

## A grande final

No meu grupo de amigos entusiastas do futebol há adeptos do Porto, do Sporting e do Benfica. No dia daquela grande final transmitida pela televisão, convidei-os a assistir ao jogo em minha casa.

Ora, há pelo menos 3 portistas, os não benfiquistas são menos de 10, há mais de 9 que não são do Porto e os não sportinguistas não excedem 7.

Quantos amigos de cada clube tenho eu?

(Respostas até 31 de Agosto)

### As fotografias das quatro cidades

O problema proposto no número 81 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

*Resolvi fazer um teste a quatro amigos meus. Em cima da mesa coloquei quatro fotografias numeradas de 1 a 4, disse-lhes que tinham sido tiradas em Leiria, Porto, Évora e Viseu, e pedi-lhes que tentassem descobrir a cidade correspondente a cada uma delas. Eis as respostas:*

	Foto 1	Foto 2	Foto 3	Foto 4
Paula	Évora	Porto	Leiria	Viseu
Jacinto	Évora	Viseu	Porto	Leiria
Manuel	Leiria	Porto	Évora	Viseu
Silvéria	Viseu	Évora	Leiria	Porto

Os resultados não foram brilhantes. Um deles falhou todas e cada um dos outros acertou em duas cidades.

A que cidade correspondia cada fotografia?

Recebemos sete respostas: Alberto Canelas (Queluz), António Rebolho (Avelãs de Caminho), Dina Silva (Odemira), Edgar Martins (Queluz), Pedrosa Santos (Caldas da Rainha), Ricardo Petrucci (Lisboa) e Vânia Rodrigues.

#### 1. Método da Dina, do Pedrosa e do Ricardo

Testar todas as possíveis soluções, que são as 24 permutações das 4 fotos. É um método trabalhoso e por isso o Pedrosa fica à espera de uma solução mais elegante e matematizada, sem recurso ao método primário da "tentativa e erro". No entanto, vale a pena chamar a atenção que o processo de esgotar todas as hipóteses possíveis é muitas vezes usado (sobretudo nos últimos anos, recorrendo aos computadores), quando não descobrimos outro mais simples e eficaz.

#### 2. Método do Alberto e da Vânia (baseado na estratégia por ela utilizada quando joga ao Master Mind)

Testámos cada uma das hipóteses para a pessoa que erra todas as respostas e ver qual o caso que não dá origem a contradições.

#### 3. Método do António e do Edgar. Damos a palavra ao Edgar

Sabemos que três dos amigos acertaram em duas fotografias, mas não sabemos se acertaram nas mesmas ou se acertaram em fotografias diferentes.

Se eles tivessem acertado todos nas mesmas fotografias, existiriam duas fotografias que estavam associadas à mesma localidade por três vezes, o que não acontece.

Todas diferentes também não podiam ter sido porque só tinham disponíveis quatro fotografias e para isso acontecer tinham de ter seis fotografias.

Só resta a possibilidade de dois terem acertado em fotografias diferentes e o terceiro ter repetido duas fotografias dos anteriores.

Assim, duas fotografias foram assinaladas correctamente por dois amigos e duas fotografias foram assinaladas correctamente apenas por um. Se nós colocarmos 1 nas fotografias assinaladas apenas por um amigo e 2 nas fotografias assinaladas por dois, temos de estudar 6 possibilidades: 1122, 1212, 1221, 2112, 2121 e 2211.

#### Caso 1122

Fotografia 3 e 4 com localidades repetidas, Leiria e Viseu, respectivamente. A fotografia 2 não pode ser Viseu (é a fotografia 4) nem Porto porque se repete, logo tem de ser Évora. Só sobra Porto para a fotografia 1.

	Foto 1	Foto 2	Foto 3	Foto 4	Certas
<b>Solução</b>	<b>Porto</b>	<b>Évora</b>	<b>Leiria</b>	<b>Viseu</b>	
Paula	Évora	Porto	Leiria	Viseu	2
Jacinto	Évora	Viseu	Porto	Leiria	0
Manuel	Leiria	Porto	Évora	Viseu	1
Silvéria	Viseu	Évora	Leiria	Porto	2

Não serve, um dos amigos só acertava numa das localidades.

Repetindo o mesmo raciocínio conseguimos eliminar todas as possibilidades menos a última, que nos dá a solução do problema inicial:

#### Caso 2121

Fotografia 1 e 3 com localidades repetidas, Évora e Leiria, respectivamente. A fotografia 2 não pode ser Évora (é a fotografia 1) nem Porto porque se repete, logo tem de ser Viseu. Só sobra Porto para a fotografia 4

	Foto 1	Foto 2	Foto 3	Foto 4	Certas
<b>Solução</b>	<b>Évora</b>	<b>Viseu</b>	<b>Leiria</b>	<b>Porto</b>	
Paula	Évora	Porto	Leiria	Viseu	2
Jacinto	Évora	Viseu	Porto	Leiria	2
Manuel	Leiria	Porto	Évora	Viseu	0
Silvéria	Viseu	Évora	Leiria	Porto	2

Conclusão, as fotografias são:

1 – Évora, 2 – Viseu, 3 – Leiria, 4 – Porto.