PROBLEMA DO TRIMESTRE

Tal como foi anunciado e iniciado no número 8 de Educação e Matemática, será proposto, em todos os números da revista, um «problema do trimestre». De acordo com os critérios da redacção de Educação e Matemática, será publicada a melhor resposta, recebida até ao fecho do número seguinte.

O Problema do trimestre

Depois da extracção dos sete números do Totoloto, a locutora de serviço ordena os seis números principais, fazendo-os seguir do número suplementar.

Qual é a probabilidade de os sete números ficarem ordenados?

Sobre o problema anterior

Repetimos aqui para os novos leitores de Educação e Matemática o enunciado do problema proposto no número 8 da revista:

> Um remador subia o Tejo contra a corrente. Um quilómetro depois de passar em frente ao Terreiro do Paço, cruzou-se com um toro de madeira que ia rio abaixo. Continuou a remar mais meia hora, voltou para trás e, sempre a remar, passou ao lado do toro, agora em frente ao Terreiro do Paço.
>
> Qual era a velocidade da corrente?

Atenção! Se não quer perder o prazer de tentar resolver este problema, não leia mais para a frente, pois vamos apresentar comentários sobre a solução do problema.

Comentários sobre as respostas recebidas

Foram recebidas ao todo 5 respostas, que agradecemos. Duas delas (Paulo Abrantes e Eduarda Fonseca-Leonor Moreira), embora chegando às mesmas conclusões que José Paulo Viana, não foram consideradas para publicação por serem de (ou incluírem) elementos da redacção de E. e M.

O nosso colega Mário Picca Gonçalves, do Porto, enviou-nos uma extensa resposta, envolvendo também o estudo gráfico da situação e até um programa de computador. Chega por vários processos ao resultado de 1 km/hora e agradece termos-lhe «estragado o domingo». A outra resposta é de Fernando Duarte, de Viseu, e além de apresentar um sistema de equações que resolve o problema, indica um processo de testar outras hipóteses com uma folha de cálculo.

Das três respostas em jogo, apenas a de J. Paulo, partindo da constatação do resultado ser independente da velocidade do remador, esclarece completamente a situação: afinal, *como o toro e o remador são arrastados pela mesma corrente, tudo se passa como se não houvesse corrente, e o tempo que o remador leva a afastar-se do toro é igual ao que leva a dirigir-se de novo até ele.*

O exemplo do comboio é magnífico e não deixa quaisquer dúvidas. Mas nem sequer é preciso metermo-nos no comboio: quando saímos de casa para dar um passeio de uma hora a pé, afastamo-nos de casa meia hora e depois achamos natural levar o mesmo tempo a voltar para casa... Mas a casa, entretanto, onde ela já vai... Numa hora, a Terra rodou 15 graus, e sendo o raio da terra cerca de 6 300 km, a casa já se deslocou cerca de 1 650 km... só por causa do movimento de rotação. Depois há a translação da Terra, o sistema solar em movimento dentro da nossa galáxia, e a própria Via Láctea a afastar-se das outras galáxias... Se pensamos nisto demais, nem saímos de casa!

Talvez a grande lição deste problema seja a de que, quando se trata de movimentos, devemos sempre perguntar: *de quê* em relação *a quê*? Se nos interessa o movimento do *remador em relação ao toro* — para saber quanto tempo passou até ele voltar a encontrar o toro — então abstraímos de tudo o resto, e é evidente que foi uma hora. Se depois nos interessa o movimento do *toro (ou da corrente) em relação à margem* vemos logo que ele percorreu um quilómetro. E o problema fica resolvido. Outra lição é talvez que a nossa cabeça está demasiado cheia de fórmulas e processos algébricos, que nos impedem por vezes de enfrentar de maneira simples problemas simples. Não será de tentar que o mesmo não venha a acontecer com os nossos alunos?

Nota: todas as respostas ficam arquivadas na nossa redacção e poderão ser consultadas.

O problema do remador e do toro

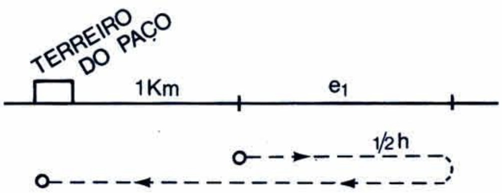
José Paulo Viana, E. S. Marquês de Pombal

Gosto muito de problemas. Gosto ainda mais de problemas que me reservem surpresas. Foi o que aconteceu com o problema proposto na última revista. E a surpresa maior surgiu depois de o ter resolvido... Mas já lá vamos.

Comecei por resolver o problema da seguinte forma. Dei nomes às velocidades que não conhecia:

v_c — velocidade da corrente

v_r — velocidade do remador **relativamente à água do rio.**



Assim, o nosso homem, quando rema contra a corrente, vai a uma velocidade $\mathbf{v_r - v_c}$ relativamente às margens. Quando vai a favor da corrente, a sua velocidade, em relação a terra firme, é $\mathbf{v_r + v_c}$.

A distância percorrida pelo remador ao subir o rio vai ser então:

$\mathbf{e_1 = 1/2\ (v_r - v_c)}$

Sei ainda que o tempo $\mathbf{t_1}$ que o toro demorou a descer 1 km levado pela corrente é igual ao tempo $\mathbf{t_2}$ levado pelo barco a subir o rio (meia-hora) mais o tempo $\mathbf{t_3}$ que ele levou a descer até ao Terreiro do Paço.

Assim, lembrando-me que tempo = espaço/velocidade, tenho que:

$$\frac{1}{v_c} = \frac{1}{2} + \frac{1/2\ (v_r - v_c) + 1}{v_r + v_c}$$

Ora, tenho apenas uma equação e duas incógnitas. Que se há-de fazer? O melhor é simplificar e ver o que acontece.

$$\frac{2}{v_c} = 1 + \frac{v_r - v_c + 2}{v_r + v_c} \quad \text{ou}$$

$$\frac{2}{v_c} = \frac{v_r + v_c + v_r - v_c + 2}{v_r + v_c} \quad \text{ou}$$

$$\frac{2}{v_c} = \frac{2\ v_r + 2}{v_r + v_c} \quad \text{ou}$$

$$2\ v_r\ v_c + 2\ v_c = 2\ v_r + 2\ v_c \quad \text{ou}$$

$$v_r\ v_c = v_r$$

$v_c = 1$ (e desaparece v_r!)

Portanto, a velocidade da corrente do Tejo é 1 km/h.

Encontrada a solução, intrigou-me o facto de o resultado ser independente da velocidade do remador. Ao reflectir sobre isto, acabei por descobrir, com enorme surpresa, que o problema poderia ser resolvido mentalmente!

Antes de tentar explicar, quero salientar que uma dificuldade habitual neste tipo de problemas é o facto de termos várias velocidades, relativas a diferenciais diferentes. Neste caso, velocidade do rio (em relação a terra), velocidade do remador (relativamente ao rio). Além disto, temos a tendência (pelo menos, eu tenho...) para raciocinar relativamente ao referencial terra, quando podemos perfeitamente escolher outro referencial mais conveniente (por exemplo, a água do rio).

Nesta perspectiva, antes de vermos o que acontece neste caso, comecemos com uma situação semelhante mas que parece mais simples de interpretar.

Imaginemos que estou num comboio em andamento. A certa altura, saio da minha cabina e ando meio minuto em direcção à locomotiva. Se então inverter a marcha e caminhar em direcção à cauda do comboio, quanto tempo demoro a regressar à minha cabina? Evidentemente, meio minuto, qualquer que seja a velocidade do comboio.

Recapitulando, se andar um certo tempo numa direcção e o mesmo tempo noutra, volto ao ponto de partida (cabina). Claro que o comboio, em vez de estar na Damaia, já vai talvez na Amadora, mas isso não influi no tempo que demoro a ir lá à frente e voltar.

O mesmo se passa no nosso rio Tejo, mas temos é que nos preocupar em olhar para as margens. Reparem na semelhança com a situação do comboio: o remador vai sempre à mesma velocidade relativamente à água, quer vá a subir ou a descer o rio, tal como o passageiro anda dentro do comboio sempre à mesma velocidade, quer vá em direcção à locomotiva, quer em direcção contrária.

Ora, o nosso remador parte do toro e rema meia hora. Depois, dá meia volta e onde vai parar? Outra vez junto ao toro, ou seja, regressa ao ponto de partida relativamente à água. É como o passageiro do comboio: o toro funciona aqui como a cabina.

Mas então, se ele andou (remou!) meia hora numa direcção, precisou obrigatoriamente de remar outra meia hora na direcção contrária para voltar ao ponto de partida. Ou seja, o nosso homem esteve uma hora a remar, afastando-se e aproximando-se do toro. Ora, sabemos que, nesse intervalo de tempo, o toro se deslocou 1 km. Logo, a velocidade do rio é 1 km/h.