

PARA ESTE NÚMERO SELECIONAMOS...

Nas últimas três décadas, o conteúdo dos currículos de Matemática, tem sido objecto de constante debate. Numerosas recomendações, no sentido da mudança, têm sido feitas por diferentes grupos nacionais e internacionais. Uma recomendação bastante persistente tem sido a de introduzir a estatística e as probabilidades nos currículos, desde os primeiros anos de escolaridade.

Poder-se-ia pensar que, com tal apoio, as probabilidades e a estatística tivessem já um lugar bem firme nos currículos escolares de muitos países. Porém, tal não parece ser o caso.

Numa altura em que estão em debate os novos currículos nacionais, parece-nos oportuno publicar aqui um artigo que defenda a introdução da estatística e das probabilidades nos currículos escolares americanos, fornecendo, simultaneamente, uma série de pistas de abordagem. O artigo faz parte de A. Shultz e J. Smaret (Eds.), *Teaching Statistics and Probability — 1981 Yearbook*, Reston: NCTM.

Porquê ensinar estatística e probabilidades

Lionel Pereira-Mendoza e Jim Swift

Mesmo um simples relance de olhos sobre os jornais mostra em que extensão a linguagem da estatística e das probabilidades se tornou parte da vida de todos os dias. Compreender essa linguagem tornou-se, assim, claramente importante.

Mas o papel significativo que, quer a estatística, quer as probabilidades, têm na nossa vida, não constitui a única justificação para as incluir no currículo escolar. Uma fundamentação mais completa envolve três componentes: utilidade, estudos posteriores e estética.

Utilidade. Todos os indivíduos precisam de alguns conhecimentos sobre estatística e probabilidades, para funcionarem na nossa sociedade. Análises de produtos para defesa do consumidor, índices do custo de vida, sondagens e amostras fazem parte do nosso quotidiano. Os alunos devem ficar aptos a interpretar formulações como «A probabilidade de encontrar petróleo na costa portuguesa é de 1 em 100 000» ou «As sondagens mostram que o partido no governo só obterá 22% dos votos, se agora se realizassem eleições legislativas». É, pois, necessário que os alunos desenvolvam competências em aspectos utilitários da estatística e das probabilidades para processarem informações que lhes chegam todos os dias.

Estudos posteriores. Também para tratar situações com que se podem confrontar posteriormente, quer no campo da matemática, quer noutros campos científicos, os alunos precisam de ter conhecimentos na área da estatística e das probabilidades. Áreas científicas como a Biologia e as Ciências Sociais, que, ainda há pouco tempo, requeriam conhecimentos matemáticos mínimos, estão progressivamente a ficar dependentes de técnicas matemáticas sofisticadas, a maioria delas de natureza estatística. Técnicas de simulação e os métodos de Monte Carlo são, agora, usados num leque largo de disciplinas.

Num mundo em rápida mudança, o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos futuros tem um papel importante na tomada de decisões.

Estética. As considerações estéticas têm um papel importante na apreciação da beleza do assunto, quer na

área da matemática, quer nas suas aplicações aos vários ramos da ciência, tecnologia e natureza. Esta atracção estética proporciona, quer uma apreciação do poder das técnicas, quer um conhecimento da responsabilidade da aplicação dessas técnicas.

A abordagem estética está estreitamente ligada à selecção de materiais que melhor desenvolvam uma apreciação da matemática.

Actividades para a aula

Examinaremos, de seguida, actividades que reflectem os três distintos (mas interligados) aspectos, considerados anteriormente, e apresentaremos situações em que as ideias estatísticas e probabilísticas são aplicadas.

Toda a gente sabe que grupos diferentes interpretam a informação de forma diferente e chegam, também, a diferentes conclusões. Por exemplo, examinando as estatísticas sobre desemprego, alguns grupos chegam à conclusão que a percentagem é pequena, porque não incluíram pessoas que, ainda que procurando emprego, não se dirigiram às instituições consultadas para o estudo. Entretanto, outros grupos concluem que a percentagem de desemprego é demasiado alta, porque, por exemplo, incluíram, nos desempregados, os indivíduos que, para melhorarem o nível de vida, procuram um segundo emprego.

O facto de poderem existir diferentes interpretações demonstra a importância de ensinar os alunos a examinar os pressupostos subjacentes a conjuntos de dados estatísticos, antes de interpretarem os resultados. O uso incorrecto dos dados só é possível enquanto a população for estatisticamente analfabeta.

Juntar recortes de jornais que falam, de maneira diferente, do mesmo assunto, pode ser uma ajuda valiosa para os alunos aprenderem a detectar os pressupostos subjacentes às diferentes conclusões e pode conduzir a projectos interessantes.

Os alunos de todos os níveis devem ser encorajados

a recolher e analisar os seus próprios dados. Podem usar dados acerca da sua localidade, região ou país para prever futuras tendências e, se for possível, conferir as suas previsões. Quando for necessário fazer previsões dentro de um determinado intervalo, particularmente em situações em que não existam tendências óbvias, os alunos podem começar a desenvolver ideias sobre o nível de confiança e a constituir uma base sólida para trabalho posterior.

Na escola secundária, o mesmo projecto pode ser desenvolvido, pondo agora toda a ênfase nos aspectos relativos às previsões, intervalos de confiança e probabilidade de ocorrência. Para além disso, os alunos devem, neste nível, discutir como foram (ou vão ser) obtidos os dados: como era formada a amostra? Os dados variam de região para região, de localidade para localidade? Que significa desempregado? Como foram obtidos os dados? Estas questões podem levar a discussões sobre os processos de amostragem.

Um conjunto de dados particularmente importante é o que envolve a previsão do estado do tempo. Estes dados, por um lado permitem a recolha e o tratamento gráfico e, por outro lado, podem levar a uma discussão sobre a probabilidade, o rigor e a significância das previsões.

Considere-se, por exemplo, as previsões de chuva. A maioria das rádios locais e a televisão fazem previsões sobre a probabilidade de chover no dia seguinte. Pode-se discutir a afirmação de haver uma probabilidade de 10% de chover no dia seguinte. Pode-se fazer um registo diário da probabilidade anunciada e do que aconteceu realmente. Os alunos podem, assim, ajuizar o rigor das previsões dos serviços meteorológicos.

Actividades envolvendo o estado do tempo são particularmente úteis para mostrar como é impossível estar certo do tempo que vai fazer e como as previsões são feitas numa base probabilística.

A partir destas experiências, os alunos poderão perceber como se conclui, por exemplo, qual a probabilidade de fuga de radiações numa qualquer central nuclear.

A publicidade pode ser outra fonte de actividades. Particularmente, afirmações do tipo «quatro em cinco pessoas usam o produto A». Escolha uma afirmação deste tipo, leve o produto para a aula, divida em turma em grupos de cinco. Cada grupo determinará a percentagem dos que usam o produto. Discuta os resultados: porque é que os resultados foram diferentes? Teria sido melhor se se tivessem usado um grupo maior? Há diferença nas respostas dos rapazes e das raparigas? Finalmente, use a percentagem citada na publicidade como base de comparação com a turma. Esta actividade permite avaliar a importância do tamanho da amostra, bem como da sua composição.

As dúvidas, as suspeitas com que são vistas as sondagens de opinião, nomeadamente em vésperas de eleições, sublinham a necessidade de ensinar as ideias subjacentes aos processos de auscultação de opiniões.

Também o conceito de correlação aparece, frequentemente, e é muitas vezes associado à procura de causas para determinados efeitos.

Suponhamos que, num país A, nos últimos 25 anos, os crimes violentos aumentaram de 1080% e, no mesmo período, os divórcios aumentaram 300%. Será legítimo só com estes dados, concluir que os divórcios e os crimes estão correlacionados, isto é, que os primeiros são causa dos segundos?

Também os censos, os recenseamentos, contêm uma grande quantidade de informação vital. Mas que rigor têm estes dados? Algumas famílias preenchem os formulários de uma forma mais detalhada do que outras. Porquê? Estas e outras questões conduzem a aprendizagens significativas. Novas ideias, como as curvas de Lorenz, que mostram a distribuição dos resultados, podem ser usadas para comparar os estilos e nível de vida de vários países.

Os dados obtidos nos censos são particularmente importantes para sublinhar duas ideias-chave: (1) os pressupostos subjacentes à recolha e interpretação dos dados e (2) a confiança que se pode atribuir a estas previsões.

Consideremos, ainda, outro exemplo: o índice do custo de vida. Para calcular este índice, os investigadores consideraram uma variedade de artigos e de serviços. Estes incluem a renda de casa, certos itens de alimentação e despesas com seguros. Então, um aumento de quatro pontos neste índice afecta, diferentemente, pessoas diferentes. Este aumento de quatro pontos pode ter resultado, sobretudo, do aumento do preço da alimentação. Assim, uma família em que a verba para alimentação é uma parte essencial das despesas, será mais afectada do que uma família em que esta verba não tenha grande peso no orçamento familiar.

Se pretendermos que os nossos alunos interpretem e usem os dados estatísticos apresentados pela televisão, rádio, jornais e revistas, é essencial desenvolver, neles, competências que lhes permitam questionar e interpretar a informação. Estas ideias, contudo, não requerem conhecimentos matemáticos muito profundos e, portanto, o desenvolvimento dessas competências pode começar, muito cedo, na vida escolar da criança.

É também importante que os alunos tenham uma ideia do grau de confiança a atribuir às previsões. As previsões da taxa de inflação e do estado do tempo não são certas, são de natureza probabilística. Construindo intervalos, os alunos podem começar a ter um sentido do rigor das previsões. Analisando previsões sobre a taxa mensal da inflação, os alunos começam a compreender que a previsão de uma taxa de inflação de 1% significa que, 9 em 10 vezes, a taxa real de inflação se situará entre 0,7% e 1,3%. Este sentimento intuitivo pode ser formalizado, mais tarde, quando os alunos examinarem situações, com base em modelos de distribuição teórica.

A área dos desportos e jogos fornece actividades altamente motivadoras. A maioria dos alunos atravessam fases em que as estatísticas desportivas os interessam muito: a percentagem de remates concretizados pelo Rui Águas, a percentagem de lançamentos da zona de 3 metros concretizados pelo Carlos Lisboa, a percentagem de derrotas em casa da equipa favorita. Estas estatísti-

(continua na pág. 36)

E.M. n.º	novos colab.	novos/antigos ⁽¹⁾ colab.
2	7	7/5
3	11	11/8
4	5	5/9
5	9	9/7
6	5	5/10
7	8	8/7
8	2	2/8

(1) «Antigos», i.e. que tenham anteriormente colaborado com «Educação e Matemática» pelo menos uma vez.

Repare-se que de número para número da revista surgiram sempre primeiras contribuições — «novos colaboradores» — e que em quatro dos oito números já editados a quantidade dos «novos colaboradores» excedeu mesmo a dos «antigos».

Registe-se, por fim, que as contribuições dos diversos colaboradores, de acordo com o *índice* que elaborámos relativo aos oito primeiros números da «Educação e Matemática», incidiu preferencialmente na problemática das **Opções curriculares** (12 artigos), na **Resolução de problemas** (11 artigos não incluindo as contribuições através das secções «Dia a dia com a Matemática» e «Problemas, Ideias e Sugestões»), e na temática dos **Computadores e o ensino da Matemática** (10 artigos, não incluindo também a colaboração nas secções).

Este não será um relato completo do que foi a vida ainda curta da «Educação e Matemática». Constituirá, porventura, uma descrição da sua actividade, daquilo em que se traduziram as principais preocupações de todos os que a fizeram durante estes dois anos. Daqui a mais dois anos, por certo, haverá mais para contar.

Henrique M. Guimarães

Para este número... (conclusão)

cas fornecem a oportunidade para examinar o efeito dos resultados de um só jogo em conceitos como por exemplo a média.

Os alunos podem, por exemplo, seguir os resultados de diferentes jogadores de basquetebol, nomeadamente na concretização dos lances da zona de três metros. No início da temporada, podem ver como um jogo em que o jogador foi particularmente feliz (ou infeliz) afecta, de forma radical, a média desse jogador. À medida que a temporada avança, podem observar como o peso de um jogo começa a afectar, cada vez menos, a média.

Tais actividades ajudam a desenvolver a apreciação do efeito de um resultado individual nas médias, provando ser de grande valor, quando da formalização de conceitos como média, moda e mediana.

Para além disso, pode-se, também, explorar uma média para fazer previsões. Que se pode esperar de um jogador que tem uma média de 0,333 na concretização de lançamentos da zona de três metros? Qual das médias permite fazer uma melhor previsão: a média ao fim dos primeiros cinco jogos da temporada ou a média ao fim de quinze jogos? Estas questões ajudam a construir ideias acerca das previsões em situações probabilísticas e põem em evidência alguns dos paradoxos associados às médias.

Os dados e os jogos de cartas são, também, uma fonte de problemas para a discussão das probabilidades e permitem o cálculo da probabilidade teórica dos diferentes acontecimentos. Pode-se, numa turma, constituir duas equipas (A e B) e, a cada lançamento de um dado, a equipa A pontua se o número de pontos obtidos for par, enquanto, se for ímpar, pontua a equipa B. A questão

que se pode colocar é se se trata de um jogo justo. E se a pontuação de cada equipa se basear no lançamento de dois dados?

Fazendo sucessivos lançamentos de um dado, pode-se determinar a distribuição de 1, 2, 3, 4, 5, 6 pontos em 30, 50, 90, 120, ..., 300 lançamentos e verificar como a probabilidade de ocorrência de cada número varia, à medida que o número de lançamentos aumenta. Que número de lançamentos dá a «melhor» aproximação da probabilidade teórica? O que aconteceria se o número de lançamentos fosse ainda maior? Obteríamos uma melhor estimação? Estes problemas realçam a importância do tamanho das amostras.

A crescente complexidade do mundo de hoje produz numerosos problemas sem solução exacta. Em tais situações, os computadores, as técnicas de simulação, os números aleatórios, a estatística e as probabilidades concorrem para obter boas aproximações.

Será desejável que as actividades a propor aos alunos envolvam: (1) a análise dos pressupostos subjacentes aos dados estatísticos; (2) a exploração de regularidades «escondidas» nos dados; (3) o questionamento da relevância e do rigor das inferências e (4) a compreensão do papel do tamanho da amostra e dos métodos de amostragem.

Ensinar estes conceitos-chave é essencial, se se pretende educar os alunos para o tratamento de situações estatísticas e probabilísticas e proporcionar-lhes uma base sólida para futuros trabalhos.

Tradução e adaptação de Leonor Moreira