

Estatística nas aulas do 7.º ano de escolaridade

Margarida Cristina Silva, Escola Secundária D. Pedro V

Nesta era da informação e tecnologia, existe uma necessidade crescente de transformar o ensino em geral, e o da Matemática em particular, num sentido capaz de responder às necessidades dos alunos enquanto indivíduos e às novas exigências da sociedade moderna.

Na realidade, o ensino da Matemática necessita não só de uma mudança ao nível dos conteúdos programáticos como, fundamentalmente, ao nível dos métodos, das formas de organização das actividades de aprendizagem, do papel do professor (dentro e fora da aula), dos processos de avaliação, do papel dos computadores e calculadoras, etc.

Para além de analisar e discutir estas questões importa ensaiar práticas educativas que melhorem efectivamente o que se sabe estar já inadequado. É neste âmbito que surge o Projecto MAT₇₈₉ — que está a desenvolver um currículo experimental de Matemática para os 7.º, 8.º e 9.º anos (futuro 3.º ciclo do ensino básico). O Projecto iniciou-se no corrente ano lectivo com duas turmas do 7.º ano de escolaridade, na Escola Secundária de D. Pedro V.

Entre as situações de aprendizagem proporcionadas aos alunos dessas duas turmas incluiu-se uma sequência de actividades de Estatística, de acordo com o seguinte esquema genérico:

- Números naturais — Problemas: Divisores, múltiplos, números primos (uso sistemático de calculadoras);
- Contagem — Problemas;
- Iniciação à Estatística;
- Introdução ao estudo dos gráficos de funções;
- Números relativos — Operações em Z e Q;
- Geometria.

A Estatística é um tema que ainda não foi contemplado nos programas destes níveis de escolaridade. Por outro lado, ocupa um lugar de pouco destaque no Ensino Secundário uma vez que surge apenas no final do programa do 11.º ano e por isso é geralmente *esquecido*. Muitos alunos terminam assim o seu ciclo de estudos secundários sem contactarem sequer com as noções mais elementares da Estatística.

Estatística na escola: porquê?

Conceitos estatísticos como o de média, mediana, acaso, dependência e independência de fenómenos, variância, desvio padrão, percentagem, etc., são actualmente indispensáveis para compreender o mundo que nos rodeia. Desde a formulação das novas teorias da Cosmogénese até às previsões eleitorais ou sondagens da opinião pública, diariamente difundidas pelos *mass media*, a Estatística tem vindo cada vez mais a assumir um papel fundamental.

Por outro lado, ela surge no seguimento da crescente necessidade de compreender e organizar grandes quantidades de dados. Na nossa sociedade quase tudo está massificado: «Há muitos habitantes», «há muitos automóveis», «há muitas opiniões»,... Para interpretar esta realidade é imprescindível *resumir* a informação e portanto utilizar métodos estatísticos de modo a evidenciar o que de mais significativo existe nesse conjunto numeroso de observações.

Também na investigação científica e tecnológica, a Estatística tem assumido cada vez maior importância.

Por tudo isto, a Estatística constitui um tema actual e interdisciplinar, permitindo nas aulas de Matemática a abordagem de variadíssimos assuntos, o que poderá proporcionar factores potenciais de motivação dos alunos e também incentivá-los a assumirem uma atitude mais crítica perante todo o tipo de resultados com que são diariamente confrontados (taxa de inflação, temperatura média, salários reais, risco sísmico, índices de poluição, variação de popularidade, etc.).

A Estatística poderá proporcionar com naturalidade situações favoráveis ao desenvolvimento de capacidades como conjecturar, matematizar, discutir, tomar decisões, comunicar; à realização de actividades no âmbito das aplicações da Matemática, e de projectos; ao trabalho de grupo; à utilização das calculadoras e dos computadores.

A Estatística nas aulas de Matemática do 7.º ano

As actividades foram desenvolvidas ao longo de 14 aulas.

Os alunos trabalharam em grupos de 3 a 5 elementos em torno das seguintes situações:

A — Distribuição de ordenados: O ordenado médio dos funcionários de duas empresas é o mesmo mas o sindicato de uma delas protesta. Porquê?

B — Análise dos resultados de um teste: Perante os resultados de um teste realizado em duas turmas, qual delas tem melhor aproveitamento?

C — Evolução do número de filhos: Como estará a evoluir o número de filhos ao longo das três últimas gerações?

As duas primeiras situações foram apresentadas aos alunos em fichas de trabalho. A última constituiu o tema de um trabalho prático envolvendo recolha, organização e representação de dados.

Esta sequência de actividades pretendia proporcionar aos alunos experiências de trabalho que contribuíssem para o desenvolvimento do espírito crítico e para o reconhecimento da necessidade de tratar de forma adequada informações de *carácter estatístico*, nomeadamente:

- reconhecer a necessidade das medidas de centralização;
- escolher a medida de centralização mais conveniente a uma dada situação;
- construir gráficos e tabelas;
- reconhecer a necessidade das medidas de dispersão;
- fazer conjecturas, tirar conclusões e discuti-las.

A — DISTRIBUIÇÃO DE ORDENADOS

Duas empresas (empresa A e empresa B) têm ao seu serviço 9 funcionários, cada uma. Cada um dos directores afixou na respectiva empresa, a seguinte informação:

O ordenado médio dos funcionários é de 54 000\$00

O sindicato da empresa B contestou a afirmação, dizendo que o ordenado médio era apenas de 20 000\$00. O sindicato da empresa A não levantou quaisquer problemas.

Por que razão isto aconteceu?

No caso da empresa B quem é que tem razão? A direcção da empresa ou o sindicato?

Tabela de Ordenados

FUNCIONÁRIOS	EMPRESA A	EMPRESA B
A	55 c	20 c
B	51 c	27 c
C	58 c	32 c
D	56 c	341 c
E	54 c	5 c
F	51 c	24 c
G	56 c	9 c
H	53 c	12 c
I	52 c	16 c

Pretendia-se, numa primeira fase, que os alunos tomassem contacto com a situação tentando compreender as diferentes reacções dos sindicatos.

Alguns alunos fizeram logo o seguinte reparo:

«O sindicato da empresa B protestou porque o chefe recebe mais que os outros todos. Muito mais: 341 c»

Seguiu-se então a fase do tratamento e análise dos dados:

1. Cálculo da média dos ordenados

Os alunos começaram por verificar que a média para ambas as empresas era de 54 contos, o que levou alguns a fazer o seguinte comentário: *«Afinal os directores não mentiram»*.

Como justificar então os protestos do sindicato da empresa B?

Será que todos os funcionários concordaram que se devia protestar?

A estas questões os alunos foram unânimes em responder:

*«Porque havia uma grande diferenciação de salários
Exemplo: D — 341; E — 5 c*

Nem todos protestavam porque o funcionário D tinha um ordenado altíssimo»

Na realidade, os funcionários da empresa B têm em geral um ordenado muito inferior à média pois o funcionário D usufrui de um ordenado extremamente elevado.

Esta situação ilustra como dois conjuntos de dados podem ser *completamente distintos* e ter, no entanto, a mesma média.

Para o segundo conjunto de dados a média não se aproxima dos valores mais frequentes, isto é, não se refere ao *comportamento médio*, não sendo por isso uma medida de centralização muito significativa.

Isto levou os alunos ao cálculo de outra medida de centralização:

2. Cálculo da mediana dos ordenados

	MÉDIA	MEDIANA
Empresa A	54 c	54 c
Empresa B	54 c	20 c

Neste exemplo a mediana é uma medida de centralização mais relevante do que a média.

Por que razão isso acontece?

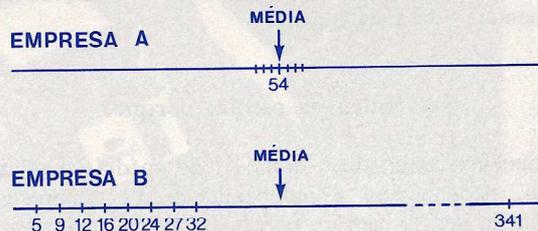
Quais as características destes dois conjuntos de dados que fazem com que a média seja significativa num caso e noutro não?

«É que na empresa A os ordenados estão igualmente divididos o que faz com que os ordenados estejam todos perto da média, enquanto na empresa B há um grande desequilíbrio entre o menor e o maior ordenado».

Torna-se então claro que a média de um pequeno conjunto de dados é afectada, se um deles (no caso da empresa B o ordenado do funcionário D) for significativamente diferente dos restantes. A mediana, no entanto, não é afectada.

Na situação em estudo, a *vantagem* da mediana sobre a média aritmética é que ela é menos influenciada pelos valores extremos.

Os alunos aperceberam-se que apenas com a média e a mediana não é possível caracterizar por completo aqueles dois conjuntos de ordenados. De facto estas medidas *«nada nos dizem»* sobre o modo como os dados estão *dispostos* em torno da média — dispersão.



3. Desvios — uma medida de dispersão

Os alunos construíram uma tabela dos desvios dos ordenados para cada uma das empresas, calculando para isso a diferença entre cada ordenado e a média.

EMPRESA A	DESVIOS	EMPRESA B	DESVIOS
55	1	20	-34
51	-3	27	-27
58	4	32	-12
56	2	341	287
54	0	5	-49
51	-3	24	-30
56	2	9	-45
53	1	12	-42
52	-2	16	-38

Analisando a tabela dos desvios, fica-se com uma ideia do grau de dispersão dos ordenados, concluindo mais uma vez que na empresa B estes estão mais dispersos — os valores absolutos dos desvios são maiores. O desvio é pois um indicador importante do modo como os dados se agrupam em torno da média. Pode ser útil calcular-se o *desvio médio* — média dos valores absolutos dos desvios. Esta medida de dispersão foi utilizada pelos alunos na situação seguinte.

Os alunos utilizaram as calculadoras como instrumento *natural* de trabalho, sendo interessante notar que usaram os números negativos sem qualquer dificuldade, apesar de não ter havido qualquer estudo prévio formal sobre o conjunto Z.

B — RESULTADOS DE UM TESTE REALIZADO EM DUAS TURMAS

Os dados seguintes representam os resultados de um teste (na escala 0-100) feito em duas turmas. Cada turma tem 20 alunos.

Turma A: 83, 79, 57, 92, 29, 81, 86, 49, 83, 68, 99, 69, 84, 12, 87, 86, 38, 81, 58, 79

Turma B: 71, 81, 73, 83, 80, 84, 76, 12, 72, 71, 70, 93, 13, 90, 80, 73, 91, 70, 99, 88

Qual das duas turmas tem melhor aproveitamento?

A rápida leitura destas notas não deixa *má impressão*, mas uma vez que se pretende apreciar objectivamente os resultados, devemos fundamentar o nosso juízo.

Para isso, os alunos começaram por calcular algumas medidas estatísticas:

1. Cálculo da média, mediana e desvio médio

	TURMA A	TURMA B
Média	70	73,5
Mediana	80	78
Desvio médio	18	13,7

Observando os resultados obtidos nada se pode concluir sobre a eventual diferença de aproveitamento entre as duas turmas uma vez que as medidas encontradas são valores muito próximos.

Por essa razão procedeu-se à classificação das notas, mediante a sua condensação numa tabela indicando o número de vezes que cada nota se repete: frequência absoluta dos resultados.

As notas são agrupadas em classes,

2. Construção da tabela de distribuição das frequências

Dados agrupados	Turma A	Turma B
10-19	I	II
20-29	I	
30-39	I	
40-49	I	
50-59	II	
60-69	II	
70-79	II	#### III
80-89	#### III	#### I
90-100	II	IIII

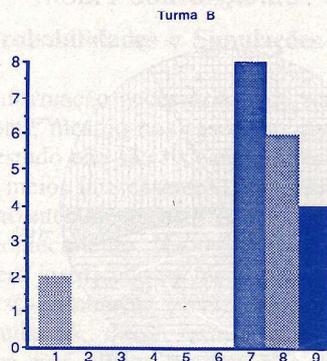
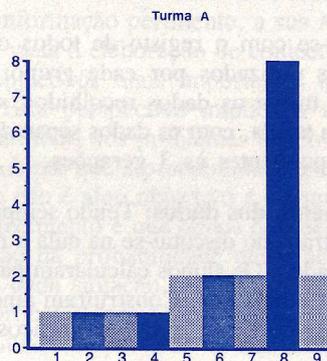
Ficámos assim com uma ideia aproximada da distribuição das notas em ambas as turmas. A conclusão a que os alunos chegaram foi exactamente que:

«Na turma A os valores estão mais distribuídos do que na turma B, que é mais concentrada nos valores mais altos».

Esta situação ilustra a importância de recorrer a tabelas de frequências quando se faz uma análise de dados.

No entanto, a representação gráfica é por vezes muito mais sugestiva acerca da distribuição duma variável do que uma tabela de frequências.

3. Construção de gráficos de barras



4. Conclusões

Efectuado o pequeno estudo estatístico sobre a situação apresentada, é necessário responder à questão inicial: Qual das duas turmas tem melhor aproveitamento?

«Eu acho que a turma B é melhor, porque a turma A tem mais alunos com notas negativas e razoáveis.

A média das notas dos alunos da turma A foi de 70 e da turma B foi de 73,5. A turma B foi melhor.

Também acho que a turma B é melhor porque tem 18 alunos com notas entre 70 e 100 enquanto a turma A só tem 12 alunos com notas entre 70 e 100. A turma B tem mais alunos com melhores notas. (vê-se nos gráficos muito bem)»

C — EVOLUÇÃO DO NÚMERO DE FILHOS NAS 3 ÚLTIMAS GERAÇÕES

Esta terceira actividade consistiu num projecto realizado pelos alunos e envolvendo trabalho individual e trabalho de grupo.

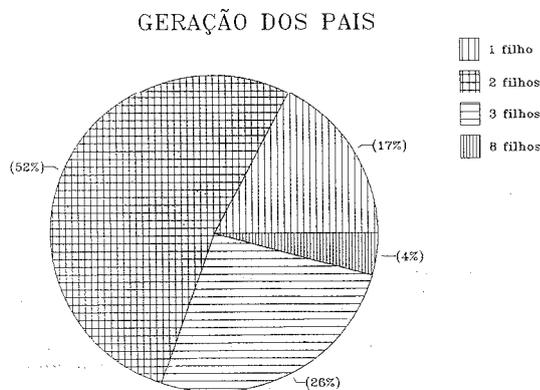
1. Objectivo: Estudar a evolução do número de filhos nas três últimas gerações, utilizando como amostra o conjunto dos alunos da turma, os seus pais e avós.

2. Recolha de dados: Cada aluno registou o número de filhos dos seus pais (o próprio e os irmãos), dos seus avós (paternos e maternos), e dos seus bisavós (4 casais).

Pai Mãe	Pai Mãe	Pai Mãe	Bisavós
Pai Mãe	Pai Mãe	Pai Mãe	Avós
Pai	Mãe	Pai	Pais
Aluno			

Prosseguiu-se com o registo de todos os dados que seriam depois utilizados por cada grupo. Cada aluno comunicou à turma os dados recolhidos, organizando-se assim uma tabela, com os dados separados em 3 conjuntos correspondentes às 3 gerações.

3. Tratamento dos dados: Tendo sempre presente o objectivo do trabalho discutiu-se na aula a melhor forma de tratar os dados. Os alunos calcularam para cada geração a média e a mediana. Construíram ainda tabelas de frequências, gráficos de barras e gráficos circulares.



4. Discussão dos resultados: Os resultados foram analisados e discutidos pela turma. Para auxiliar e enriquecer a discussão foram fornecidos dados relativos à evolução ao longo deste século (em Portugal e na França) da taxa de natalidade.

5. Relatório final: Cada aluno dispôs de uma semana para organizar e apresentar um relatório sobre o estudo feito. O tipo de relatório foi discutido na turma, tendo-se estabelecido que deveria incluir: o objectivo do trabalho; os métodos que foram utilizados; uma apresentação dos dados da forma considerada mais conveniente; e uma secção final de conclusões.

Balanco final

As actividades de Estatística realizadas pelos alunos constituíram globalmente um dos momentos de aprendizagem mais interessantes e significativos. As situações escolhidas revelaram-se motivadoras e proporcionaram oportunidades para se discutir e relacionar, com muita *naturalidade*, questões aparentemente muito diversas (tanto *externas* como *internas* à Matemática).

Para o bom ambiente de aprendizagem conseguido, terá contribuído o *carácter problemático* das situações propostas assim como as formas de trabalho adoptadas. O trabalho de grupo e a realização de um *pequeno* projecto revelaram-se metodologias apropriadas. A Estatística parece ser de facto uma fonte de interessantes actividades na escola mas não é difícil imaginar formas aborrecidas e desmotivadoras de *ensinar*...

O principal foco das atenções foi sempre colocado no estudo das situações concretas e nunca nos «assuntos» matemáticos envolvidos. Isto não quer dizer que não tenha havido preocupação com os conceitos. Foi mesmo elaborado um texto de apoio, contendo diversos outros exemplos e uma sistematização dos conhecimentos adquiridos, que foi distribuído aos alunos na altura em que estavam a preparar os relatórios finais.

Estes relatórios sobre o estudo da evolução do número de filhos deram preciosas indicações para uma avaliação global do trabalho desenvolvido. Alguns alunos apresentaram trabalhos muito cuidados tanto do ponto de vista do conteúdo como da forma (textos dactilografados com gráficos bastante perfeitos). Um dos alunos incluiu gráficos feitos por computador, através de uma folha de cálculo. As trocas de impressões com a professora, durante a elaboração do relatório, mostraram que este trabalho era, para muitos alunos, uma *coisa importante*.

Nota final. As experiências de trabalho descritas neste artigo inserem-se como foi referido, no Projecto MAT₇₈₉, tendo sido por isso planeadas, executadas e avaliadas por uma equipa constituída, para além da autora do artigo, por Leonor Cunha Leal, Eduardo Veloso e Paulo Abrantes.