

# Uma ida ao casino

José Paulo Viana

Todos, ou quase todos, gostamos de jogar. Jogar das mais diversas formas e nos mais diversos contextos. Às vezes por necessidade (e entramos no jogo das colocações de professores para mudar de escola ou para conseguir emprego ...), muitas vezes por prazer. E se o jogo traz prazer, então ainda melhor se o analisarmos do ponto de vista matemático. É o que vamos fazer, misturando algumas histórias.

## As duas malas

Quando andava a estudar, no início da década de 60 do século passado, li no jornal uma notícia que nunca mais esqueci. Alguém telefonou para um casino de Las Vegas a perguntar se havia limite de aposta na roleta e a resposta foi que não, podia apostar-se a quantia que se quisesse. Passado algum tempo, um homem entrou no casino com duas enormes malas. Dirigiu-se a uma mesa da roleta e abriu uma mala. Estava cheia de notas. Pediu para que as contassem e jogou tudo no vermelho. A roleta girou, saiu um número vermelho e ele ganhou. Abriu então a segunda mala, que estava vazia, e disse: "Podem enchê-la". E saiu do casino com as duas malas.

Sempre me intrigou o que teria acontecido na vida daquele homem para o levar a fazer o que fez. É evidente que não se tratava de um jogador compulsivo, senão teria continuado a jogar.

Por outro lado, tinha bastante dinheiro mas, para jogar daquela forma, não lhe chegava. Haveria qualquer problema grave cuja resolução passava por ter o dobro do dinheiro. E seria tão grave que ter uma mala cheia de dinheiro era o mesmo que não ter nada. Por isso jogou tudo. Pelo menos foi essa a explicação que achei mais aceitável.

## A roleta

A roleta é o mais mítico dos jogos de casino. É sobre ele que há mais páginas escritas em livros, é sobre ele que há mais cenas de filmes. Dentro de um cilindro existe uma roda dividida em 37 sectores iguais, numerados de 0 a 36. Há 18 números vermelhos e 18 negros, além do 0 que é verde (figura 2, página seguinte). A roda é posta a girar num sentido e uma pequena bola é lançada em sentido inverso na parede lateral do cilindro. Depois de saltar várias vezes ao bater nas divisões da roda, a bola imobiliza-se num dos sectores. Quem tiver apostado no número desse sector ganha.

As apostas são feitas previamente com fichas coloridas que o jogador coloca numa mesa especial, como a que se vê na figura 1.

Há vários tipos de aposta que permitem apostar num só número ou em vários ao mesmo tempo.

Na figura estão cinco fichas em diferentes situações.



Figura 1. Mesa

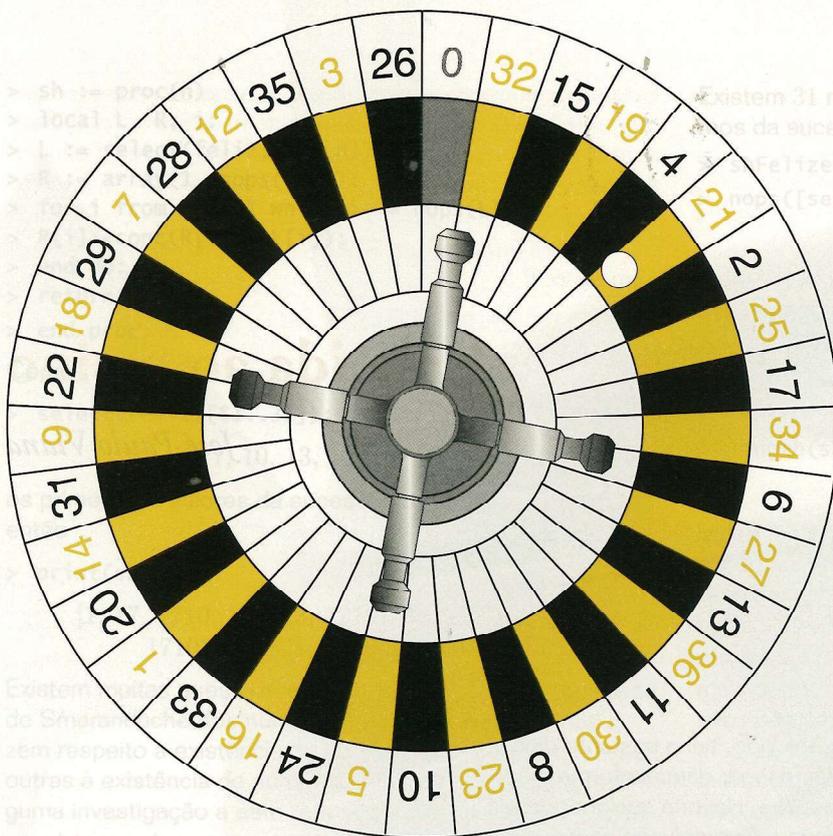


Figura 2. Roleta: ■ vermelho ■ negro ■ verde

Ficha A: aposta no número 8.

Ficha B: aposta nos números 17 e 20.

Ficha C: aposta nos seis números 10, 11, 12, 13, 14 e 15.

Ficha D: aposta em quatro números.

Ficha E: aposta nos dezoito números pares.

Um jogador pode fazer mais do que uma aposta.

Os jogadores que tiverem apostado no número saído ganham e o que recebem é inversamente proporcional à quantidade de números em que apostaram. Por exemplo, numa aposta do tipo A, recebe-se 36 vezes o valor da aposta, numa de tipo B 18 vezes, de tipo C 6 vezes, etc. Quem apostar no par ou ímpar, no vermelho ou negro, no maior ou menor, recebe o dobro do que apostou, ou seja, tem um lucro igual ao valor da aposta.

Se sair o número 0, todas as apostas são perdidas, excepto para quem apostou no 0.

Analisemos o jogo do ponto de vista matemático.

Começemos pela aposta num só número (ficha A). Imaginemos que apostamos 1€ no número 8.

A probabilidade de ganhar é  $1/37$  e se ganharmos o lucro é de 35€ (recebemos 36 mas pagámos 1).

A probabilidade de perder é  $36/37$  e o lucro é de -1 (perdemos o euro apostado).

Para calcularmos o nosso lucro médio  $L$ , ou aquilo a que podemos chamar a esperança matemática deste jogo, temos de fazer o somatório dos produtos de cada lucro pela respectiva probabilidade:

$$L = 35 \times \frac{1}{37} + (-1) \times \frac{36}{37} \approx -0,027 \text{ ou } -2,7\%$$

Quer isto dizer que, em média, por cada euro apostado, perdemos 2,7 centímetros. Ou, do ponto de vista do casino, eles ganham em média 2,7% do valor total das apostas deste tipo.

E o que aconteceria se apostássemos €1 nos números pares (ficha E)?

Como na roleta o 0 não é par nem ímpar, a probabilidade de ganhar é  $18/37$  e o lucro correspondente é de €1 (recebemos 2 mas pagámos 1).

A probabilidade de perder é  $19/37$  e o lucro é de -1 (perdemos euro apostado).

O lucro médio é então:

$$L = 1 \times \frac{18}{37} + (-1) \times \frac{19}{37} = -\frac{1}{37} \approx -0,027 \text{ ou } -2,7\%$$

Também aqui perdemos em média 2,7% do que apostamos.

O mesmo se passa para qualquer outro tipo de aposta na roleta. Temos sempre um prejuízo médio de 2,7%.

Claro que isto não quer dizer que, se formos uma noite ao casino e fizermos algumas jogadas, vamos ter obrigatoriamente prejuízo. Podemos ter sorte e ganhar. Podemos ter azar e perder mais que 2,7% daquilo que apostámos. O mesmo se passa com os outros jogadores.

Mas vejamos isto do ponto de vista do casino. Tem várias mesas de roleta a funcionar muitas horas por dia, cada uma delas sempre com vários jogadores, quase todos a apostarem muitas vezes. Ao fim da noite foram feitas milhares de apostas. Agora a sorte já tem muito pouco a dizer: entra em acção a lei dos grandes números e portanto os lucros do casino vão, quase seguramente, estar muito perto dos 2,7% do total das apostas feitas. E os lucros vão ser grandes! Uma pequena vantagem a favor da casa transforma-se, ao fim de muitos jogos, numa grande vantagem...

### A martingala de D'Alembert

Apesar de este jogo ser desfavorável para o jogador, têm surgido ao longo dos tempos vários sistemas de apostas que, acreditam alguns, podem dar lucros garantidos. São as chamadas *martingalas*.

A mais famosa é a Martingala de D'Alembert e é extremamente simples:

Fazemos apostas nas que pagam a dobrar: a cor (vermelho ou negro), o par ou ímpar, o menor ou maior.

Começamos por uma certa quantia, por exemplo, 1€ no vermelho.

Se sair vermelho, ganhamos e temos um lucro de 1€.

Se perdermos, vamos duplicando a aposta até sair vermelho. Quando isto acontecer, temos um lucro de €1.

Vejamos um exemplo: sai negro 4 vezes seguidas e depois sai vermelho. Fomos apostando sucessivamente 1, 2, 4, 8 e 16 euros e o nosso saldo é:

$$-1-2-4-8+16 = 1$$

O método parece infalível e seguro. Não há dúvida que ganhamos sempre. Pouco, é verdade, mas sempre. Que mais se pode pedir?

Bem, há um perigo, e não é pequeno. Se tivermos azar e sair bola negra várias vezes seguidas, como os montantes das apostas crescem exponencialmente, podemos ter de apostar uma quantia que ultrapasse as nossas posses. Se sair bola negra 10 vezes seguidas, teremos de apostar 1024€ ... E se perdermos? Ai! Tudo para ganhar 1€?

Mas podem argumentar: sair 10 vezes seguidas uma cor é um caso muito pouco provável.

É verdade, mas já viram?, o prejuízo é enorme. E isso acontece de vez em quando...

Por exemplo, para o casino de Monte Carlo, o mais famoso de todos os casinos do mundo, os recordes são:

29 vermelhas seguidas na mesa 2, no início do século XX,

38 vermelhas seguidas também na mesa 2, em 1941.

Realmente, havendo vários jogadores a usar esta martingala, o casino pode ter prejuízo com eles durante vários dias. Mas, um certo dia, surge uma série grande e há vários jogadores que não aguentam. Nesse dia, o lucro do casino é muito grande e compensa os pequenos prejuízos dos outros dias.

Mesmo assim, alguns casinos jogam ainda mais pelo seguro:

- numas mesas não há limite de aposta mas a aposta mínima é razoavelmente alta e não é preciso uma série muito longa para que as apostas duplicadas atinjam valores muito altos;
- noutras mesas há limite de aposta, isto é, não se pode apostar mais do que certa quantia, e novamente não é preciso uma série muito longa para que se atinja o limite máximo permitido.

Quando, um destes dias, fiz uma incursão pela Internet à procura de martingalas, encontrei a de D'Alembert muito bem explicada numa página, incluindo até um exemplo com umas vinte jogadas *reais* com apostas no vermelho e que davam lucro. E a seguir perguntavam: e se estivesse a jogar no negro? E lá vinham as contas para os mesmos números saídos e também se tinha lucro. A página terminava dizendo: "agora que já sabe como ganhar seguramente, porque não experimenta? Aconselhamos-lhe o casino XXX que merece toda a confiança. E em vez de começar com uma aposta de 1€, comece com apostas de 10 ou 20€ para ganhar mais."

Achei isto um pouco estranho. Investiguei melhor e descobri duas coisas muito curiosas: esta página pertencia ao *site* do tal casino e nesse casino *on-line* a aposta máxima é de 150€ ...

### A martingala de Bouchet

Outro esquema de aposta simples e com lucros "garantidos" tem o nome de Bouchet. Consiste no seguinte:

- Começamos por apostar 1€ (no par/ímpar, no vermelho/negro ou no menor/maior).
- Se perdermos a jogada, aumentamos 1€ na aposta seguinte.
- Se ganharmos a jogada, diminuímos 1€ na aposta seguinte.
- Paramos quando o valor a apostar for 0.

Quer isto dizer que terminamos quando o número de vezes que ganhámos exceder em um o número de vezes que perdemos.

Vejamos um exemplo. Representemos por G ganhar uma jogada e por P perder. Se a série de resultados for P-P-

P-G-G-P-G-G-G, podemos representar num gráfico a evolução do jogo.

Nos vértices do gráfico estão os valores das apostas, com o sinal + ou - conforme se tenha ganho ou não e na linha horizontal está o saldo em cada momento.

Com esta martingala, o lucro é sempre o valor do pico mais alto (4 neste caso) mais o número de picos extra (1 neste caso).

Neste método o valor das apostas cresce mais devagar mas, é claro, tem um perigo bastante grande: não se voltar tão cedo ao 0. Ora qualquer estatístico sabe que há uma probabilidade razoável de haver um longo período de desvio em relação à média e nesse caso os prejuízos podem tornar-se muito grandes.

### Como ganhar ao jogo

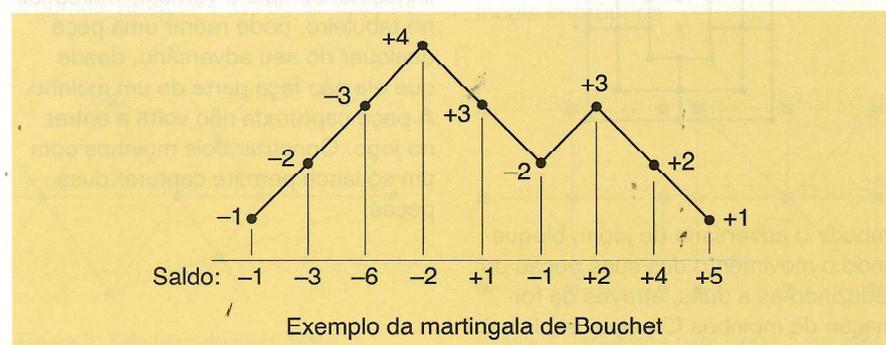
Há já uns anos encontrei um livro de Jérôme Jean-Charles que se chama precisamente *Como ganhar ao jogo*. Claro que o comprei logo ...

Nele se analisam uma série de jogos de todo o tipo. A respeito da roleta, estão lá uma série de comentários que não resisto a transcrever (em tradução livre):

- Se não for obrigatório jogar, a melhor estratégia é: Não Jogar.
- Se quiser experimentar, jogue uma só vez e não volte, qualquer que seja o resultado. Neste caso, começar com um capital bem definido, escolher um objectivo fixo e ser totalmente intransigente.

Analisa então alguns exemplos de situações e objectivos, chegando aos seguintes resultados:

- Se começar com 10€ e quiser ganhar 1€, seguindo a melhor estratégia, tenho 89,94% de probabi-



— lidade de o conseguir e 10,06% de perder os 10€.

- Se começar com 7€ e quiser ganhar 1€, seguindo a melhor estratégia, tenho 86,45% de probabilidade de o conseguir e 13,55% de perder os 7€.

A estratégia a seguir para alcançar um certo objectivo é muito importante. Por exemplo, para a situação de termos 1000€ e querermos ganhar 1000€:

- se jogarmos os 1000€ de uma só vez (no ímpar ou numa cor), temos 48,6% de hipóteses de o conseguir e 51,4% de tudo perder,
- se jogarmos 10€ de cada vez, a probabilidade de alcançar o objectivo é praticamente nula, ou seja, ficaremos sem nada (embora demore algum tempo ...).

Existem curiosas histórias ligadas à roleta.

No início do século XX, um navio de guerra da Rússia dos czáres ancorou ao largo de Monte Carlo e o comandante foi jogar ao casino. No final da noite tinha perdido tudo: o dinheiro dele e também todos os fundos monetários do navio. Foi ao barco e

regressou pouco depois. Chamou o gerente do casino e anunciou-lhe que, quando os marinheiros souberam que não poderiam receber os seus salários nem havia mantimentos e combustível suficientes para voltar à Rússia, tinham decidido que disparariam os canhões em direcção ao casino caso este não devolvesse o dinheiro ao comandante.

E realmente os canhões já estavam apontados na direcção do casino. O gerente percebeu que o comandante estava desesperado e já nada tinha a perder — esperavam-no o fim da carreira e a prisão — enquanto que o casino tinha muito a perder. Assim, devolveu ao comandante os fundos necessários para que o navio pudesse partir.

Outra história passou-se no casino de Baden-Baden, cidade alemã famosa pelas suas termas. Um grupo de jogadores recolheu, durante vários dias, os números que foram saindo numa das mesas de roleta. Analisaram aquela enorme quantidade de resultados e verificaram que havia uma zona da roda onde a bola parava com uma frequência ligeiramente superior à esperada. Com efeito, o cilindro onde

rodava tinha uma ligeira excentricidade fisicamente indetectável mas suficiente para que a probabilidade de saída de um certo grupo de números fosse ligeiramente maior. Esses jogadores começaram então a apostar sistematicamente nesses números, ganhando em poucos dias uma pequena fortuna. A gerência do casino apercebeu-se do que se passava e substituiu a roleta. Aliás, como é impossível garantir uma roleta fisicamente perfeita, a partir dessa altura todos os casinos passaram a trocar as roletas entre as várias mesas e a substituí-las regularmente.

Em conclusão: é possível não perder ou até ganhar à roleta. Mas, para não perder, temos de ter um navio de guerra sob nosso comando e para ganhar temos de descobrir uma roleta imperfeita sem que o casino se aperceba ...

Há, no entanto, uma maneira absolutamente segura de ganhar à roleta: é ser-se o dono do casino.

#### Referência Bibliográfica

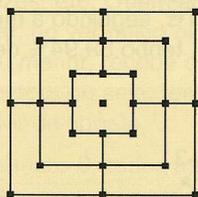
Jean-Charles, J. (1984). *Comment Gagner aux Jeux*. Paris: M. A. Editions.

José Paulo Viana  
Esc. Sec. de Vergílio Ferreira (Lisboa)

## Jogo do Moinho

### Material

É um jogo para dois jogadores, cada um com 9 peças, disputado num tabuleiro formado por 3 quadrados *con-cêntricos*, ligados entre si através dos pontos médios dos lados, originando 24 pontos dispostos em 16 linhas de três.



### Objectivo

Impedir o adversário de jogar, bloqueando o movimento das suas peças ou reduzindo-as a duas, através da formação de moinhos (3 peças em linha).

### Abertura

Inicialmente, o tabuleiro está vazio. Começa o jogador com as peças de uma dada cor (habitualmente começam as peças brancas, se existirem). Alternadamente, cada jogador coloca uma das suas peças num ponto vazio do tabuleiro, até esgotar as 9 peças. Se um jogador construir um moinho, isto é, se alinhar 3 peças segundo as linhas horizontais e verticais marcadas no tabuleiro, pode retirar uma peça qualquer do seu adversário, desde que ela não faça parte de um moinho. A peça capturada não volta a entrar no jogo. Construir dois moinhos com um só lance permite capturar duas peças.

### Meio

Depois de colocadas todas as peças no tabuleiro, cada jogador, à vez, move uma das suas peças, ao longo de uma linha, para uma casa vazia adjacente. Sempre que fizer um moinho, o jogador captura uma peça do adversário. É permitido desfazer um moinho numa jogada e refazê-lo na jogada seguinte (retirando nova peça).

### Fim

Se um jogador ficar apenas com 3 peças, elas podem saltar para qualquer ponto vazio do tabuleiro. O adversário deve movimentar as suas peças da forma usual, a não ser que ambos os jogadores possuam 3 peças. Perde o jogador que não tenha a possibilidade de mover as suas peças ou que ficar reduzido a duas.