



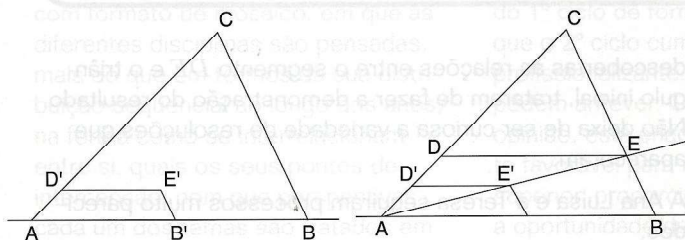
Então, o triângulo  $DAF$  é isósceles e  $\overline{AD} = \overline{DF}$ .

De modo semelhante se mostra que  $\overline{BE} = \overline{EF}$ .

O António Lucas chegou às mesmas conclusões mas por uma via mais longa.

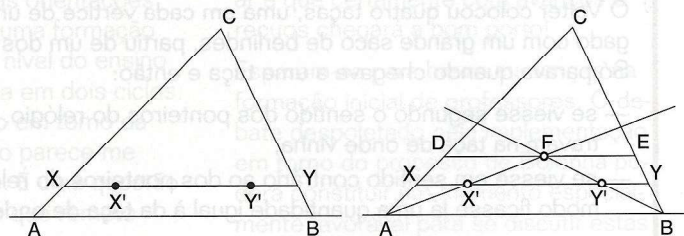
A Joana constata experimentalmente, com um programa de geometria dinâmica, que a distância  $AD$  é um terço da distância  $AC$  e que  $BE$  é um terço de  $BC$ . Assim sendo, o segmento  $DE$  passa pelo incentro do triângulo.

A Graça começa por desenhar o trapézio  $AD'E'B'$  nas condições do problema, excepto que o lado  $E'B'$  não está sobre o caminho  $BC$ . A intersecção da recta  $AE'$  com o lado  $BC$  é o ponto  $E$  procurado. A demonstração resulta do facto dos trapézios  $AD'E'B'$  e  $ADEB$  serem semelhantes.



O processo do Américo foi:

Traçar uma paralela  $XY$  a  $AB$  e nela marcar os pontos  $X'$  e  $Y'$  de modo que  $\overline{XX'} = \overline{AX}$  e  $\overline{YY'} = \overline{BY}$ . Traçar as semirectas  $AX'$  e  $BY'$ . O segmento  $DE$  passa no ponto de intersecção  $F$  destas semirectas.



O Pedrosa e o António Rebolho descobriram processos correctos e diferentes dos anteriores mas, como diz o primeiro, "não necessariamente os mais expeditos."

## O problema do ProfMat 2004

José Paulo Viana

O concurso apresentado aos participantes no ProfMat 2004 da Covilhã consistiu na resolução do problema Cordas Queimadas:

*Temos duas cordas. Se lhes deitarmos fogo numa das pontas, a primeira demora exactamente 10 minutos a arder enquanto que a segunda demora 8 minutos.*

*As cordas são de fabrico muito artesanal pelo que se, por exemplo, dividissemos a primeira ao meio, nada garantiria que cada metade ardesse em cinco minutos.*

*Usando apenas estas duas cordas, quais são os tempos que seria possível medir com exactidão?*

Quando se começa a pensar neste problema, parece que não são possíveis mais do que quatro tempos. No

entanto, a certa altura faz-se um click cá dentro e descobrem-se mais possibilidades. Todos os concorrentes conseguiram pelo menos doze tempos. Os doze tempos são obtidos usando, na definição da Iva e do Nuno, duas técnicas:

*Técnica simples* — deitar fogo a uma ponta da corda.

*Técnica dupla* — pegar simultaneamente fogo às duas pontas da corda. Assim, a corda vai ardendo irregularmente a partir dos dois lados mas, garantidamente, irá demorar metade do tempo a arder completamente. A equipa dos dois Josés e a do António e do Valter incluíram mesmo a demonstração matemática deste resultado.

Com a *técnica simples*, a primeira corda demora 10 minutos a arder e a segunda demora 8:

$A = 10$  minutos

$B = 8$  min

Nota: como diz, e muito bem, a equipa da Maria de Deus, "o símbolo *min* significa minutos, de acordo com o Sistema Internacional de Unidades e a legislação em vigor (Decreto-Lei nº 238/94 de 19 de Setembro ...".

Com a *técnica dupla*, a primeira corda arde em 5 minutos e a segunda em 4:  $A/2 = 5$  min,  $B/2 = 4$  min.

Se deixarmos arder uma corda e depois outra e contarmos os tempos desde início, as possibilidades são:

$A + B = 18$  min



$$A + (B/2) = 14 \text{ min}$$

$$(A/2) + B = 13 \text{ min}$$

$$(A+2) + (B/2) = 9 \text{ min}$$

Se fizermos arder as duas cordas simultaneamente e contarmos o tempo que decorre entre o fim de uma e o fim da outra, as possibilidades são:

$$A - B = 2 \text{ min}$$

$$A - (B/2) = 6 \text{ min}$$

$$B - (A/2) = 3 \text{ min}$$

$$(A/2) - (B/2) = 1 \text{ min}$$

E estamos chegados aos doze tempos. No entanto, com grande surpresa da *organização* do concurso, houve quem fosse mais fundo na forma raciocinar, chegando àquilo a que podemos chamar a *Técnica mista*:

uma corda arde a partir de uma ponta mas quando a segunda corda acaba, chegamos fogo à outra extremidade da primeira corda.

Nove dos concorrentes usaram este processo, embora só três tivessem conseguido todos os tempos possíveis:

- Acender as duas pontas de A e uma de B. Aos 5 minutos A acaba e restam 3 minutos a B. Acender a outra ponta de B, que arde em 1,5 minutos. Tempo total: 6,5 min.
- Igual ao anterior, mas contamos o tempo desde que A acaba: 1,5 min.
- Acender as duas pontas de B e uma de A. Aos 4 minutos, B acaba e restam 6 minutos a A. Acender a outra ponta de A, que arde em 3

minutos. Tempo total: 7 min.

Com estas cordas, subaproveita-se esta última possibilidade: desde que B acaba até ao fim, decorrem 3 min, um tempo já obtido anteriormente. Se as cordas demorassem outros tempos a arder seria possível obter um máximo de 16 tempos.

Conclusão: com as cordas dadas são possíveis 15 tempos, que foram indicados pelas equipas António-Valter e Torres-Vieira e ainda pela Céu:

1 – 1,5 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 6,5 – 7  
– 8 – 9 – 10 – 13 – 14 – 18.

José Paulo Viana  
Esc. Sec. Vergílio Ferreira

## Lista de participantes

### Individuais:

Alzira Santos

António Borrhalho

Carlos Farias

Carlos Próspero

Jorge Nuno Silva

José Manuel Duarte

Maria do Céu Belarmino

Miguel Mata

Sílvia Grosso

### Em equipa:

Ana Paula Júlio e Paulo Correia

Anabela Torres, M<sup>a</sup> de Deus Torres,  
José Vieira e Célia Vieira

António Dias e Valter Carlos

Beatriz Barbosa e Isabel Leite

Iva & Nuno Angelino

José Carlos Campos e José  
Fernandes

Judite Barbedo, Manuela Silva e  
Isabel Silva

## Premiados e Prémios

- 1º. António Dias e Valter Carlos  
*Calculadora Gráfica Voyage 200*, oferta Texas Instruments
- 2º. Maria do Céu Belarmino  
*Calculadora Gráfica FX 9750 G Plus*
- 3º. Anabela Torres, M<sup>a</sup> de Deus Torres, José Vieira e Célia Vieira  
*Jogo Triggery*
- 4º. Carlos Farias  
Livros *Antologia de Puzzles* de David Wells e *E=mc2* de David Bonadis
- 5º. Miguel Mata  
Livros *2+2=11* de Natália Bebiano e *Conceitos Fundamentais da Matemática* de Bento de Jesus Caraça
- 6º. Ana Paula Júlio e Paulo Correia  
Livros *Matemática ou Mesas, cadeiras e canecas de cerveja* de Natália Bebiano e *O mistério do Bilhete de Identidade e Outras Histórias* de Jorge Buescu
- 7º. António Borrhalho  
Poliedros Areal + o livro *Uma Aventura Matemática na Internet* de Paulo Afonso
- 8º. Jorge Nuno Silva  
Um cachecol de lã da Serra da Estrela, oferta ProfMat 2004 + o livro *Uma Aventura Matemática na Internet* de Paulo Afonso
- 9º. Judite Barbedo, Manuela Silva e Isabel Silva  
CD educativo *Países do Mundo* + o livro *Uma Aventura Matemática na Internet* de Paulo Afonso

**Atenção:** Os prémios devem ser levantados até 30 de Junho de 2005.

Por favor, contactar a sede da APM em Lisboa.