A Resolução de Problemas

Leonor Moreira, Escola Preparatória Prof. A. Pereira Coutinho

O problema pode ser modesto, mas se desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver pelos seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta.

(Polya, 1945)

Um pequeno inquérito conduzido, no ano lectivo anterior, numa escola dos arredores de Lisboa, permite-nos afirmar que a maior parte (91.3%) dos alunos dessa escola não indicavam a Matemática como primeira preferência no conjunto das disciplinas curriculares. E esta afirmação é, assim mesmo, um eufemismo. De facto, apenas 12.8% dos alunos indicavam a Matemática como segunda ou terceira preferência. Se é certo que não podemos generalizar estes resultados, podemos, no entanto, afirmar que o insucesso em Matemática (e estamos a identificar insucesso, apenas, com reprovação) atinge níveis preocupantes.

Neste panorama, o que parece anormal é a grande adesão dos alunos e o êxito obtido por estes em iniciativas ou actividades como Clube de Matemática, Semana da Matemática, Problema da Quinzena, Jornal de Matemática. Mais estranho se torna constatar que não são os alunos com melhor aproveitamento ou aqueles que incluem a Matemática no topo das suas preferências os que, em maior número, aderem àquelas actividades e/ou obtêm nelas melhores resultados.

Porquê esta diferença de atitudes? Porquê esta diferença de comportamentos? Não será legítimo suspeitar que a Matemática que se faz nas aulas é diferente da Matemática a que têm acesso nas outras actividades? Se pensarmos, nomeadamente, no entusiasmo suscitado pelo Problema da Quinzena (que, por isso mesmo, se torna semanal) não será lógico concluir que a diferença está no problema, isto é, que na maioria das nossas escolas a abordagem da Matemática se não faz por problemas? E, no entanto,

L'éducation mathématique n'est rien d'autre que le dévelloppement de l'activité mathématique et il n'y a pas d'activité sans problème.

(Krigowska, 1970)

O aspecto formal e acabado com que a Matemática, geralmente, é apresentada aos nossos alunos constitui, ao mesmo tempo, uma mentira e um erro pedagógico. Uma mentira, porque representa uma quase inversão da sequência que tem lugar no tempo e na história. Um erro pedagógico porque inibe, nos nossos alunos, a actividade matemática, a capacidade de inventar (reinventar) a Matemática.

De facto, o conhecimento matemático não se constrói pelo simples acumular de verdades eternas e imutáveis; o conhecimento matemático desenvolve-se, antes, pela "*melhoria incessante de conjecturas, graças à especulação e à crítica, graças à lógica das provas e refutações*" (Lakatos, 1984). Apresentamos, aos nossos alunos, uma estrutura acabada, rígida, indiscutível. Usamos livros de texto que só apresentam as ideias que tiveram sucesso. Nas trevas ficaram a conjectura inicial, os contra-exemplos, a crítica da prova, as refutações. No tinteiro ficou toda a história da descoberta matemática.

A descoberta matemática pode comparar-se à actividade de um jogador que, tendo ensaiado várias estratégias sem êxito, tem, de repente, uma ideia. Experimenta-a e, se a estratégia que descobriu se revela eficaz, continuará a usá-la até que o adversário, ao ganhar uma partida, a põe em causa. O primeiro jogador vê-se então obrigado a rever a estratégia que, até aí, se revelara ganhadora. Procurará, em princípio, tentar melhorá-la, podendo vir a abandoná-la por outra que lhe pareça superior. E assim sucessivamente até à descoberta da estratégia infalível (Bouvier, 1981).

Que dizer de uma escola que não ensina os alunos a "jogar"?

O ensino que se reduz ao desempenho mecânico de operações rotineiras fica bem abaixo do nível do livro de cozinha, pois as receitas culinárias sempre deixam alguma coisa à imaginação e discernimento dos cozinheiros, mas as receitas matemáticas não deixam nada disso a ninguém.

(Polya, 1945)

Kantowski (1977) afirma que *"um indivíduo está perante um problema quando encontra uma questão a que não pode dar resposta ou uma situação que não é capaz de resolver, usando os conhecimentos imediatamente disponíveis"*. Esta definição é consistente com a de muitos outros investigadores, nomeadamente Lester (1980) que, no entanto, acentua a dimensão subjectiva do problema. Segundo este último, para que uma situação constitua um problema para determinado indivíduo, é necessário que: (1) este conheça a situação; (2) esteja interessado em resolvê-la; (3) não disponha de um procedimento que lhe permita chegar, directamente, à solução; (4) faça tentativas deliberadas para a encontrar. Assim, nesta perspectiva, aquilo que constitui problema matemático para um indivíduo pode não o ser para outro, ou porque este não está interessado em resolvê-lo ou porque, do seu reportório, consta um algoritmo que lhe permite encontrar directamente a solução. Neste último caso, o indivíduo estaria perante um exercício.

Infelizmente, o exercício tem sido a actividade principal dos nossos alunos. Um episódio ouvido, há tempos, a um colega, ainda que anedótico, é exemplarmente ilustrativo dos comportamentos desenvolvidos com esta prática. Tratava-se de "resolver" a questão seguinte:

"A Rita comprou seis quilos de laranjas ao preço de cento e cinquenta escudos o quilo. Que idade tem a Rita?"

Face a esta questão, um tal Paulo empenhou-se, laboriosamente, em encontrar a solução e terá ajuizado da sua razoabilidade mais ou menos como segue:

6x150=900	não pode ser, porque ninguém atinge esta idade;
150+6 =156	é, ainda, um número muito grande;
150-6=144	idem;
150:6=25	ah, achei, a Rita tem 25 anos!

Habituado a exercícios estandardizados em que os dados fornecidos são os necessários e suficientes, em que há sempre solução, preferencialmente numérica e única, solução a que se chega através da aplicação da regra adequada à situação já esquematizada no enunciado, este Paulo não se detém, sequer, a analisar a pertinência do que se pede relativamente aos dados fornecidos. Há que operar com os dados até encontrar uma resposta "satisfatória" dentro de critérios muito pessoais e que não se prendem com a situação específica. Quem não os ouviu já perguntar: é de multiplicar? é de dividir? Parece terem adquirido as técnicas ligadas às diferentes operações sem que, simultaneamente, tenham adquirido o "sentido" das mesmas. Uma coisa é saber calcular, outra, bem diferente, é saber que operação seleccionar numa situação particular, quando calcular, que fazer com os resultados.

De facto, a resolução de problemas é uma das actividades mais complexas da mente humana. Os conhecimentos disponíveis não dão, directamente, acesso a procedimentos apropriados. Há que acomodá-los à nova situação, isto é, há que combiná-los de forma nova e original, há que torná-los operatórios.

Imaginemos um aluno que não dispõe, ainda, da técnica ligada à divisão e que é confrontado com a questão seguinte:

"É necessário acondicionar 300 quilos de maçãs, em caixas, contendo cada uma, 25 quilos. Quantas caixas vão ser necessárias?"

Para responder correctamente, o aluno tem de tornar operatórios os conhecimentos que já possui. Ou evoca a multiplicação e, por ensaios sucessivos, descobre o número que satisfaz a condição:

$$\square \times 25 = 300$$

ou contará de 25 em 25 até perfazer 300. Em qualquer dos casos, o aluno construiu, a partir dos seus limitados conhecimentos, um procedimento original.

Vemos assim que, enquanto a resolução do problema envolve criatividade, a resolução de exercícios requer, apenas, a utilização rotineira de factos ou procedimentos previamente aprendidos.

Por outro lado, os problemas que emergem de uma situação real não estão esquematizados. Há que isolar o problema, há que seleccionar os dados relevantes, há que identificar as relações pertinentes, há que optar entre diferentes estratégias de abordagem, há que analisar os resultados da acção desenvolvida.

Uma prática assente no exercício inibe a capacidade de matematização da realidade. Pelo contrário, ensinar Matemática, no contexto de situações problemáticas é, um pouco, ensinar a viver. O professor não pode desperdiçar esta oportunidade.

Referências

Bouvier, A. (1981). La mistification mathématique. Paris: Hermann.

Kantowski, M. (1977). Processes involved in mathematical problem solving. Journal for Research in Mathematics Education, vol. 8, nº3, 163-180.

Krigowska, A. (1970). Sviluppo dell'attivitá matematica degli alievi e ruolo dei problemi in questo svilupo. UMI, fasc. 2 (supl.), série 4, ano 3.

Lakatos, I. (1984). Preuves et réfutations. Paris: Hermann.

Lester, F. (1980). Problem solving: is it a problem?. In M. M. Lindquist (Ed.), Selected issues in mathematics education. Reston: NCTM.

Polya, G. (1945). How to solve it. Princeton: Princeton University Press.

EMAS ○ IDEIAS ○ PROBLEMAS ○ SUGESTÕES ○ PROBL

Iniciamos, com este primeiro número da Revista da APM, a construção de um banco de problemas, perspectivados, uns, para os alunos do Ensino Básico, outros, para os alunos do Ensino Secundário. Para cada problema apresentaremos algumas sugestões, ainda que sucintas, para a sua utilização na aula. Uma vez mais, pedimos a vossa colaboração enviando problemas, criticando as sugestões que apresentarmos, sugerindo outro tratamento que a prática tiver aconselhado.

Cristina Loureiro e Leonor Moreira

Mandarim também tem exame

No ano 855 da nossa era, vivia, na China, o imperador Yang Souen. Tendo vagado um lugar importante e havendo dois mandarins interessados no cargo, o imperador decidiu que ocuparia o lugar o mandarim que resolvesse o seguinte problema.

O chefe de uma quadrilha de ladrões dizia para os seus homens:

- Se cada um de nós ficar com quatro das peças de tecido que roubámos, sobram duas peças. Mas se cada um de nós quiser ficar com cinco, faltam quatro peças.

Quantos eram os ladrões?

Nível de Escolaridade - Básico

Notas Metodológicas - Os alunos do Ensino Básico só podem chegar à solução por tentativas.

- Sugere-se o trabalho em grupo, seguido de discussão alargada ao grupo/turma.
- Se as crianças não esboçarem qualquer estratégia de abordagem, certifique-se de que compreenderam o enunciado do problema. Em caso afirmativo, sugira que experimentem com um número qualquer de ladrões e que calculem o número de peças de tecido que satisfaz cada uma das condições do problema.
- Sugira que organizem os resultados das diferentes tentativas.
- Aos grupos que derem o trabalho por acabado, sugira, primeiro, que testem a "solução" e, depois, proponha-lhes o problema de desenvolvimento.
- Na discussão alargada, proponha a seguinte apresentação:

Nº de ladrões	1	2	3	4	5	**6**	7
Nº de peças no primeiro caso	6	10	14	18	22	**26**	30
Nº de peças no segundo caso	1	6	11	16	21	**26**	31

- Ponha à discussão a existência de outras soluções. Para os alunos deste nível de escolaridade, a convicção de que a solução é única pode surgir da análise do quadro de valores obtidos. Veja-se que:

- o número de peças de tecido aumenta com o nú-