

A Álgebra e o estudo PISA

José Manuel Duarte

Quando queremos reflectir sobre o estado actual e perspectivas para as aprendizagens matemáticas dos jovens, no campo da álgebra em particular, os dados referentes ao estudo PISA¹ constituem, de vários pontos de vista, rico e útil material de trabalho, escassamente utilizado até agora, por nós, professores de Matemática.

Levantarei aqui de forma sucinta algumas poucas questões, por razões de espaço, com base em dados do PISA 2003, disponíveis em duas publicações ME/Gave, *Resultados e Literacia Matemática*, que citarei livremente.

Literacia Matemática

O conceito de *literacia* remete para a capacidade de os alunos aplicarem os seus conhecimentos e analisarem, raciocinarem e comunicarem com eficiência, à medida que colocam, resolvem e interpretam problemas numa variedade de situações.

A literacia matemática no PISA é definida como a capacidade de um indivíduo identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados e de usar e se envolver na resolução matemática das necessidades da sua vida, enquanto cidadão construtivo, preocupado e reflexivo. Relaciona-se com o uso mais abrangente e funcional da matemática; o envolvimento requer a capacidade de reconhecer e formular problemas matemáticos em várias situações.

Os itens (questões) de matemática do PISA baseiam-se num texto ou num gráfico ilustrando uma situação concreta tão próxima quanto possível de tarefas do mundo real. O PISA procura, assim, medir a capacidade dos jovens de 15 anos para usarem os conhecimentos que têm, de forma a enfrentarem os desafios da vida real, em vez de simplesmente avaliar o domínio que detêm sobre o conteúdo do seu currículo escolar. Pode, no entanto dizer-se que, de uma forma geral, existe uma adequação razoável dos itens de matemática do PISA 2003 ao programa vigente: pontuação global atribuída de 4,4 numa escala de 1 (não adequação) a 5 (total adequação), pontuação de 4,7 na mesma escala na área das Funções e Álgebra.

Mudança e relações

Uma das quatro áreas de conteúdo da parte matemática do estudo PISA 2003 é *mudanças e relações* (as outras são *espaço e forma* — geometria —, *quantidade* — aritmética — e *incerteza* — probabilidades e estatística) e envolve manifestações matemáticas de mudança bem como de relações e dependências funcionais entre variáveis, estando pois muito relacionada com a Álgebra. Salienta-se que as relações matemáticas tomam muitas vezes a forma de equações ou de inequações, embora as relações de natureza mais geral (por exemplo, equivalência, divisibilidade, inclusão) sejam também relevantes. Nos itens as relações podem ser representadas de forma bastante diversa, incluindo representações simbólicas, algébricas, gráficas, tabulares e geométricas, diferentes representações que podem servir fins distintos e ter propriedades diferentes, pelo que a tradução das várias representações é muitas vezes de importância chave quando se lida com situações e com tarefas.

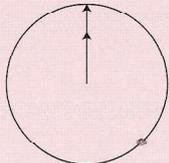
Panorama

Segundo o que as respostas e os resultados revelam, Portugal tem ainda um elevado número de estudantes com níveis muito baixos de literacia matemática: cerca de 30% dos nossos alunos têm um nível de literacia matemática, no PISA, igual ou inferior a 1 (o mais baixo), quando entre os países da OCDE esse valor é de 21%. Isto significa que quase um terço dos nossos jovens de 15 anos apenas consegue, na melhor das hipóteses, responder correctamente a questões que envolvem contextos familiares, em que toda a informação relevante para a resolução está presente, e só consegue identificar informação e levar a cabo procedimentos de rotina de acordo com instruções, em situações explícitas. Estes jovens apenas obtêm sucesso, na melhor das hipóteses, em acções que se podem considerar óbvias e que decorrem directamente dos estímulos apresentados.

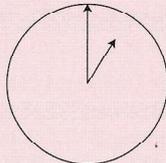
Ao se comparar, por outro lado, as percentagens de alunos nos níveis 5 ou 6 (os mais altos) de literacia², detecta-se igualmente a seguinte grande disparidade: enquanto 15% dos alunos do espaço da OCDE se encontram nesses altos

Conversar no chat

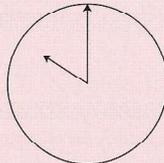
Mark (de Sidney, na Austrália) e Hans (de Berlim, na Alemanha) comunicam muitas vezes entre si, utilizando o chat na Internet. Eles têm de estar ligados à Internet ao mesmo tempo, para poderem conversar no chat. Para encontrar uma hora conveniente para conversar no chat, Mark consultou uma tabela de fusos horários e descobriu o seguinte:



Greenwich 24h (meia-noite)



Berlim 1h00min



Sidney 10h00min

Q1

Quando são 19h00min em Sidney, que horas são em Berlim?

Resposta:

Q2

Mark e Hans não podem conversar no chat entre as 9h00min e as 16h30min, horas locais, porque têm de ir à escola. Também não podem conversar no chat entre as 23h00min e as 7h00min, horas locais, porque estão a dormir.

Quais são as melhores horas para Mark e Hans conversarem no chat? Escreva as horas locais no quadro seguinte.

| Local | Hora |
|--------|------|
| Sidney | |
| Berlim | |

A Questão 1, sobre uma situação qualificada de "pessoal", pedia uma resposta curta e fazia apelo a um nível de competências intermédio ("conexões"). Acertaram 39,5 % dos alunos portugueses, erraram 56,5 %, não responderam 4,0 %, o que dá um quociente de acerto portugueses/OCDE de apenas 0,73.

Na questão 2, que pedia uma resposta curta e fazia apelo a um nível de competências alto ("reflexão"), aceitava-se qualquer hora ou intervalo horário adequados. Responderam correctamente 13,6 % dos portugueses, erraram 66,0 %, não responderam 20,4 %, o que dá um quociente de acerto portugueses/OCDE de apenas 0,47.

níveis de proficiência, apenas 5% dos alunos do nosso país se encontram na mesma boa situação.

No que à Álgebra (*mudanças e relações*) diz respeito, a percentagem de alunos identificados com baixo nível de literacia é ainda superior à média da OCDE: 31% versus 23%; e a percentagem de alunos com níveis elevados de literacia matemática é ainda inferior à média da OCDE: 8% versus 16%.

O relatório português do PISA 2003 afirma que é preocupante a situação média dos estudantes portugueses nesta recolha de informação sobre a literacia matemática: o valor da média portuguesa, tanto na escala global como nas quatro subescalas de literacia matemática, situa-se abaixo da média da OCDE e muito distanciado dos valores dos países que obtiveram as melhores classificações médias³.

Mais e menos favorável

Numa primeira análise interpretativa do desempenho dos alunos portugueses de 15 anos nos itens, de que foi permitida a divulgação, da parte matemática do estudo PISA 2003 (de que se apresentam alguns neste número da revista⁴), comparando-o com o grupo dos alunos da OCDE, procurando detectar o tipo de tarefas em que os nossos jovens obtiveram nessa comparação sucesso relativo favorável ou desfavorável, concluiu-se, em primeiro lugar, o desempenho razoável dos alunos portugueses quando os itens requerem a aplicação directa de uma fórmula, a leitura de informação simples a partir de um gráfico ou a identificação de problemas na utilização de um certo tipo de gráficos.

Em contrapartida, os resultados são comparativamente muito desfavoráveis quando o nível de reflexão requerido é mais elevado, quando se exigem processos de resolução que conjuguem informações diversas ou quando os conceitos envolvidos são mais abstractos. Concretamente, a percentagem de não-respostas é comparativamente muito elevada e a de respostas correctas é comparativamente muito baixa nos casos em que a informação é fornecida sob a forma de gráficos e se trata de analisar esse mesmo gráfico para produzir argumentação ou para elaborar uma fundamentação que requeira conceitos mais complexos (taxa de variação, por exemplo), ou quando essa análise exige a leitura conjugada de dois gráficos.

A contagem do número de objectos a partir da identificação de uma sequência representada pictoricamente (em que o processo de resolução mais simples poderia passar pela utilização do desenho) ilustra também o baixo nível de proficiência dos nossos alunos relativamente ao dos seus colegas. Um sério obstáculo para os estudantes portugueses é também a necessidade de utilização de processos de contagem que decorrem da identificação de requisitos mínimos fornecidos, bem como de raciocínio combinatório. A exigência de raciocínios que envolvem transformações entre variáveis em que se torna necessário apreciar, de forma conjugada, duas dessas transformações, vem associada igualmente a muitas não-respostas e a um grande insucesso relativo.

Uma presença, muitas ausências

Inúmeros aspectos do relatório PISA 2003 são aqui omitidos. Um há, contudo, que não quero deixar de referir: segundo as declarações dos alunos portugueses participantes no estudo

- alunos com melhor desempenho tendem a usar mais estratégias de elaboração e de controle do que os seus colegas com pior desempenho; pelo contrário, estes últimos utilizam mais estratégias de memorização do que os primeiros;
- melhores desempenhos acompanham um maior auto-conceito académico, um maior sentido de eficácia e menos ansiedade quando lidam com a matemática;
- melhores desempenhos estão associados a um maior sentido de pertença à escola e a uma atitude mais positiva face a ela;
- melhores desempenhos acompanham uma maior motivação para a matemática e um maior interesse pela disciplina.

Pistas para pensar

O relatório português PISA 2003 avança algumas pistas, sugeridas pelos resultados do estudo, para o enriquecimento das práticas pedagógicas em sala de aula, pistas de reflexão úteis para todos os interessados na matéria: sustenta-se aí que, sendo importante a aquisição de competências básicas na resolução de exercícios simples que requeiram a utilização de algoritmos aprendidos, é também essencial que os alunos sejam chamados a mobilizar as suas aprendizagens em situações problemáticas mais próximas da vida real e, por outro lado, que é absolutamente necessário que os alunos sejam chamados mais frequentemente a utilizar processos cognitivos de nível mais elevado, na resolução de problemas que exijam a utilização simultânea de informação diversa e de conceitos complexos, bem como a avaliação da qualidade da informação fornecida e a produção de argumentação válida.

E acrescento eu: não será que desafios que remetam para competências algébricas, sendo contextualizados, conferem ao problema características apelativas, de ser *apetitoso*, de ter bom potencial para dar ao estudante vontade de o *atacar* (isto interessa) e resolver? Não será verdade que a necessidade do aluno em muitas tarefas desse tipo de seleccionar os dados relevantes e de decidir a estratégia promissora (sem essa *papinha* lhe estar à priori confeccionada pelo professor) pede passos em frente em capacidades importantes? Não será verdade que estes problemas da vida real impõem a decisão racional por parte do aluno de que resposta/conclusão, é necessário dar, e qual a forma melhor de a apresentar (em vez do *deixa cá ver como é que o professor diz que a resposta tem de ser ...*). São, entretanto desafios difíceis de elaborar, mas é para isso que o engenho dos professores está presente. Sem se abdicar do trabalho rotineiro com equações, etc, naturalmente ...

Nos cálculos algébricos rotineiros muito frequentemente o aluno entra numa *caixa negra* de trabalho e só no fim vê a luz ao fundo do túnel, quando obtém o resultado, a solução, tendo apenas a possibilidade de analisar criticamente (quando o faz ...) a razoabilidade do valor encontrado (a idade do avô do Zé não pode ser 14 anos, a temperatura do quarto da Maria não pode ser 250 graus centígrados, etc). Ora em desafios contextualizados há muitas vezes oportunidades múltiplas no decurso do trabalho para aferir da plausibilidade dos valores intermédios que vão surgindo.

Notas

- 1 *Programme for International Student Assessment.*
- 2 No nível 5, os estudantes conseguem desenvolver e trabalhar com modelos de situações complexas, identificando constrangimentos e especificando hipóteses. São capazes de seleccionar, comparar e avaliar estratégias adequadas de resolução de problemas, para lidarem com problemas complexos relacionados com estes modelos. Os estudantes são capazes de trabalhar estrategicamente, usando capacidades mentais e de raciocínio amplas e bem desenvolvidas, representações adequadamente ligadas, caracterizações simbólicas e formais e a perspicácia (*insight*) apropriada a estas situações. Conseguem reflectir sobre as suas acções e formular e comunicar as suas interpretações e raciocínios.
- No nível 6, os estudantes são capazes de conceptualizar, generalizar e utilizar informação, com base nas suas investigações e na modelação de situações problemáticas complexas. Conseguem estabelecer a ligação entre diferentes fontes de informação e diferentes representações e fazer transferências entre elas com flexibilidade. Os estudantes dispõem de pensamento e raciocínio matemáticos avançados. São capazes de aplicar a perspicácia (*insight*) e a compreensão, a par do domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, no desenvolvimento de novas abordagens e estratégias face a situações novas. São capazes de formular e comunicar com exactidão as suas acções e reflexões no que respeita às suas descobertas, interpretações, argumentos, bem como a adequação dos mesmos às situações originais.
- 3 Portugal não apresenta diferenças significativas relativamente à Federação Russa e à Itália, na escala global; na subescala *mudanças e relações*, os resultados dos estudantes portugueses não são diferentes dos da Espanha, Federação Russa e Itália. Os resultados dos alunos portugueses são melhores que os alunos da Grécia, da Turquia e do México, também países da OCDE.
- 4 Nesta revista, para além do item *Conversar no chat* inserido neste artigo, pode ainda ver no artigo *Álgebra no currículo escolar* os itens *O crescimento*, e *Caminhando e Padrão em escada*.

José Manuel Duarte

Escola Secundária Fernando Lopes Graça, Parede