Multiplicação e divisão: conceitos em construção ...

Alice Carvalho e Henriqueta Gonçalves

Este texto faz parte de um grupo de discussão apresentado no VI Encontro Nacional de Professores do 1° Ciclo — A Matemática no 1° Ciclo, que decorreu em Faro, nos dias 23 e 24 de Abril de 2003.

Partindo da convicção que os alunos desenvolvem grande parte da sua aprendizagem recorrendo a métodos próprios e de que a aprendizagem é um processo de construção activa do conhecimento, parece-nos que é importante para o professor conhecer como as crianças agem perante determinadas tarefas que lhe são propostas e quais as estratégias que utilizam para as resolver. Assim, procuraremos fazer uma breve reflexão sobre a aprendizagem dos conceitos de multiplicação e divisão, conceitos estes que envolvem novos sentidos de número e, por isso, bastante complexos. Mas, apesar da complexidade que envolve a sua aprendizagem, são várias as investigações que revelam que os alunos podem e necessitam de resolver uma grande variedade de problemas muito antes da aprendizagem formal destas operações.

Ao longo de muitas décadas, no 1° Ciclo, a aprendizagem da Matemática esteve associada ao ensino da aritmética, logo saber matemática significava essencialmente saber a tabuada e saber fazer contas (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999). Esta visão continua a influenciar bastante as escolas e, como consequência, a ênfase na aritmética ainda se faz sentir, continuando a ser atribuído um grande peso ao cálculo, tal como o comprovam diferentes investigações. Assim, são vários os organismos, tanto nacionais como internacionais

(APM, 1988; NCTM, 1991, NRC, 1989) que recomendam, entre outros aspectos, a necessidade de dar realce à compreensão e desenvolvimento do sentido de número e de operação.

Mas a que nos referimos quando falamos em sentido de número e operação?

O sentido de número e operação passa por uma intuição e uma grande flexibilidade com os números, operações e suas relações e só se adquire com muito trabalho e com recurso a uma variedade de situações de aprendizagem que intencionalmente estabeleçam estas conexões.

Huinker (2002), referindo-se a Howden e Sowder, defende *sete dimensões* importantes para o desenvolvimento do sentido de operação, sendo aplicáveis tanto aos números inteiros como às fracções e decimais.

A *primeira dimensão* prende-se com a *compreensão do significado de operação* sendo necessário que o aluno passe por uma fase conceptual extensa, durante a qual contactará com uma grande variedade de modelos para cada situação.

A *segunda dimensão* é a *capacidade para reconhecer e descrever situações de vida real* para as várias operações. Para desenvolver esta capacidade, Huinker (2002) realça que as crianças precisam de explorar problemas com estruturas diferentes no sentido de se familiarizarem com uma variedade de situações para cada operação. Por exemplo, adicionar e subtrair deve incluir situações de combinação, separação e comparação. Multiplicar e dividir deve envolver situações em que os alunos possam lidar com grupos equivalentes, com a disposição rectangular, com razões, comparações e produtos cartesianos.

A *terceira dimensão* implica *dar significado aos símbolos e à linguagem matemática formal*, o que envolve o estabelecimento de conexões entre a compreensão conceptual das crianças, a linguagem informal e a formal. Os símbolos vão-se tornando ferramentas para o pensamento à medida que os alunos os usam como registos das acções e das coisas que já sabem. Muitos são os autores que nos alertam para o facto da introdução prematura da linguagem simbólica sem ligação ao mundo real prejudicar o desenvolvimento do sentido de operação. Manipulando os símbolos sem significado, o conhecimento simbólico fica mais ligado à memória do que à compreensão.

A quarta dimensão é a *capacidade para mudar facilmente de um modo de representação para outro.* O sentido de operação é reforçado através da conexão entre o mundo real, a linguagem oral, a manipulação de materiais, a representação pictórica e a simbólica.

A *quinta dimensão* do sentido de operação é *compreender as relações entre as operações.*

A *sexta dimensão* envolve a *capacidade para compor e decompor números e usar as propriedades das operações.*

A *sétima dimensão* implica ser capaz de *raciocinar sobre os efeitos que estas têm nos números.* O sentido de operação interage com o sentido de número e torna os alunos capazes de tomar decisões cuidadosas acerca da razoabilidade dos resultados a que chegaram. Quando adicionas dois números, obténs um resultado maior ou menor? Quando subtrais, o que podes dizer com segurança acerca da resposta? Obténs sempre um número maior quando multiplicas dois números? Obténs sempre um número menor quando divides? Podes dividir um número menor por número maior?

Multiplicação e divisão: novos sentidos para os números

Compreender o raciocínio multiplicativo, implica uma transformação muito importante no pensamento das crianças, apesar de muitas vezes as operações multiplicação e divisão serem consideradas relativamente simples do ponto de vista matemático. Estas duas operações revestem-se de uma grande complexidade a nível cognitivo, quando são encaradas em termos de modelação de situações e não apenas do ponto de vista do cálculo dado que envolvem novos significados para os números e novos tipos de relações entre eles que devem ser exploradas.

Sendo um campo conceptual bastante complexo e prolongado, implica que as crianças tenham a oportunidade de resolver uma grande variedade de problemas que apresentem diferentes tipos de situações e que conduzam a uma formalização desta operação, em vez de *praticarem* um número restrito de situações sem significado que, muitas vezes, não são mais que a aplicação de um algoritmo aprendido muito precocemente e sem qualquer sentido.

Desde muito pequenas, e portanto antes de uma aprendizagem formal, as crianças são confrontadas, no seu dia a dia, com situações de multiplicação e divisão e resolvem-nas da forma que para elas faz mais sentido. É, pois, importante que os alunos tenham oportunidade de resolver uma grande variedade de problemas que embora mobilizem a mesma operação tenham uma estrutura diferente e envolvam novos sentidos de número. O quadro 1 mostra alguns destes exemplos, cuja classificação varia de autor para autor.

Dado que nem todas as situações de vida real se podem resolver através de divisões exactas, importa ainda propor aos alunos um conjunto de problemas que envolvam situações de divisão com resto, sendo que a resposta a dar ao problema, por vezes, implica ter em conta também o resto.

Vejamos alguns exemplos:

1. Numa turma de 25 alunos pretende-se fazer uma reunião de encarregados de educação. Sabendo que cada mesa se podem sentar 7 pessoas, se estes forem todos à reunião, quantas mesas são necessárias?

Numa situação destas, é fundamental *ter em conta o resto*, pois a resposta correcta ao problema, tal como a sua resolução em contexto real, depende precisamente dele. Neste caso, é necessário juntar mais uma mesa para sentar os 4 encarregados de educação que faltam sentar.

Para fazer um bolo são precisos 3 ovos. Quantos bolos se podem fazer com 17 ovos?

Em problemas como este, o resto não é importante para a resolução do problema.

Problema tipo	Multiplicação	Divisão como medida	Divisão como partilha
Grupos equivalentes	O Rui comprou 4 carteiras de cromos. Se cada uma tiver 6 cromos, com quantos cromos ele fica?	O Rui comprou várias carteiras de cromos e ficou com 24 cromos. Se cada uma tiver 6 cromos, quantas são as carteiras que o Rui comprou?	O Rui tem ao todo 24 cromos, arrumados igualmente nas 4 carteiras. Quantos são os cromos em cada carteira?
Razão	A Helena anda 3 km por hora. Quantos km percorre em 5 horas?	A Helena anda 3 km por hora. Quantas horas demora para fazer 15 km?	A Helena andou 15 km em 5 horas. Se ela andar sempre à mesma velocidade, quantos km andou por hora?
Preço	Cada caderno custa 2 euros. Quantos custam 7 cadernos?	Cada caderno custa 2 euros. Quantos cadernos se podem comprar com 14 euros?	A Rita comprou 7 cadernos e pagou 14 euros. Se cada caderno custar o mesmo preço, quanto pagou por cada um?
Comparação multiplicativa	A girafa é 3 vezes maior que o canguru. Se este tiver 2 m de altura, quanto medirá a girafa?	A girafa tem 6 metros de altura. O canguru tem 2 m. Quantas vezes é que a girafa é maior que o canguru?	A girafa tem 6 m de altura. Ela é 3 vezes maior que o canguru. Quanto mede o canguru?
Disposição rectangular	Se tivermos 3 filas cada uma com 4 crianças, quantas são as crianças ao todo?	Doze crianças estão dispostas em filas. Sabendo que são 3 filas, quantas crianças estão em cada fila?	
	Quantos mosaicos são necessários para cobrir o chão de uma sala, sabendo que o lado maior leva 12 e o menor 6?	Sabendo que o chão duma sala tem 72 mosaicos e que o lado maior tem 12, quantos mosaicos tem o lado menor?	
Produto cartesiano/ Combinatória	Se 4 rapazes e 3 raparigas estiverem a dançar, quantos pares diferentes se podem formar?	Num baile formaram-se 12 pares diferentes. Como os rapazes eram 4, quantas eram as raparigas?	

Quadro 1.

> Numa loja há 26 bolos para empacotar em caixas de 4 bolos cada. Depois de encher as caixas que se conseguir, quantos bolos sobrarão?

Neste caso, o resto é a resposta do problema.

> Uma senhora comprou 7 pizzas. Ela quer reparti-las todas igualmente pelos seus 6 sobrinhos. Que quantidade de pizza come cada sobrinho?

Esta situação aparece quando a resposta inclui uma parte fraccionária. Ela diverge um pouco das anteriores dado que, como o todo tem de ser esgotado, não pode haver resto.

As estratégias que as crianças usam para resolver os vários tipos de problemas apresentados ao longo deste artigo, quer sejam de multiplicação ou divisão como partilha ou medida, estão relacionadas com a representação mental que elas fazem das situações, podendo ser modeladas com o recurso a materiais manipuláveis ou a qualquer outra estratégia. O importante é que a criança possa recorrer aos seus próprios métodos, as *suas estratégias* de resolução, e tenha ainda oportunidade de confrontar os seus processos com os dos colegas. Conhecer estas estratégias ajuda o professor a desenvolver actividades cada vez mais elaboradas no sentido de os alunos progredirem no desenvolvimento dos conceitos.

Referências bibliográficas

Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica.* Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Carpenter, T., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., Empson, S. B. (1999). Multiplication and Division: Problem Types and Children's Solution Strategies. *Children's Mathematics: Cognitively Guided Instruction* (pp. 33–53). Heinemann e NCTM.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S., e Marino, M. S. (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplcation and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 3–17.

Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. Em D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 276–294). Nova Iorque: Macmillan.

Huinker, D. (2002). Examining Dimensions of Fraction Operation Sense. *Making Sense of Fractions, Rations, and Proportions. Yearbook*, (pp. 73–78). Reston, Virginia: NCTM

Matos, J. M., Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. e Serrazina, M.L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta.

Alice Carvalho
E. B. 1 Orlando Gonçalves, Amadora
Henriqueta Gonçalves
E. B. 1 Mina de Água, Amadora