

# Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de matemática

Domingos Fernandes, Escola Superior de Educação de Viana do Castelo

De acordo com recentes definições, a resolução de problemas em matemática envolve quatro aspectos diferentes: 1) Conhecimento de factos, de algoritmos, e de matemática em geral que um indivíduo possui; 2) Conhecimento de estratégias de resolução de problemas, também identificadas por muitos autores como estratégias heurísticas; 3) Conhecimento de estratégias de verificação (ou de controlo), que têm a ver com a forma como um indivíduo utiliza e gere a informação que está ao seu alcance; e 4) Pré-conceitos ou percepções (à falta de melhor palavra para o inglês «beliefs») que se relacionam com a visão que cada um tem de si próprio, da matemática, dos problemas, e do mundo em geral (Shoenfeld, 1985). Esta perspectiva implica que se quisermos ensinar a resolver problemas ou se quisermos explicar os resultados obtidos pelos alunos na sua resolução, teremos que lidar com os quatro aspectos referidos atrás. Além disso, confirma aquilo que já todos sabemos: a resolução de problemas é um **processo** muito complicado de se ensinar, de se estudar, e de se investigar.

Interessante na definição atrás apresentada é o facto de as quatro áreas mencionadas, três terem directa ou indirectamente a ver com o que vulgarmente se designa por metacognição: **Heurísticas, Verificação (controlo) e Pré-Conceitos (percepções)**. Isto seria já uma razão para nos preocuparmos com os aspectos metacognitivos no ensino/aprendizagem da resolução de problemas. Mas há algo mais para acrescentar. Na verdade, pode dizer-se que há pelo menos duas questões para as quais cientistas da cognição e investigadores da educação matemática continuam a procurar resposta. Uma questão (ou conjunto de questões) central é a de saber como é que as pessoas organizam, integram, e relacionam os conhecimentos e capacidades que possuem quando estão envolvidas na resolução de problemas. Outra questão é mais ligada ao nosso simples quotidiano de professores de matemática: Porque é que os alunos falham problemas para a resolução dos quais possuem os conhecimentos e as capacidades para o fazer?

Brown & Campione (1987) dizem que as respostas para estas e outras questões são agora investigadas no território das «meta-coisas»; concretamente, no campo da metacognição.

Agora que pelo menos já suspeitamos que as «meta-coisas» são mesmo capazes de ser importantes, interessa-nos encontrar respostas para três questões: 1) O que é a metacognição?; 2) Porque é que os aspectos metacognitivos são importantes para o ensino/aprendizagem da resolução de problemas?; e 3) Que podemos nós, professores de matemática, fazer no que respeita

ao ensino dos aspectos metacognitivos? Investigadores em educação matemática, cognitivistas e psicólogos da educação têm dedicado a estas questões uma parte significativa das suas actividades científicas (Brown & Campione, 1987; Flavell, 1976, 1979; Garofalo, 1987; Garofalo & Lester, 1985; Shoenfeld, 1985, 1987). É fundamentalmente com base em trabalhos destes investigadores que aqui se procuram retirar ilações que possam constituir uma base para que os aspectos metacognitivos sejam consciente e **explicitamente** incluídos na prática pedagógica do professor de matemática que se interessa pelo ensino da resolução de problemas.

## Definir Metacognição

De uma forma bastante simples poderemos dizer que um fenómeno psicológico é da esfera metacognitiva quando o sujeito está de algum modo envolvido em processos de pensamento acerca da sua própria maneira de pensar. Assim, avaliar um plano que se elaborou para resolver um problema, seleccionar uma estratégia de resolução entre várias possíveis, ou gerir a aplicação de um plano ou estratégia são actividades tipicamente metacognitivas.

Lester & Garofalo (1985) identificam dois aspectos distintos na metacognição. Um, que podemos designar por **conhecimento dos conhecimentos**, refere-se aos conhecimentos do indivíduo acerca das suas capacidades cognitivas, dos processos que domina, e dos recursos que pode utilizar para «enfrentar» os problemas a resolver bem como às ideias ou pré-conceitos que ele tem sobre a matemática, sobre si como utilizador de conhecimentos matemáticos, ou sobre tudo o que o rodeia. O outro, que podemos chamar de **gestão ou verificação de conhecimentos**, refere-se a um aspecto que tem vindo a ser reconhecido como tendo uma importância decisiva no processo de resolução de problemas; trata-se da forma como o indivíduo toma decisões para seleccionar e para gerir a aplicação de tácticas e estratégias que permitem resolvê-los. Abandonar uma certa estratégia por se reconhecer que ela é ineficaz ou por se pensar que há outra que poderá ser mais facilitadora é um exemplo típico deste aspecto da metacognição. Em suma, de forma muito simples poderemos dizer que a metacognição se refere ao que cada um sabe acerca dos seus próprios conhecimentos e à forma como cada um gere tais conhecimentos durante qualquer actividade cognitiva.

Shoenfeld (1987) considera que a metacognição se baseia em três aspectos distintos: (a) Conhecimento de cada um acerca do seu próprio saber e dos processos

que o integram e organizam; (b) Verificação e auto-regulação dos conhecimentos e dos processos que podem ser úteis na resolução de problemas; e (c) Pré-conceitos ou percepções acerca da matemática e, em geral, acerca do mundo que nos rodeia. A definição de Shoenfeld, embora nada de verdadeiramente novo acrescentando ao que já aqui se disse, destaca a importância dos pré-conceitos, percepções, ou intuições acerca da matemática e a influência que estes podem ter na aprendizagem dos problemas e da matemática em geral. Esta perspectiva, baseada na investigação em resolução de problemas que o próprio Shoenfeld conduz há vários anos, indica-nos que os alunos possuem estruturas mentais que utilizam de forma sistemática para interpretar o que lhes ensinamos. Significa isto que o que se lhes ensina e o que eles apreendem não são necessariamente a mesma coisa; muito depende das tais estruturas mentais, dos tais pré-conceitos, ou percepções. Este é, segundo aquele investigador, um dos aspectos que dá mais dimensão e importância à metacognição e lhe confere lugar de relevo em educação matemática e, em particular, na resolução de problemas.

### Importância da Metacognição

Parece não ser polémica a ideia de que muita da matemática que se ensina nas nossas escolas não é compreendida. Os alunos não compreendem o que fazem, não utilizam os conhecimentos que possuem de uma forma sistemática e «produtiva», não resolvem problemas para os quais possuem os conhecimentos e estratégias necessários. Tudo isto tem a ver com a já velha e dual questão do **fazer versus compreender**. Questão que afinal de contas se reduz ao problema de lidar ou não, no ensino que praticamos, com os aspectos metacognitivos e de lhes reconhecermos a devida importância. Na verdade, cada vez mais a comunidade de educadores ligados à matemática vem acentuando a importância de orientar o ensino da matemática de forma a que os alunos não se limitem a memorizar factos e procedimentos mecânicos mas, pelo contrário, possam **compreender** os conceitos e os **processos** que lhes procuramos transmitir. Que adiantará a um aluno do ensino básico conhecer de cor os algoritmos das quatro operações se, colocado perante uma situação problemática, é incapaz de seleccionar a operação apropriada para a resolver? Que vantagens terá um aluno que conhece de cor o teorema de Pitágoras se não tem consciência das potencialidades de tal resultado para resolver problemas da vida real envolvendo o cálculo de distâncias entre objectos?

Investigações recentes acentuam que o **ensino explícito** de aspectos metacognitivos a alunos de vários níveis etários poderá ter um impacto significativo e positivo na compreensão e utilização de conceitos matemáticos e na resolução de problemas (Charles & Lester, 1984; Fernandes, 1988; Shoenfeld, 1979). Se aceitarmos os resultados destas e doutras investigações como credíveis poderemos inferir que tal impacto se verifica a três

níveis: 1) os alunos tornam-se mais conscientes acerca dos seus conhecimentos e utilizam-nos de forma mais sistemática e organizada; 2) os alunos revelam-se mais capazes de utilizarem uma diversidade de estratégias de uma forma mais flexível e eficaz; e 3) os alunos podem corrigir pré-conceitos e ideias erradas que muitas vezes adquirem acerca da matemática e dos problemas. A título de exemplo poderemos referir que é muito comum os alunos desenvolverem a ideia de que todos os problemas podem ser resolvidos em 10 minutos ou menos. Ora tais ideias podem e devem ser corrigidas através de um ensino que conscientemente reconheça a importância da metacognição e a influência que poderá ter no rendimento dos alunos. Ideias erradas como aquela estão cada vez mais a ser consideradas as causas principais do fraco rendimento dos alunos na resolução de problemas (Shoenfeld, 1985, 1987). Na verdade, de acordo com este investigador, o tipo de raciocínio ou meta-raciocínio que um indivíduo produz depende em larga medida do seu sistema de pré-conceitos ou da «epistemologia não-matemática» por ele desenvolvida ao longo do tempo.

Em suma, os aspectos metacognitivos são importantes e devem ser utilizados e ensinados abertamente na sala de aula para que, entre outras coisas, possamos contribuir para que os alunos 1) melhorem a qualidade das decisões que tomam quando estão a resolver problemas; 2) tomem consciência das estratégias, técnicas, conceitos e processos matemáticos que ajudam a resolvê-los; e 3) desenvolvam capacidades que lhes permitam uma utilização eficaz de tais conhecimentos e estratégias.

Resta-nos agora esboçar algumas ideias que sugiram concretamente o tipo de actividades que podemos desenvolver na sala de aula para que o ensino dos aspectos metacognitivos na resolução de problemas possa ser posto em prática.

### O Ensino da Metacognição e a Resolução de Problemas

A primeira questão que se poderá colocar é a de saber se nós, professores de matemática, devemos, e podemos, ensinar aspectos da metacognição que possam de facto contribuir para uma melhoria de rendimento dos alunos na resolução de problemas. Há duas ideias que parecem ser geralmente aceites e que têm a ver com estas questões. A primeira é a de que se um indivíduo não possuir capacidades desenvolvidas ao nível da metacognição, tal poderá implicar falta de flexibilidade e desperdício de ideias válidas e originais que são aspectos muito importantes na resolução de problemas. Por consequência, **devemos** fazer tudo o que esteja ao nosso alcance para desenvolver tais capacidades. A segunda é a de que parece ser possível, embora bastante difícil, desenvolver as tais capacidades metacognitivas dos alunos; parece pois que **podemos** ter um importante papel a desempenhar no ensino da resolução de problemas.

Vários autores têm sugerido um certo número de técnicas ou estratégias que podem contribuir para conscien-

cializar os alunos acerca das suas capacidades metacognitivas. Referiremos aqui sugestões feitas por Garofalo (1987) e Shoenfeld (1987).

Garofalo (1987), identifica três actividades que o professor poderá desenvolver: 1) Fazer perguntas que levem os alunos a reflectir sobre os seus conhecimentos de matemática e sobre os seus comportamentos e maneiras de pensar, a analisá-los, e a utilizá-los; 2) Transmitir aos alunos um conjunto de ideias, de factos, e conceitos inerentes ao ensino e à aprendizagem da matemática que parecem influenciar o rendimento nesta disciplina de forma significativa; e 3) Ajudar os alunos a avaliar e a regular os seus comportamentos e acções. No primeiro caso o professor pode pôr, entre muitas outras, questões do tipo:

- Quais as estratégias que mais utilizas para resolver este tipo de problemas?
- Qual o tipo de erros que usualmente fazes quando resolves problemas?
- Que poderás fazer para os evitar?
- Que é que fazes quando tentas resolver um problema de um género diferente do habitual?

No segundo caso, trata-se de procurar corrigir ideias incorrectas que os alunos possam ter. Ideias tais como as que se seguem devem ser transmitidas aos alunos de forma sistemática.

- Há problemas que não podem ser resolvidos pela simples aplicação de uma fórmula, operação, ou outro procedimento mecânico.
- Há problemas que se resolvem rapidamente, mas outros demoram muito tempo.
- Há problemas que podem ser resolvidos de várias maneiras diferentes.

Finalmente, no terceiro caso, interessa que o professor em vez de apresentar a solução de um problema, se empenhe na sua **resolução**. O que isto implica é que o professor ao demonstrar como se resolve um dado problema, deve **explicitar** as decisões que tomou e deve **explicitar** como avaliou e controlou tais decisões. Numa palavra, o professor deve explicitar aos alunos a forma como geriu e/ou organizou os seus conhecimentos na resolução do problema. (Quem não se recorda de professores de reconhecida competência que resolviam os mais complexos problemas no quadro sem que quase ninguém percebesse o que se estava a passar? Baseado no que hoje sabemos, podemos dizer que se tais professores **explicitassem** as estratégias, técnicas, e decisões que utilizavam, muitos mais alunos poderiam ter acompanhado as suas aulas.)

Shoenfeld (1987), refere quatro técnicas que poderão ser facilmente utilizadas na sala de aula e que facilitam o desenvolvimento de capacidades cognitivas. A primeira é a utilização da tecnologia vídeo para mostrar aos alunos gravações de outros alunos a resolverem problemas. Segundo Shoenfeld, esta actividade permite que os alunos tomem consciência de forma mais eficaz acerca das suas próprias capacidades e recursos metacognitivos.

Na segunda técnica o professor modela para os alunos o comportamento metacognitivo ideal. Isto é, o professor fala (pensa) alto enquanto apresenta a resolução dos problemas de forma a que os alunos se apercebam e tomem consciência dos aspectos metacognitivos envolvidos. Por exemplo, o professor poderá referir-se a várias estratégias de resolução de um problema e dizer porque é que optou por uma determinada estratégia em vez de outra. Pode também, durante uma resolução, referir-se a cada uma das fases do processo bem como identificar quais as principais acções a tomar em cada uma delas.

Na terceira técnica os problemas são discutidos por toda a classe com o professor servindo de moderador da actividade reguladora ou de controlo que deve sempre ter lugar quando se resolvem problemas. Neste caso, o foco da discussão é nas decisões a tomar, nos planos a elaborar, nas estratégias a utilizar, e nas actividades de gestão dos conhecimentos que se devem empreender. A actividade do professor é mínima; a sua preocupação deve ser a de contribuir para que os alunos aproveitem ao máximo o que já sabem. Este objectivo deve ser conseguido numa atmosfera em que os alunos se devem sentir muito à vontade para fazerem sugestões e em que, por isso, o professor não deve julgá-las mas sim estimulá-las.

Finalmente, Shoenfeld sugere a utilização de pequenos grupos de três ou quatro alunos que resolvem problemas enquanto o professor actua como um recurso sempre disponível para ajudar. Aqui o professor deve fazer perguntas em vez de dar respostas. Três perguntas devem estar sempre presentes nesta actividade: 1) O que estás a fazer?; 2) Porque estás a fazer isso?; e 3) Em que medida é que o que estás a fazer te ajuda a resolver o problema?. Estas perguntas, segundo Shoenfeld, asseguram o controlo da situação por parte dos alunos e contribuem para modificar o seu comportamento metacognitivo. Outros autores se têm referido às vantagens da utilização de pequenos grupos para resolver problemas. Do ponto de vista estritamente metacognitivo tais vantagens são evidentes. Um aluno ao explicitar, defender, ou discutir a sua linha de raciocínio junto dos colegas tem uma oportunidade única para reflectir acerca dos seus próprios processos de pensamento e também, evidentemente, para analisar criticamente os processos utilizados por outros. Neste tipo de ambiente de trabalho o professor está muito mais disponível para apoiar os alunos e para lhes dirigir as questões mais apropriadas.

### Notas Finais

As ideias aqui descritas não são totalmente novas, apresentam é talvez uma face pouco discutida da resolução de problemas e procuram organizar e identificar coisas que no fundo todos nós, professores de matemática, já sabemos: é importante ensinar para a compreensão, é importante que os alunos participem activamente nas aulas, é importante **pensar e ensinar a pensar...**

Importa, porém, realçar os seguintes aspectos que estão inerentes a tudo o que aqui se disse.

1) Está nas nossas mãos, professores de matemática, fazermos a diferença no que respeita ao ensino da resolução de problemas.

2) Através da metacognição podemos contribuir para que os nossos alunos desenvolvam as suas capacidades para resolver problemas.

3) O ensino dos aspectos metacognitivos deve e pode ser feito de forma sistemática, organizada, e explícita - só assim contribuiremos de forma eficaz para que os alunos possam tirar proveito máximo dos seus recursos e para que os utilizem de forma consciente.

4) É possível organizar uma sala de aula para que tal aconteça.

Finalmente, numa altura de grande azáfama para que se alterem os planos curriculares, as ideias aqui expostas procuram contribuir para que a educação matemática dos nossos alunos seja planeada de forma a que se atinjam os elevados níveis de qualidade que as sociedades modernas exigem. Na verdade, podemos constatar com facilidade que nem a ênfase excessiva no vocabulário rigoroso e nos conceitos abstractos, que constituíram a pedra de toque da chamada Matemática Moderna, nem a redução da educação matemática ao mero ensino de um conjunto de técnicas e processos de cálculo mecânicos, apanágio de algumas orientações inspiradas no movimento norte-americano Back-to-Basics, produziram os efeitos que seriam desejáveis. A presente ênfase que se procura dar aos problemas e, idealmente, a uma abordagem da matemática que se ensina nas escolas através da resolução de problemas, é no fundo, mais uma tentativa para encontrar uma resposta para a crise que continua a afectar a educação matemática em todo o mundo. A metacognição não vai, por si só, vencer a crise, mas é um dos aspectos da resolução de problemas que não devemos ignorar.

## INTERVAC – PORTUGAL

### FÉRIAS NO ESTRANGEIRO

- Troca de residências entre famílias ou aluguer
- Acolhimento de jovens
- Outras modalidades

Contacte: Prof. António St. Aubyn

☎ (01) 78 51 79

## Referências

Brown, A. & Campione, J. (1987). *On the importance of Knowing what you are doing: Metacognition and mathematics*. Manuscrito não publicado. Universidade de Illinois, Urbana.

Charles, R. & Lester, F. (1984). An evaluation of a process-oriented instructional program in mathematical problem solving in grades 5 and 7. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, 1, 15-34.

Flavell, J. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. In L.B. Resnick (Ed.), *The nature of intelligence* (pp. 231-237). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Flavell, J. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-development inquiry. *American Psychologist*, 34, 10, 906-911.

Fernandes, D. (1988). *Comparison of the effects of two models of instruction on the problem-solving performance of preservice elementary school teachers and on their awareness of the problem-solving strategies they employ*. Tese de doutoramento não publicada. Texas A&M University. College Station, Texas.

Garofalo, J. (1987): Metacognition and school mathematics. *Arithmetic Teacher*, 34, 9, 22-23.

Garofalo, J. & Lester, F. (1985). Metacognition, cognitive monitoring, and mathematical performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 3, 163-176.

Shoenfeld, A.H. (1987). What's all the fuss about metacognition? In A.H. Shoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp. 189-215). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Shoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York, NY: Academic Press.

Shoenfeld, A.H. (1979). Explicit heuristic training as a variable in problem-solving performance. *Journal for Research in Mathematics Education*, 10, 3, 173-187.

Agradeço ao Pedro Palhares, à Lina Fonseca, e à Teresa Cardoso, assistentes na Escola Superior de Educação de Viana do Castelo, as sugestões feitas a versões anteriores deste trabalho.