



Projectos de Matemática

Hélia Sousa

Este texto decorre de uma participação no painel sob o tema *Projectos de Matemática* integrado no VI Encontro de Professores do 1º Ciclo, realizado em Faro, em Abril de 2003, e baseia-se num estudo que se realizou no âmbito de uma tese de mestrado.

O trabalho de projecto na área da matemática levanta ainda muitas dúvidas para a maioria dos professores. Como é que os alunos se podem apropriar da matemática através de projectos? Será que o programa e as orientações curriculares são trabalhosos? Que tipo de competências se desenvolvem através dos projectos? Como introduzir? Como organizar a turma? Qual é o papel do professor? E dos alunos? Estas e outras questões colocam-se aos professores chegando em muitos casos a constituir verdadeiros obstáculos à sua implementação.

Nesta investigação procurou-se dar alguns passos na compreensão das potencialidades do trabalho de projecto na área da matemática, neste nível de ensino. Realizou-se numa turma do 4º ano de escolaridade já familiarizada com a metodologia de projecto na área de Estudo do Meio, mas não na área da Matemática. A professora apresentou uma proposta de trabalho à turma que constou do seguinte:

"Gostariam de utilizar a metodologia de projecto na área de matemática? O que gostariam de investigar sobre a matemática na vida do dia-a-dia?"

Os alunos aderiram ao desafio e, depois de pensarem no assunto durante alguns dias, apresentaram algumas questões que gostariam de

investigar. Nessa aula, os alunos apresentaram as suas ideias, dialogaram, desmontaram algumas questões que estavam ainda pouco claras, formularam subquestões e negociaram com a professora a forma como se iriam organizar em grupos. As questões a investigar foram as seguintes:

- *Quanto dinheiro se gasta em combustível nas viagens?*
- *Que formas geométricas podemos encontrar na arquitectura e no design?*
- *Como funcionam os bancos?*
- *Qual é o preço das coisas?*
- *Há quanto tempo ocorreram acontecimentos importantes?*
- *Quais as formas geométricas das pedras preciosas?*
- *Que modificações vai haver com a entrada do Euro?*

Organizaram-se em grupos de três e/ou quatro elementos tendo como critério, na sua constituição, ter o mesmo interesse no assunto a investigar. A professora teve muita preocupação em identificar e incentivar as motivações dos alunos, de modo a

que estes ficassem desde o primeiro momento envolvidos e apropriados do projecto que iriam desenvolver.

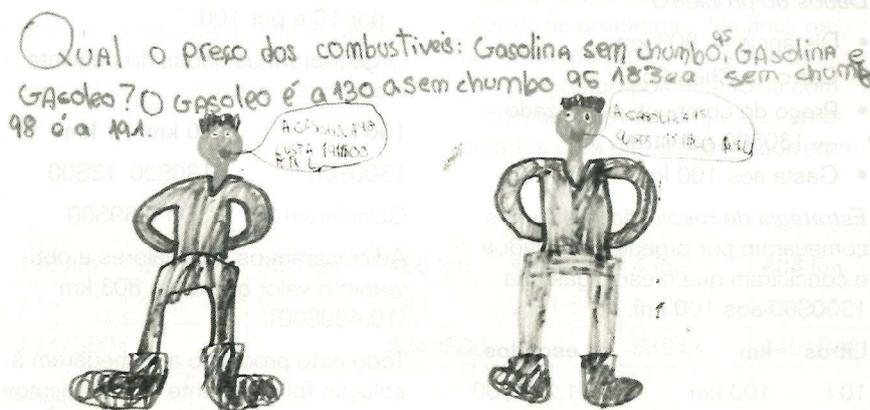
Em seguida, apresenta-se o desenvolvimento de um desses projectos.

O projecto das viagens

Quanto dinheiro se gasta em combustível nas viagens?

Esta questão foi colocada por três rapazes que se sentiram motivados para investigarem sobre os gastos em combustível nas viagens, consoante o tipo de transporte utilizado e o respectivo combustível. O grupo começou por conceber um plano do projecto. Para registarem os vários aspectos necessários utilizaram uma grelha, tal como se pode verificar no quadro 1.

Depois do plano elaborado, os alunos iniciaram um percurso de pesquisas e de recolha de dados. Para o efeito consultaram vários tipos de livros, a Internet, mapas e outras fontes. Perceberam que algumas questões eram demasiado complexas e optaram por abandoná-las, por exemplo, as



Sabemos que	Queremos saber	Como vamos fazer	Quem vai fazer	Como vamos apresentar
<ul style="list-style-type: none"> Sabemos que os carros gastam mais combustível se andarem mais rápido e nas bichas. Sabemos que carros diferentes podem gastar combustíveis diferentes. Sabemos que há tipos de combustível mais caros do que outros. 	<ul style="list-style-type: none"> Se formos do Algarve ao Porto quanto dinheiro se gasta? Qual o preço dos combustíveis: gasolina sem chumbo, gasolina super e gasóleo? Quais são os carros que gastam mais e os que gastam menos? Por que há carros que gastam mais combustível do que outros? Quanto combustível gastariam um barco e um avião se dessem a volta ao mundo? De que é feito o combustível? Quanto combustível gasta uma mota a dar a volta ao mundo a 200Km? 	<ul style="list-style-type: none"> Ir a bombas de gasolina; Consultar mapas de estradas; Consultar o mapa de Portugal; Entrevistar vendedores de carros; Perguntar à filha da Márcia que trabalha na TAP; Perguntar ao primo do Pedro que anda de barco; Entrevistar os pais. 	<p>Filipe</p> <p>Fábio</p> <p>Paulo</p>	

Quadro 1. Plano do Projecto: *Quanto se gasta em combustível nas viagens?*

questões que se relacionavam com viagens à volta do mundo, concentrando-se nas viagens de carro entre localidades portuguesas.

Dados recolhidos pelos alunos:

- Distâncias entre lugares (7 km, 228 km, 300 km, 306 km, 404 km, 732 km, 803 km)
- Tipo de carro, tipo de combustível e o combustível consumido aos 100 km.
- Preço do litro de cada tipo de combustível (dados recolhidos em 2001 com o escudo ainda em vigor).

Exemplos de problemas e estratégias de resolução

Problema A

Quanto se gasta de Vila V. de Raia a Vila Real de Santo António?

Dados do problema

- Distância — 803 km
- Carro — Cherokee
- Preço do combustível utilizado — 130\$00 por litro
- Gasta aos 100 km — 10 litros

Estratégia de resolução: Os alunos começaram por organizar os dados e concluíram que o carro gastaria 1300\$00 aos 100 km.

Litros	km	escudos
10 l	100 km	1 300\$00

Em seguida seguiram o seguinte raciocínio:

Para percorrer 800 km são precisos oito vezes os litros gastos em 100 km, ou seja, 80 litros e, também, oito vezes a importância gasta em 10 litros.

Litros	km	escudos
10 l	100 km	1 300\$00
x 8	x 8	x 8
80 l	800 km	10 400\$00

Finalmente, faltava-lhes saber quanto dinheiro gastariam em combustível para percorrer 3 km.

E tiveram o seguinte diálogo:

Fábio: Se soubéssemos quanto se gasta para percorrer 1 km ...

Filipe: Sabemos que se gasta 1300 aos 100 ... podemos dividir por 10 e por 100.

Organizaram os dados do seguinte modo:

100 km	10 km	1 km
1300\$00	130\$00	13\$00

Calcularam $3 \times 13\$00 = 39\00 .

Adicionaram os dois valores e obtiveram o valor gasto em 803 km (10.439\$00).

Todo este processo até chegarem à solução foi desafiante e entusiasmou-

os muito. A própria professora estava surpreendida com o desempenho dos alunos.

Problema B

Quanto se gasta de Bragança a Faro?

Dados do problema

- Distância — 732 km
- Carro — Peugeot
- Combustível — Gasóleo
- Preço do combustível — 130\$00
- Quanto gasta o carro aos 100 km — 5 l

Estratégia de resolução: Seguiram o mesmo tipo de raciocínio e começaram por calcular quanto dinheiro se gastava para andar 100 km e 700 km. E, mais uma vez, registaram recorrendo a um esquema:

Litros	km	escudos
5	100	650\$00
35	700	4550\$00
?	30	?
?	2	?

Enquanto registavam iam avançando com propostas de resolução. Faltava-lhes ainda saber quantos litros de combustível eram necessários para percorrer 30 km e 2 km e, também, quanto dinheiro se gastava para percorrer essas mesmas distâncias.

QUANTO SE GASTA DE COMBUSTÍVEL DE BRAGANÇA A FARO?

DISTÂNCIA → 732

CARRO → PEUGEOT

COMBUSTÍVEL → GASÓLEO

PREÇO DO COMBUSTÍVEL → 130\$00

QUANTO GASTA O CARRO AOS 100 KM → 5 L

QUANTO GASTA EM DINHEIRO → 4.758

LITROS	→	KM	→	ESCUTOS
5	→	100	→	650\$00
35	→	700	→	4550\$00
15	→	30	→	195\$00
91	→	2	→	13\$00

130	130	130	4550
x 5	x 35	x 15	+ 13
650	4550	1950	4758
	+ 130	1300	
		2600	

Um dos alunos começou por descobrir a quantidade de combustível necessária para percorrer 30 km.

Paulo: ... aos 100 km gasta 5 l ... aos 10 km gasta 0,5 l ... 30 km ... são três vezes dez, por isso, são três vezes 0,5 litro ... dá 1,5 l

Mas outro aluno tinha outra estratégia que explicou ao grupo:

Fábio: ... gasta aos 100 km — 5 l ... aos 300 km — 15 l ... aos 30 km — 1,5 l

Ambos tinham chegado ao mesmo resultado, mas por processos diferentes.

Depois outro aluno continuou:

Filipe: Se cada litro custa 130\$00, quanto custa meio litro?

Resolveram recorrer à máquina das metades como costumavam fazer noutras situações:

13	$\frac{1}{2}$	6,5
130\$		\$

E assim rapidamente chegaram ao que precisavam ...

Filipe: ... um litro custa 130\$00 então meio litro custa 65\$00 e mentalmente calcularam.

Paulo e Filipe: 1,5 litro custa 195\$00.

Continuaram ... iam falando e um deles registava:

Fábio: ... em 100 km gastam-se 5 l ... em 200 km gastam-se 10 l ... em 2 km ... 0,1 l

Este raciocínio foi fácil para eles porque tinham um bom sentido de número, nomeadamente dos números decimais e dominavam muito bem este tipo de conhecimentos.

Paulo: Se 1 litro custa 130\$... 0,1 custa 13\$00.

Finalmente foi fácil chegar ao custo total, isto é, quanto se gasta para percorrer os 732 km de Bragança a Faro, num Peugeot a gasóleo ao preço de 130\$00 o litro. Adicionaram os valores obtidos: 4550 + 195 + 13 = 4 758\$00.

Problema C

Quanto se gasta de S. Leonardo ao Porto?

Depois de pesquisarem a informação necessária e estarem na posse dos dados iniciaram o processo de resolução.

Dados do problema

- Distância — 404 km
- Carro — Opel
- Preço do litro da gasolina sem chumbo 98 — 191\$00
- Gasta aos 100 km — 7 l

Estratégia de resolução: Desta vez, o grupo organizou a tabela 1 que os ajudou a sistematizar os dados e a tornar mais fácil a resolução do problema. Esta forma de organização facilitou-lhes o raciocínio e a sequência dos passos a realizar.

Filipe: Se o carro gasta 7 litros aos 100, em duzentos gasta 14 litros, em 300 ... 21 litros e em 400 ... 28 litros. Como o preço do litro é 191\$00 ... 28 vezes 191\$00 (fizeram o algoritmo) dá 5348\$00.

Paulo: Então e agora?

Filipe: Agora temos de pensar ...

Fábio: Olha ... sabemos 400 ... 40 é uma décima, 4 é uma centésima. (E aplicaram a regra da divisão por cem)

Filipe: Boa. Agora soma-se ... (fizeram o algoritmo) e dá 5401\$48.

Os alunos continuaram a resolver situações similares, embora procurando distâncias que tornassem a resolução cada vez mais complexa e desafiante.

Comunicação à turma

Este grupo optou por apresentar o projecto sem o recurso a quaisquer meios ou materiais suplementares. Na apresentação, começaram por ler alguma informação que tinham recolhido e iam mostrando as ilustrações que tinham feito sobre os assuntos. Em seguida, foram comunicando as várias situações que tinham explorado. Procuraram explicar aos colegas o raciocínio que tinham seguido para resolver os problemas. No final, os elementos do projecto distribuíram por todos os grupos uma folha com problemas do mesmo tipo dos apresentados para os colegas resolverem.

100 km	200 km	300 km	400 km	40 km	4 km	404 km
7 l	14 l	21 l	28 l	2,8 l	0,28 l	28,28 l
1337\$00			5348\$00		53\$48	5401\$48

Tabela 1.

Avaliação do projecto

No momento de avaliação final, os elementos do grupo que realizaram o projecto começaram por fazer a auto-avaliação. Expressaram o seu agrado em terem realizado o projecto, mas referiram também que tinham sentido algumas dificuldades iniciais, nomeadamente: terem colocado algumas questões difíceis e não saberem se iriam conseguir encontrar as respostas e, também, terem demorado muito tempo na recolha dos dados. Os três elementos do grupo referiram que tinham aprendido muito e gostaram de ter trabalhado em conjunto. Relativamente à hetero-avaliação, alguns colegas referiram que tinham gostado do projecto, mas alguns alunos comentaram que a apresentação poderia ter sido mais interessante se tivessem utilizado materiais, por exemplo, usando acetatos ou outros meios. Também manifestaram o seu agrado pelos problemas que o grupo preparou para a turma resolver. A professora destacou a forma como os alunos resolveram os problemas e o empenho com que o grupo tinha trabalhado, mas também referiu que a apresentação poderia ter sido mais cuidada.

Comentário

Este projecto tem um grande interesse do ponto de vista matemático e da aprendizagem da matemática para este nível de ensino. A literatura científica tem demonstrado a importância de alguns *caminhos* que facilitam a compreensão dos conceitos de razão e de proporção (por exemplo, Kieren, 1988; Vergnaud, 1988; Lamon, 1993), mas em Portugal, tradicionalmente, os alunos aprendem a resolver os problemas que envolvem razão e proporção usando a regra de *três simples* ou o *produto cruzado*, procedimentos que memorizam e acabam por utilizar em todas as situações que implicam três valores e uma variável do tipo $a/b = c/x$ (podendo a variável mudar de lugar).

No projecto das viagens não foi isto que aconteceu. A professora não pretendia ensinar-lhes conhecimentos ou procedimentos novos que, além de não fazerem parte do programa do

1º ciclo, iriam impedir os alunos de desenvolverem outro tipo de estratégias de resolução de problemas. Por isso, foi-lhes colocando questões e dando pistas que os ajudasse a avançar mas sem lhes dizer como deviam fazer. Assim, os alunos resolveram todos os problemas usando estratégias pessoais e mobilizando os conhecimentos que possuíam. Foi interessante observar a facilidade, flexibilidade e agilidade que os alunos tiveram nos cálculos (multiplicar e dividir por 10; 100; 0,1; 0,01...) e na mobilização de esquemas e representações simbólicas (diagramas, tabelas, esquemas, grelhas ...) que os ajudou no raciocínio e no desenvolvimento dos processos de resolução que seguiram.

A diversidade de estratégias que estes alunos utilizaram na resolução dos problemas também estava relacionada com a forma como tinham aprendido Matemática desde o 1º ano de escolaridade, ou seja, habituados a fazerem descobertas, a pensarem por si próprios, a encontrarem estratégias diversificadas para resolverem os problemas, a comunicarem os seus raciocínios e a serem muito ágeis e flexíveis no cálculo. A autonomia e a responsabilidade no próprio processo de aprendizagem foram aspectos muito visíveis nestes alunos na realização dos projectos bem como a criatividade, o pensamento crítico e o desenvolvimento de competências de nível superior, como por exemplo, a capacidade de reflectirem sobre o desenvolvimento do processo e de alterarem caminhos, entre muitos outros aspectos. O trabalho cooperativo teve, também, um papel determinante no desempenho dos alunos.

Na realização dos projectos de matemática, os alunos abordaram e desenvolveram vários aspectos fundamentais do currículo proposto para este nível de ensino, de uma forma integrada e dando verdadeiro sentido às aprendizagens. A dimensão social e os aspectos afectivos e emocionais estiveram implicados em todo o processo. Os desempenhos dos alunos, designadamente no projecto das viagens, superaram as expectativas da professora.

O papel da professora

A professora teve um papel fundamental em todo o processo. Destacam-se alguns aspectos que pareceram ter influenciado a forma como os alunos se envolveram nos projectos de matemática:

- 1) as suas concepções sobre o ensino e a aprendizagem da matemática e a prática decorrente dessas concepções;
- 2) a forma como trabalhava a matemática, nomeadamente o conhecimento dos conceitos básicos e da didáctica da matemática e o ambiente de aprendizagem que dinamizava;
- 3) o modo como dinamizou e orientou o trabalho de projecto.

A natureza das tarefas que os professores propõem aos alunos e o que estes fazem nas aulas de Matemática são questões centrais no ensino desta disciplina, principalmente numa perspectiva de *Matemática* para todos e numa sociedade que exige, cada vez mais, cidadãos competentes e literados. O trabalho de projecto tem potencialidades únicas no desenvolvimento de cidadãos com esse tipo de perfil e, por isso mesmo, merecia que lhe fosse dada maior visibilidade neste nível de ensino.

A prática deste tipo de metodologia exige, no entanto, professores bem preparados, reflexivos, empenhados num investimento contínuo na sua formação e na troca de experiências com os seus pares. Neste sentido, o trabalho colaborativo e cooperativo entre os professores assume a máxima importância na escola de hoje.

Referências Bibliográficas

- Abrantes, P. (1995). *O trabalho de projecto e a relação dos alunos com a Matemática: a experiência do projecto MAT789*. Tese de doutoramento. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Abrantes, P. (2002). Trabalho de projecto na escola e no currículo. In ME/DEB, *Novas áreas curriculares*. Lisboa: DEB, pp. 19-38.
- DEB, (2001). *Currículo nacional do ensino básico: competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.

Hélia Sousa
Escola EB1 n° 195, Lisboa