcialmente, pela Helena. Sejam A e B as dimensões da piscina da Branca (com $A \geq B$). Como a área é o triplo do perímetro, temos: $AB = 3 \times 2 \times (A + B)$, $AB = 6A + 6B$, $(AB - 6A = 6B)$, $A(B - 6) = 6B$ e

$$A = \frac{6B}{B - 6}$$

Daqui concluímos que $B > 6$. Vamos experimentar os possíveis valores para B, de modo que A dê também inteiro e não maior que B, calculando ainda o perímetro P.

B	A	P
7	42	98
8	24	64
9	18	54
10	15	50
12	12	48

Há então seis possibilidades para a piscina da Branca.

Sejam agora C e D as dimensões da piscina do Luís (com $C \geq D$). A área é o dobro do perímetro, logo:

$$CD = 2 \times 2 \times (C + D)$$

Resolvendo em ordem a C dá:

$$C = \frac{4D}{D - 4}$$

Então, D tem de ser maior que 4. Testemos todas as possibilidades.

D	C	P
5	20	50
6	12	36
8	8	32

Ora, as duas piscinas têm o mesmo perímetro, e apenas o número 50 aparece nas duas tabelas. Então, o perímetro só pode ser 50m. A piscina da Branca mede 10 por 15 metros e a do Luís 5 por 20.

2º Método

Temos, para a piscina da Branca: $AB = 3 \times 2 \times (A + B)$ e $AB = 6 \times (A + B)$. Esta equação pode ser escrita na forma: $(A - 6)(B - 6) = 36$. Então, $(A - 6)$ e $(B - 6)$ são números inteiros cujo produto dá 36.

Vamos ver quais são os produtos possíveis e, a partir daí, descobrir os valores de A, B e P.

$B-6$	$A-6$	B	A	P
1	36	7	42	98
2	18	8	24	64
3	12	9	18	54
4	9	10	15	50
6	6	12	12	48

Repetindo o processo para a piscina do Luís vem: $CD = 2 \times 2 \times (C + D)$ que é equivalente a

$$(C - 4)(D - 4) = 16$$

e procurando os produtos de números inteiros que dão 16, temos:

$D-4$	$C-4$	D	C	P
1	16	5	20	50
2	8	6	12	36
4	4	8	8	32

Como só o perímetro 50 aparece nas duas tabelas, a solução é: a piscina da Branca mede 10 por 15 metros e a do Luís 5 por 20.