



Os nomes e os números

Estava outro dia com uns amigos quando resolvemos transformar as letras dos nossos nomes próprios em números, de acordo com um dos mais antigos códigos que se conhecem: $A = 1, B = 2, C = 3, \dots, X = 22, Z = 23$ e depois cada um de nós multiplicou os números do seu nome.

No meu caso, JOSÉ deu $10 \times 14 \times 18 \times 5 = 12600$.

Uma das minhas amigas obteve 24 453. O resultado de um dos meus amigos foi 497 420.

Como é que eles se chamam?

(Respostas até 31 de Março)

Quatro números e diferenças

O problema proposto no número 74 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

— Escolher quatro números naturais e colocá-los numa fila inicial (fila 0).

— Construir a fila 1 a partir dos números da fila anterior: cada novo número é a diferença, em valor absoluto, entre o número que está por cima e o que está à direita desse; o quarto número é a diferença entre o que está por cima e o primeiro.

— Repete-se o processo para cada nova fila, obtendo-se sempre os novos números à custa dos quatro anteriores.

— O processo termina quando se chega a uma fila só com zeros.

Consegues arranjar quatro números iniciais que dêem origem a dez filas não nulas? E a 20 filas?

Pergunta adicional: Qual será a maior sequência de filas que se consegue com quatro números iniciais inferiores a 1000?

Quando, há já uns anos, encontrei este problema na internet, no grupo de discussão *Snark* sobre resolução de problemas, fiz algumas experiências um pouco ao acaso e encontrei uma fila inicial que dava origem a 13 filas:

1 — 18 — 49 — 106 (fila inicial)

17 — 31 — 57 — 105 (fila 1)

14 — 26 — 48 — 88 (2)

12 — 22 — 40 — 74 (3)

10 — 18 — 34 — 62 (4)

8 — 16 — 28 — 52 (5)

8 — 12 — 24 — 44 (6)

4 — 12 — 20 — 36 (7)

8 — 8 — 16 — 32 (8)

0 — 8 — 16 — 24 (9)

8 — 8 — 8 — 24 (10)

0 — 0 — 16 — 16 (11)

0 — 16 — 0 — 16 (12)

16 — 16 — 16 — 16 (13)

Dei-me por satisfeito. Bastante tempo depois encontrei a folha onde tinha tomado as minhas notas e resolvi tentar encontrar alguma estratégia ou algumas regras que permitissem ir aumentando o número de linhas. Não foi nada fácil, mesmo socorrendo-me mais intensamente da folha de cálculo no computador.

Algumas propriedades são imediatamente constatáveis: se somarmos, subtrairmos ou multiplicarmos por uma constante todos os elementos da fila inicial, a nova linha obtida dá origem a uma série de linhas com o mesmo comprimento da anterior. Consequência imediata: o número mais baixo pode sempre ser 1 e podemos

sempre colocá-lo na primeira posição.

Acabei por encontrar um método que permite ir aumentando o número de linhas uma a uma. Aqui vai ele.

Por uma questão de simplificação dos cálculos, resolvi admitir que também podia incluir o número zero (depois, no fim, é somar uma unidade a todos os elementos da linha inicial).

Imaginemos que uma certa linha inicial a_1, a_2, a_3, a_4

dá origem a N linhas não nulas.

Seja $k = |a_4 - a_1 - a_2 - a_3|$.

Uma nova linha inicial igual a

$$0, a_1 + \frac{k}{2}, a_2 + k, a_3 + \frac{k}{2}$$

já permite obter $N + 1$ linhas não nulas. Se k não for par, aparecem números não inteiros, e então temos de multiplicar os quatro números obtidos por 2.

Exemplo: partindo de 0, 17, 48, 105 (a indicada no início mas com menos uma unidade) obtemos 13 linhas.

Então $k = 105 - 48 - 17 = 40$

e a nova linha de partida é

$$0, 0+20, 17+40, 105+20 \text{ ou } 0, 20, 57, 125$$

que dá origem a 14 linhas não nulas.

Seguindo este processo, a mais eficaz com números inferiores a 1000 é

$$0, 81, 230, 504$$

que origina 18 linhas.



Continuando este processo várias vezes, para conseguir 20 linhas obtemos:

0, 230, 653, 1431

Por curiosidade, eis a mais longa que obtive, que dá 33 linhas:

0, 35890, 101902, 223317

O Paulo Correia, de Alcácer do Sal, fez um programa de computador que analisou todos os casos possíveis de linhas iniciais com números inferiores

a 1000 e obteve todas as 10 soluções que dão origem a 18 linhas:

0 — 81 — 230 — 504

0 — 118 — 335 — 734

0 — 138 — 392 — 859

0 — 149 — 423 — 927

0 — 155 — 440 — 964

0 — 274 — 423 — 504

0 — 399 — 616 — 734

0 — 467 — 721 — 859

0 — 504 — 778 — 927

0 — 524 — 809 — 964

Note-se que cada uma destas soluções dá origem a outra, colocando os números em sentido inverso. Por exemplo, à primeira solução corresponde esta outra:

0 — 504 — 230 — 81

O Paulo colocou a resolução do problema *on-line* na página da sua escola: http://www.esec-alcacer-sal.rcts.pt/mat/4n_filas.html conjuntamente com o programa utilizado, disponível para *download*.

Encontros

XII Encontro de Investigação em Educação Matemática

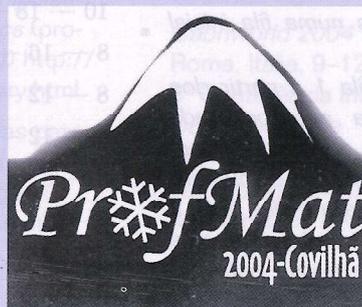
Este encontro é promovido pela Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação e vai realizar-se em Beja, a 2, 3 e 4 de Maio de 2004.

A História do que constitui hoje o campo da Educação Matemática começa a dar os primeiros passos em Portugal. Pretende-se neste encontro possibilitar uma discussão entre distintas abordagens, metodologias e paradigmas, congregando os resultados já obtidos neste campo e contando para o efeito com a colaboração de especialistas de História, de Matemática e de História da Educação, bem como de investigadores nacionais e estrangeiros.

Prevê-se o funcionamento dos seguintes grupos de discussão:

- Formação do currículo de Matemática;
- Livros de texto de Matemática;
- História do ensino da Matemática.

Para mais informações, pode consultar o site <http://www.eseb.ipbeja.pt>. E-mail: jrevez@eseb.ipbeja.pt.



ProfMat2004

O Encontro Nacional de Professores de Matemática, ProfMat2004, irá realizar-se nos dias 29 e 30 de Setembro e 1 de Outubro, na Universidade da Beira Interior, Covilhã.

Brevemente estará disponível a página do Encontro, onde se encontrará informação diversa, incluindo todas as inovações do ProfMat2004.

Localização do sítio do Encontro:

<http://www.apm.pt/profmat2004>.

Endereço electrónico do Encontro:

profmat2004@apm.pt.