Avaliar para adaptar as aprendizagens *à medida* dos conhecimentos dos alunos

Jean-Marie Kraemer

Não podemos esperar que os alunos organizem os fenómenos da vida quotidiana e aperfeiçoem os conhecimentos e as ferramentas matemáticas, construídas a partir dessa mesma organização, sem que adaptemos as actividades de aprendizagem ao seu nível de compreensão e competências. Para tal, necessitamos de referências, de modo a reconhecermos as imagens mentais que os orientam na esquematização dos problemas que lhes são colocados, e para compreendermos os raciocínios seguidos e os procedimentos utilizados na resolução desses problemas. A avaliação contínua da progressão dos alunos permite construir um sistema de referências e aprender a usá-lo, em diferentes contextos, no quotidiano.

A avaliação contínua da progressão dos alunos permite construir um sistema de referências e aprender a usá-lo, em diferentes contextos, no quotidiano.

Avaliação das práticas lectivas de uma escola holandesa

Saskia pertence ao grupo de doze professores do Arc-en-Ciel, uma escola primária com cerca de 200 alunos, situada numa pequena cidade industrial a sul de Roterdão. A escola tem oito turmas, cada uma com cerca de 25 alunos, do grupo 1 (4 anos) ao grupo 8 (11 anos).

Saskia é a coordenadora do projecto *Acompanhando os alunos*. Durante os meses de *Janeiro* e *Maio*, ela organiza a avaliação do progresso dos alunos nos domínios da língua materna e da matemática, através dos testes do *Sistema de acompanhamento dos alunos*, gerindo todos os dados dessa avaliação. Entre as duas avaliações, Saskia complementa o trabalho dos colegas, dando aulas de apoio individuais ou colectivas aos alunos mais fracos dos primeiros grupos.

Este trabalho de coordenação e de apoio constitui uma das medidas tomadas pela equipa de Arc-en-Ciel, no âmbito do Plano Anual de Escola. Os resultados dos testes indicam que muitos dos alunos apresentam, na disciplina de matemática, uma evolução inferior à verificada nas normas nacionais. O inspector local chamou a atenção para esse facto, aquando da sua última visita, intensiva, com a duração de dois dias. Aconselhou a equipa a proceder a uma auto-avaliação, de modo a descobrir aquilo que, no contexto das práticas lectivas e da organização do ensino ao nível da escola, poderia explicar tais resultados, inferiores aos obtidos na língua materna.

Saskia e o director organizaram várias reuniões. A partir das observações e sugestões contidas no relatório da inspecção, a equipa reflectiu e discutiu o que cada um dos professores considerava o problema fulcral nas suas aulas de matemática. Após a organização dessas impressões individuais, a equipa conseguiu chegar a acordo em relação a dois pontos.

Todos os anos, seis ou sete alunos entram para o grupo 3 (6 anos) sem ter adquirido noções sobre o sentido dos números e sobre as formas elementares de contagem, nas quais se baseiam as primeiras actividades do manual de matemática. Seria, pois, necessário chegar-se a acordo sobre os objectivos mínimos exigidos nos dois primeiros anos lectivos (entre os 4 e os 6 anos) e identificar de forma (mais) sistemática os alunos que correm o risco de *atraso* no segundo ano da pré-primária.

O segundo problema advém, em parte, do primeiro. Os manuais de matemática adoptados propõem, para os grupos de 3 a 5 (dos 6 aos 8 anos), aulas de cálculo mental, tendo em vista a resolução de problemas elementares sobre adição e subtracção. A ideia é que os alunos comecem por experimentar resolver esses problemas individualmente e à sua maneira e que, seguidamente, organizem os métodos e procedimentos inventados por si próprios, sob a orientação do professor. Estas reflexões e discussões constituem o motor das aprendizagens; a resolução de problemas abre uma via para a aprendizagem e estimula os alunos a abreviar, formalizar e adaptar, passo a passo, os métodos informais (de contagem) aprendidos desde o início do ensino básico.

Os professores dos grupos 3, 4 e 5 têm dificuldade em dar as aulas tal como elas são apresentadas nos manuais. Apenas um pequeno grupo de alunos apresenta, correctamente, as resoluções dos problemas, tal como vêm descritas no manual. Contudo, a maioria resolve esses problemas, precisamente, através de métodos mais *primitivos*, que já deveriam ter sido previamente formalizados, ou de procedimentos que o professor não conhece e/ou não compreende e que, como tal, não tem a possibilidade de explorar. Cada professor decide, então, resolver o *seu* problema à *sua* maneira. A dificuldade reside no facto de que essas *resoluções* não são coincidentes com os princípios realistas aplicados nos manuais. Certos professores são muito mais tradicionais, pois tendem a subvalorizar os procedimentos informais e a explicar aos alunos menos *criativos* os procedimentos *correctos* que os *bons* alunos utilizam. Outra tendência verificada consiste em introduzir mais cedo os algoritmos, *"porque são mais facilmente aprendidos"* e em ensiná-los *"como antigamente"*, ou seja, como antes da introdução dos manuais realistas. Estas duas tendências causam dois problemas nos grupos 6, 7 e 8 (dos 9 aos 11 anos): grande parte dos alunos não desenvolveu os procedimentos de cálculo mental, necessários à resolução de problemas mais complexos apresentados nos manuais; e, certos alunos já aprenderam, de maneiras diferentes das propostas pelos manuais, os algoritmos que deveriam, então, começar a desenvolver.

Estes problemas são demasiado complexos para que possam ser resolvidos sem apoio externo. Os professores desta escola decidiram, por isso, utilizar uma parte do orçamento previsto para o projecto *Acompanhando os alunos* para contratar um especialista do *Gabinete de Integração* local e permitir aos colegas dos grupos 2 e 3 frequentar pequenos ciclos de formação contínua.

A avaliação como instrumento de aperfeiçoamento

Aquilo que se verifica em Arc-en-Ciel dá uma ideia da organização das escolas e da gestão das aprendizagens após a descentralização de decisões na Holanda. Com a lei do ensino primário de 1985, o governo voltou costas a uma política de reforma *feita de cima* e o aperfeiçoamento, dos programas, das práticas lectivas e da integração, *feitos a partir da base*, através da atribuição de um máximo de responsabilidades às equipas escolares. A lei escolar estabelece (1) os princípios-base do conceito de escola primária, (2) as disciplinas a ser leccionadas, (3) os objectivos gerais e finalidades do ensino e (4) as questões de pessoal, organização e gestão. A lei confere às equipas escolares uma grande liberdade para utilizarem o orçamento disponibilizado consoante as suas necessidades, e de adaptarem os objectivos finais e o programa nacional às necessidades da população escolar. A ideia subjacente consiste no facto de os professores serem as pessoas mais indicadas para estabelecer prioridades e tomar as medidas necessárias, a todos os níveis, para alcançar a qualidade de ensino estipulada pela lei.

Tal autonomia propicia a existência de alterações significativas nas práticas quotidianas e, exige um sistema de regulação que permita obter um nível mínimo de homogeneidade, indispensável para garantir a concretização dos objectivos nacionais de inovação e aperfeiçoamento.

É neste contexto de descentralização que o Citogroep tem vindo a desenvolver, em parte sob orientação do Ministério da Educação Nacional, um conjunto de instrumentos de avaliação que permite a condução de tais mudanças em todos os planos do ensino. A tabela da figura 1 apresenta os instrumentos de avaliação utilizados a três níveis: (1) ao nível das

Níveis	Avaliação interna	Avaliação externa
País		Sondagens periódicas (de cinco em cinco anos) ao nível do ensino
		Relatórios anuais nacionais de inspecção das práticas
Escola	Auto-avaliação	Inspecções regulares (1 dia) e intensivas (2 dias)
	Tests final de orientação para o secundário (12 anos)	
	Sistema de acompanhamento dos alunos	
Turmas	*Sistema de acompanhamento dos alunos* (dos 6 aos 12 anos)	

Figura 1. Os diferentes tipos e instrumentos de avaliação utilizados na Holanda.

turmas, (2) ao nível da escola e (3) a nível nacional.

O *Sistema de acompanhamento dos alunos*[1] permite *seguir* os alunos entre os 6 e os 11 anos de idade. Mais de 90% das escolas holandesas recorrem a este sistema para verificar a evolução ao nível das turmas, na disciplina de matemática, e diferenciar as aprendizagens. Os dados longitudinais da tabela permitem, igualmente, uma auto-avaliação dos resultados dessas aprendizagens ao nível da escola.

As inspecções intensivas, referidas a propósito do processo de mudança da escola Arc-en-Ciel, permitem obter uma certa coerência no ensino primário e uma homogeneização de objectivos, programas e procedimentos das equipas escolares, indo de encontro ao estabelecido pela lei. Os dados recolhidos durante essas inspecções são apresentados anualmente em relatórios nacionais, que descrevem a evolução da inovação e da qualidade das práticas lectivas, e apresentam sugestões para progredir no sentido pretendido.

As sondagens periódicas (avaliação externa), efectuadas pelo sector primário do Citogroep, complementam a avaliação do programa e das práticas das escolas, realizada pelos inspectores. Os testes utilizados traçam um perfil bastante pormenorizado dos resultados obtidos a *meio-caminho* (8 anos) e no fim das aprendizagens (11 anos), nas matérias relativas à língua materna, matemática, história, geografia e biologia. Os testes permitem analisar a evolução desses resultados ao longo dos anos e determinar os efeitos de certos factores nos resultados escolares, como, por exemplo, o contexto sociocultural e os manuais escolares adoptados.

Utilização do *Sistema de acompanhamento dos alunos* para analisar a progressão e gerir a diferenciação

Regressemos então às práticas lectivas de Arc-en-Ciel para introduzir o tema da segunda parte deste artigo: a utilização do *Sistema de acompanhamento dos alunos* para identificar o progresso individual dos alunos e ajustar as aprendizagens *à medida* dos conhecimentos e das ferramentas matemáticas construídos por cada (grupo de) aluno(s).

O problema estrutural da escola é de natureza dupla. Por um lado, verifica-se a ausência de coesão e de continuidade ao nível do programa de matemática entre os 4 e os 11 anos. Por outro lado, a equipa escolar parece não possuir as competências necessárias para adaptar devidamente as actividades e tarefas dos manuais à progressão real dos (grupos de) alunos, no seio de cada turma. Os percursos de aprendizagem desenvolvidos pelos manuais adoptados são muito bem estruturados e valorizados pelas autoridades, como a inspecção; e os autores (dos manuais) propõem aulas e actividades de diferenciação da aprendizagem. Mas os objectivos mínimos intermédios não estão ao alcance dos alunos mais *atrasados*. Hoje em dia, no ensino primário, todos os alunos transitam de ano e as turmas tornaram-se mais heterogéneas, devido à integração de alunos que, anteriormente, seriam remetidos para o ensino especial. Nestas condições, os alunos mais *fracos* vão acumulando lacunas, durante os quatro/cinco primeiros anos, que exigem uma diferenciação mais estrutural e incisiva do que a efectuada pelos autores dos manuais actualmente utilizados. Os problemas são agravados se cada professor utilizar o manual *à sua maneira*, sem consultar os colegas, como se verifica no caso de Arc-en-Ciel.

O *Sistema de acompanhamento dos alunos* é concebido, precisamente, para permitir aos professores desenvolverem as referências e as competências de que necessitam, para adaptar as indicações, os objectivos e as actividades dos manuais às necessidades dos alunos, tendo em conta o seu nível real de desenvolvimento em matemática. Este instrumento de avaliação permite:

- *assinalar* a evolução de cada aluno e do grupo a que pertence;
- *comparar* os conhecimentos adquiridos por cada aluno e pelo grupo com os adquiridos no período anterior (comparação interna);
- *comparar* a evolução de cada turma e da escola com a normas nacionais de referência (comparação externa);
- *diagnosticar* os problemas de aprendizagem (e ensino);
- *formular* objectivos e determinar os conteúdos mais adequados aos conceitos e procedimentos matemáticos em construção.

A ilustração destas características, nos parágrafos seguintes, explica como o *Sistema de acompanhamento dos alunos* é, neste sentido, um utensílio de *análise da progressão* das aprendizagens entre os 6 e os 11 anos, e de *gestão da sua diferenciação.*

Análise da progressão

Os itens. Os itens do *Sistema de acompanhamento dos alunos* são desenvolvidos a partir de uma descrição dos temas de matemática estruturados em catorze percursos de aprendizagem, como ilustrado na tabela da figura 2a. A tabela da figura 2b enumera os sub-temas, a partir dos quais são colocadas questões relativas a conceitos, procedimentos, concretizações e automatismos no tema *Números e operações*.

Os contextos e os números usados nas questões dos testes são escolhidos de tal forma que suscitem vários tipos de resoluções, das mais informais às mais formais. Deste modo, podemos determinar a variedade de noções, raciocínios e procedimentos de cálculo construídos pelos alunos, e acompanhar o seu processo de formalização ao longo dos anos. As questões são elaboradas a partir de uma definição teórica de desenvolvimento; neste sentido, os temas consistem numa descrição hipotética do desenvolvimento das competências matemáticas entre os 6 e os 12 anos. Baseiam-se:

1) nos objectivos finais estipulados pela lei;
2) no quadro teórico e didáctico do ensino *realista*;
3) na análise dos percursos de aprendizagem dos manuais adoptados pelas escolas;
4) na análise dos nossos dados empíricos e qualitativos, recolhidos, ao

Temas	Trajectórias
	1 Números & operações
	2 Cálculo mental
	3 Cálculo de estimação
	4 Cálculo algorítmico
	5 Cálculo com a calculadora
	6 Automatismos
	7 Medida
	8 Geometria
	9 Tempo
	10 Dinheiro
	11 Proporções
	12 Fracções
	13 Percentagens
	14 Tabelas & gráficos

Trajectórias	Sub-temas	Questões das figuras 6 e 7
	Estrutura, pronunciação e simbolização	26
	Posição, decomposição e contagem	21, 23, 19, 17, 18, 25, 22
	Decomposição em duas ou mais partes iguais	
	Comparar e arredondar	
	Adicionar e subtrair	
	Multiplicar e dividir	
	Aplicações complexas	
	Adicionar e subtrair	
	Multiplicar e dividir	
	Aplicações complexas	
	Adicionar e subtrair	
	Multiplicar e dividir	
	Aplicações complexas	
Cálculo com a calculadora	Aplicações complexas	
Automatismos	Adicionar e subtrair	6, 5
	Multiplicar e dividir	11, 7, 8

Figura 2a e 2b. Estrutura e conteúdos dos temas de matemática (6-12 anos).

longo dos anos, no contexto de diversos projectos de pesquisa e desenvolvimento.

Escala de progressão. A escala de progressão é construída a partir da análise estatística das respostas dadas por uma amostra de alunos pertencentes aos grupos 3 (6 anos) a 8 (12 anos). A escala ordena todos os conteúdos, do mais fácil ao mais difícil, bem como todos os alunos, do menos *competente* ao mais *competente*. A organização estatística desses dados, a cada momento da sondagem (em Janeiro e em Junho de cada ano), dá origem às normas nacionais. Por seu lado, essas normas permitem distinguir (em cada fase da progressão) cinco níveis de desenvolvimento (A, B, C, D e E; *vide* as normas de Janeiro, relativas ao grupo 6: figura 3b). É a partir desta organização de questões que os itens são escolhidos, para a concepção da cadeia de testes do *Sistema de acompanhamento dos alunos* (testes A e B para os grupos 3, 4, 5, 6 e 7).

O gráfico da figura 3a indica a localização dos conteúdos do teste de Janeiro, do grupo 6 (8 anos), na escala de progressão. Trata-se de conteúdos do tema *Números e operações*, ilustrados na tabela da figura 2b.

Interpretação do gráfico. O eixo vertical, de 20 a 90, representa uma parte da escala normalizada e as bandas rectangulares verticais, as questões do teste. Os números associados às bandas correspondem aos números das questões do teste. A extremidade inferior de cada banda representada na escala dá-nos o nível de competência, que se traduz em 50% de probabilidades de resolver correctamente essa questão (e questões análogas). Essa competência é utilizada como parâmetro de *dificuldade* do conteúdo. Por seu lado, a extremidade superior das bandas dá-nos a competência correspondente a 80% de probabilidades de sucesso. Essa competência é utilizada como parâmetro de *mestria*. O conteúdo mais fácil do teste é o número 3. O seu nível de dificuldade é de cerca de 24, o seu nível de mestria é de cerca de 40. As linhas horizontais representam as normas nacionais de desenvolvimento e correspondem ao nível de competências dos alunos do percentil 10, 25, 50 e 75, nessa fase da escolaridade.

Os conteúdos dos testes descrevem o desenvolvimento hipotético dos alunos, obtido a partir da progressão prevista pelos manuais escolares adoptados e dos dados disponíveis dessa mesma progressão. A escala de desenvolvimento constitui um modelo da progressão, obtido a partir dos novos dados empíricos, e permite, dessa forma, e ao longo das várias investigações, ajustar a evolução hipotética no domínio desses conteúdos.

Determinação automatizada de perfis. O professor corrige os testes e regista o número de respostas correctas no programa automatizado de análise. Seguidamente, o programa determina os perfis individuais de progressão (figura 5). O perfil traduz uma estimativa das competências actuais de um aluno, no seu *sector* do modelo de desenvolvimento. O programa determina, igualmente, o perfil da turma (figura 4), mostrando a posição de todos os alunos, no seu próprio sector de desenvolvimento, na escala de progressão.

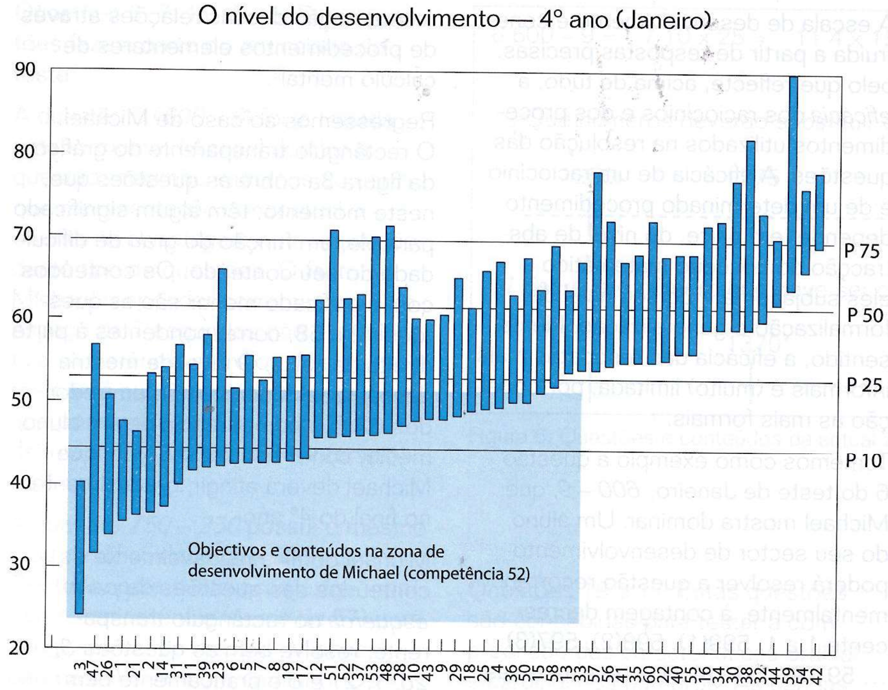


Figura 3a. Itens dos *Números e operações* do teste de Janeiro, disposto na escala de desenvolvimento e localização de Michael, um aluno de nível D, na escala.

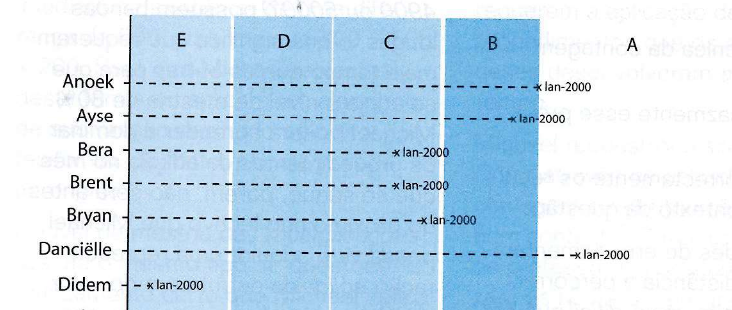


Figura 4. Perfil da turma de Michael em Janeiro.

Normas nacionais de referência		
Teste de Janeiro — grupo 6		
grupos	níveis	competência
10%	E	< 44
15%	D	44–53
25%	C	53–61
25%	B	61–69
25%	A	> 69

Figuras 3b. Normas nacionais de referência do teste de Janeiro do grupo 6 (4º ano).

Comparação interna e externa

Os perfis individuais permitem a comparação de cada aluno *consigo próprio*. Michael progrediu até Janeiro, no grupo 5, no sector C. Como tal, pertencia aos 25% de alunos abaixo das médias nacionais. O seu perfil monstra que não usufruiu das aprendizagens a partir de metade desse ano lectivo, nem da primeira metade do grupo 6. Com efeito, a sua competência passou de 42, no teste de Janeiro, a 46, no teste de Junho, a 52, no teste de Janeiro do ano seguinte. Este ritmo de desenvolvimento é insuficiente para que se possa mantê-lo no sector C. Michael arrisca-se a descer de sector nos meses que se seguem.

O perfil da turma traduz o processo de diferenciação ocorrido no seio do grupo e permite comparar todo o processo de realização de um teste a outro, identificando, assim, os efeitos positivos ou negativos das práticas lectivas quotidianas. O caso da turma de Michael revela uma tendência para a adaptação das actividades de aprendizagem e do ensino ao nível dos alunos que se encontram abaixo da média. Se dividíssemos a turma de Michael, que tem 25 alunos, em quatro (4 x 25%), pelo menos 12 desses alunos deveriam progredir nos sectores B e A, cerca de 6 em cada sector. Porém, verifica-se que, nesta turma, muitos alunos progridem no sector C e nenhum no sector A. Uma adaptação mais adequada poderia, talvez, estimular os melhores alunos do sector C (Bryan e Katinka) e B (Ayse e Simbad), e ajudá-los desta

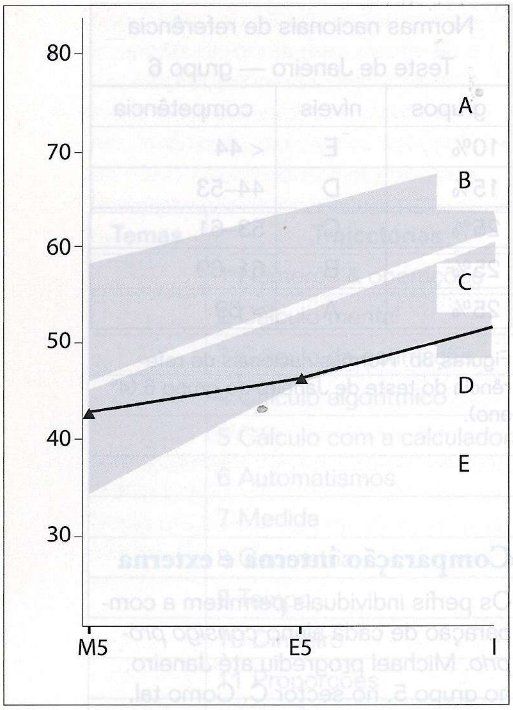


Figura 5. Perfil de desenvolvimento de Michael.

forma a *saltar* para os sectores seguintes, B e A, respectivamente. Um aluno do sector E (Didem) corre sérios riscos, uma vez que o seu atraso é praticamente de dois anos escolares, por oposição a Pamela, a melhor aluna da turma.

Foi assim, recorrendo à análise dos perfis individuais e colectivos de Arc-en-Ciel que o inspector local aconselhou a equipa da escola a proceder a uma auto-avaliação, de modo a identificar as origens destes desequilíbrios, a todos os níveis escolares.

Diagnosticar os problemas de aprendizagem (e de ensino)

Concentremo-nos no caso de Michael. Ele atingiu o nível de competências 52 e, como tal, pertence ao grupo de alunos que progride no sector D do modelo de desenvolvimento (*vide* a sua localização no gráfico da figura 3a).

A escala de desenvolvimento é construída a partir de respostas precisas, pelo que reflecte, acima de tudo, a *eficácia* dos raciocínios e dos procedimentos utilizados na resolução das questões. A eficácia de um raciocínio e de um determinado procedimento depende, em parte, do nível de abstracção do conceito matemático a eles subjacente e do seu nível de formalização e generalização. Neste sentido, a eficácia das respostas mais informais é (muito) limitada, por oposição às mais formais.

Tomemos como exemplo a questão 6 do teste de Janeiro, *600 – 9*, que Michael mostra dominar. Um aluno do seu sector de desenvolvimento poderá resolver a questão recorrendo, mentalmente, à contagem decrescente 1 a 1: 599(1), 598(2), 597(3) … 591(9). Esta técnica revela-se bastante eficaz se o aluno:

1) possui uma boa elaboração da estrutura e do valor posicional dos números;
2) domina a técnica da contagem sucessiva;
3) controla eficazmente esse processo;
4) interpreta correctamente os resultados, no contexto da questão.

As probabilidades de erro aumentam em função da distância a percorrer. *600 – 15* é, assim, mais *difícil* que *600 – 10* e *600 – 9*.

Os melhores alunos do nível 6 resolvem a questão *600 – 9* através de *600 – 10 + 1*. A diferença é colossal, em todos os níveis. A utilização da memória de trabalho é mínima e o raciocínio seguido pode ser generalizado para uma diversidade de situações: *600 – 29 = 600 – 30 + 1; 500 – 195 = 500 – 200 + 5; 800 – 449 = 800 – 450 + 1*, etc.. Os erros cometidos pelos alunos durante a fase de aquisição deste método podem ser erros de compensação (juntar ou retirar?) ou erros de cálculo (*600 – 30?; 800 – 450?*). Este método exige uma boa representação das estruturas possíveis dos números (no caso dos exemplos referidos: 100 = 70 + 30; 500 = 300 + 200; 800 = 2 x 400; 100 = 2 x 50) e a memorização das relações elementares e/ou a reconstrução dessas relações através de procedimentos elementares de cálculo mental[2].

Regressemos ao caso de Michael. O rectângulo transparente do gráfico da figura 3a cobre as questões que, neste momento, têm algum significado para ele, em função do grau de dificuldade do seu conteúdo. Os conteúdos com significado menor são as questões 12 a 58, correspondentes à parte direita da caixa. O nível de mestria dessas questões situa-se em redor dos 62. É a competência de um aluno médio, como Katinka e Bryan, que Michael deverá atingir, gradualmente, no final do 4° ano.

Michael domina razoavelmente os conteúdos das questões da *parte esquerda* do rectângulo transparente, resolve bem as questões *3, 26, 1, 21* e *6* e praticamente bem as questões *2, 14* e *7*. As questões *47* (*2654 + 618*) e *23* (*Que número se encontra mais próximo de 4953, 4900 ou 5000?*) possuem bandas longas, o que significa que requerem mais tempo que as outras para que se atinja o nível de mestria de 80%. Michael poderá aprender a dominar os procedimentos da adição no mês que se segue, porém, não será antes do próximo ano lectivo que Michael possa vir a adquirir uma representação *sólida* da estrutura e do valor posicional de números, como, por exemplo, o 4953.

Como interpretar estas estimativas tendo em vista a adaptação das aprendizagens? Ao longo das nossas pesquisas, desenvolvemos uma técnica de análise, a partir de cortes transversais e longitudinais das competências dos alunos, que explicarei em seguida.

Análise transversal. A análise de cortes transversais permite explorar (as associações entre) os conceitos, raciocínios e procedimentos matemáticos que os alunos poderiam, em princípio, utilizar na resolução de questões inseridas no mesmo intervalo de competências. Examinemos os conteúdos das questões 6, 5, 7, 8, 11, 19 e 17, que se encontram no intervalo [42, 57] (figura 5).

6 600 – 9 =   7 10 x 25 =   11 4 x 15 =   8 4 x 500 =   5 750 – 250 =

19 Que números deverão substituir os pontos de interrogação?

1250   1275   ?   ?

17 Escreve o número que deve ser colocado junto ao ponto de interrogação.

1360   1370   1380   ?

Figura 6. Questões e conteúdos da actual zona de desenvolvimento de Michael.

Questões 6, 7, 11, 3 e 5. Estas questões fazem parte do enunciado do teste[2].

A questão 6 (*600 – 9*) foi já tratada anteriormente. Michael domina a questão, mas não sabemos ao certo que representação conceptual o orienta na abordagem e na resolução deste tipo de questões. O facto de Michael responder correctamente no espaço de 7 segundos não é significativo. A distância entre os dois números não é suficientemente longa para que possamos excluir a contagem decrescente sucessiva em intervalos de 1 unidade.

A questão *750 – 250* possui o mesmo grau de dificuldade que *600 – 9*. Contudo, esta subtracção exige uma maior competência (cerca de 57) para atingir o nível de mestria. Michael parece estar no bom caminho. Os alunos deste nível deveriam proceder à subtracção, por outras palavras, retirar 50 unidades, e aperceber-se de imediato da existência de uma diferença de 500, uma vez que 700 = 500 + 200. Será que Michael raciocina desta forma ou aplicará um algoritmo de subtracção ensinado pelo professor ou, de facto, por ele próprio aprendida?

O nível de mestria das *multiplicações* suscita o mesmo tipo de questões. É praticamente certo que Michael aplica a regra do zero para resolver a questão *10 x 25*, porque reconstruir, mentalmente, a tabuada do 25 (ou adicionar 25 por repetição) exige muito mais que 7 segundos. Mas como resolverá as questões *4 x 15 e 4 x 500*?

— Por estruturação? *(4 x 10) + (4 x 5)* ou *(2 x 15) + (2 x 15)*; *(2 x 500) + (2 x 500)*.

— Recorrendo à utilização de relações previamente conhecidas? *2 x 15 = 30, logo 4 x 15 = 60; 2 x 500 = 1000, logo 4 x 500 = 2000.*

— Adicionando? *15 + 15 + 15 + 15; 500 + 500 + 500 + 500.*

— Ou construindo mentalmente o algoritmo da multiplicação?

Questões 19 e 17. Estas questões são concebidas para testar a compreensão das características ordinal e cardinal dos números. As bandas correspondentes a estas duas questões são praticamente idênticas às da questão 6 (*600 – 9*) e, como tal, requerem a aplicação de noções e procedimentos que os alunos holandeses desenvolveram *ao mesmo tempo*.

Michael reconstrói o sistema posicional através de actividades de contagem e estruturação inseridas num contexto. O manual sugere que os professores estruturem e organizem os números, progressivamente, recorrendo à utilização de materiais de estrutura linear (fios de contas e rectas numéricas), semi-linear (ábaco com duas barras, base 5; tabela dos *100*) e decimal (dinheiro e MAB). Michael deverá, assim, desenvolver dois tipos de relações entre os números: por um lado, as relações ordinais, associadas à representação da posição dos números no seu encadeamento, como por exemplo, 750 encontra-se entre 700 e 1000; por outro lado, as relações cardinais, associadas à representação da diversidade de estruturas numéricas, como por exemplo, *750 = 250 + 250 + 250 = 500 + 250 = 3 x 250*. A ideia subjacente a estas actividades consiste na integração gradual das relações ordinais e cardinais num mesmo sistema referências em que os números formam os nós das cadeias, maiores ou menores, de relações.

Tomemos como exemplo o seguinte: 1000 = 4 x 250 = 2 x 500 = 750 + 250 = 40 x 25 = 20 x 50, igualmente bem representado por n grupos de x, assim como pela marcação da sequência numérica de 0 a 1000.

Como abordará Michael as questões 19 e 17? A partir de que concepção dos números e de que representação mental dos intervalos das sequências numéricas? Como dominará a contagem em grupos de 10 e 25? Compreenderá o sistema de *passagem* das dezenas para as centenas?

26 4 + 7000 + 800 = ...

21 O João está a contar maços de 50 panfletos. Já contou, desta forma, 1500 panfletos. Continua a contagem:

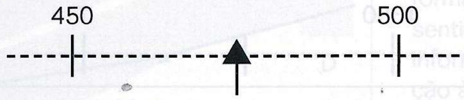
1450 _ 1500 _ .... _ ....

23 Qual o número mais próximo de 4953, 4900 ou 5000?

18 Continua a contagem, começando da seguinte forma:

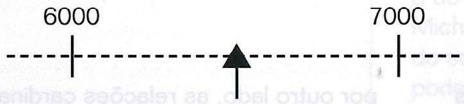
5002 _ 5001 _ .... _ ....

25



Que número se situa no centro, entre 450 e 500?

22



Que número se situa no meio?

Figura 7. Questões relativas aos Números e relações do teste de Janeiro (4° ano).

Análise longitudinal. A análise de cortes *longitudinais* permite a formulação de hipóteses a partir dos dados obtidos pelas análises transversais. Tomemos como exemplo as questões da figura 7.

As questões 19 e 17 do teste de Janeiro (que Michael irá brevemente dominar) estão agora rodeadas: à esquerda, 3 questões mais *fáceis* e à direita, e 3 questões visivelmente mais *difíceis*. O contraste entre o nível de mestria das questões 26 e 22 constitui um indicador dos problemas estruturais de alunos como Michael, que são capazes de compor números até 10000 por associação (7000 + 800 + 4 = 7804), sem, contudo, terem uma ideia do valor posicional desses números no seu encadeamento e/ou na sequência numérica.

Um aluno com um nível de desenvolvimento correspondente ao sector B percebe que 7804 se situa entre 7000 e 8000, mais precisamente entre 7500 e 8000, mais próximo de 8000 do que de 7500. Um aluno do sector A, como Pamela, posiciona-o, ainda, de acordo com a sua estrutura multiplicativa, cuja notação formal é capaz de escrever: (7 x 1000) + (8 x 100) + (4 x 1). Já Michael adiciona, seguramente, as *três partes* constituintes do número, sem *ver* a referida estrutura nem a posição de 7804 na sequência numérica. Com efeito, seria necessário que Michael, relativamente à questão 22, *visse* que 6500 se situa entre 6000 e 7000, *uma vez que cada intervalo de 1000 pode ser dividido em dois intervalos de 500 e que, por isso, 1000 = 2 x 500.* O facto de Michael não compreender que 475 se encontra no centro do intervalo [450, 500] (questão 25) sugere a existência significativa de lacunas ao nível da estruturação e organização dos números até ao número 100. Essas lacunas impedem, sem dúvida, a progressão prevista pelos manuais do 4° ano: se *475 = 450 + 25 ou 500 – 25, 4750 = 4500 + 250 ou 5000 – 250.*

É desta forma que diagnosticamos os problemas de aprendizagem e que reconstruímos, através desse diagnóstico, os conhecimentos, concretizações, raciocínios, modelos e procedimentos que os alunos constroem no decurso das suas aprendizagens. Controlamos as hipóteses formuladas a partir das análises realizadas com entrevistas diagnóstico realizadas, após os testes, com alunos de diferentes sectores do modelo de desenvolvimento (A, B, C, D e E). O artigo *Pôr a mão na massa* (*Educação e Matemática n.° 65*) dá uma ideia das informações dadas por essas entrevistas.

Adaptação dos objectivos e conteúdos

A análise estatística dos dados e o controlo das hipóteses formuladas através das acções de diagnóstico permitem-nos descrever nos nossos *livros de apoio* e o mais especificamente possível, a evolução das representações mentais, concretizações, modelos, raciocínios e procedimentos que os alunos dos cinco sectores do modelo de desenvolvimento vão construindo ao longo de meses e anos. A nossa investigação centra-se, sobretudo, na progressão dos alunos dos sectores E e D, uma vez que são estes que correm maior risco de atraso e colocam problemas que os professores, como os da escola de Arc-en-Ciel, não conseguem resolver sem apoio externo.

É a partir da descrição do desenvolvimento de alunos entre os 6 e os 10 anos que podemos estabelecer objectivos intermédios, de modo a adaptar as aprendizagens às suas necessidades e tendo como ponto de referência os conhecimentos que já dominam e aplicam correctamente, assim como os conteúdos da sua actual zona de desenvolvimento. Um aluno como Michael poderá e deverá proceder à estruturação e organização dos números compreendidos entre 0 e 10000, durante os próximos meses. Este trabalho deverá permitir-lhe a descoberta de determinadas estruturas matemáticas inerentes às relações entre os números e as operações e que apontam, assim, para formas de contagem e cálculo mais práticas do que as que ele utilizava até então.

O livro de apoio do 4° ano (grupo 6) proporciona um programa complementar de acompanhamento, especificamente adaptado e concebido tendo em conta esse objectivo e princípio. A variedade de problemas, com que Michael e os seus colegas do mesmo nível de progressão se deparam no dia-a-dia, induz a sua participação em actividades de pesquisa e organização que lhes são apresentadas e que os estimulam. Refiro, brevemente dois exemplos: *O jogo das famílias* e *Nadar 1 quilómetro*. A primeira actividade remete os alunos para a relação entre a multiplicação e a divisão, através da realização e comparação de jogos de cartas (nos quais o número total é sempre um múltiplo de quatro), procedendo a adições sucessivas, seguidas da reconstrução das diferentes estruturas multiplicativas desses números. Por exemplo: $32 = 8 \times 4$ e 4×8; $32 = (4 \times 4) + (4 \times 4)$; $32 = (5 \times 4) + (3 \times 4)$; $32 = (10 \times 4) - (2 \times 4)$.

A segunda actividade propõe a estruturação dos números e da sequência numérica até ao número 1000 (1 Km = 1000 m), tomando como unidade base o comprimento de uma piscina de 25 m. Quatro comprimentos perfazem um total de 100 m. Mas como fazer para descobrir, a partir desta relação base (4 x 25 = 100), quantos comprimentos são necessários para percorrermos a nado 1 Km, sem parar?

O que é válido para alunos como Michael, é válido para *todos* os alunos, seja qual for o sector em que progridem. Não podemos esperar que os alunos organizem os fenómenos da vida quotidiana e aperfeiçoem os conhecimentos e as ferramentas matemáticas, construídas a partir dessa mesma organização, sem que adaptemos as actividades de aprendizagem ao seu nível de compreensão e competências. Para tal, necessitamos de referências, de modo a reconhecermos as imagens mentais que os orientam na esquematização dos problemas que lhes são colocados, e para compreendermos os raciocínios seguidos e os procedimentos utilizados na resolução desses problemas. A avaliação contínua da progressão dos alunos permite construir um sistema de referências e aprender a usá-lo, em diferentes contextos, no quotidiano.

Saskia e os seus colegas decidiram contratar um especialista do *Gabinete de Integração* local e encorajar os professores dos grupos 2 e 3 (5 e 6 anos) a frequentar breves acções de formação contínua. Parte deste apoio e formação poderá centrar-se na utilização *profissional* do *Sistema de acompanhamento dos alunos* e dos *livros de apoio* para *determinar, compreender* e *conceber* o processo de diferenciação do desenvolvimento dos alunos. É através de acções de diagnóstico realizadas com os seus próprios alunos, e da análise das suas construções, que Saskia e os seus colegas poderão classificar os conhecimentos matemáticos de um aluno como Michael e compará-los com os de outros alunos do mesmo sector do modelo de desenvolvimento. Ao resolver as tarefas propostas pelos manuais *com* os conhecimentos e as ferramentas matemáticas que Michael utiliza actualmente, Saskia e os colegas podem *sentir* os obstáculos que impedem o seu desenvolvimento; desta forma, podem aperceber-se daquilo que é necessário alterar, para que, a curto ou a longo prazo, sejam capazes de utilizar, com bom senso, as ideias e procedimentos que os objectivos estabelecidos pelos manuais implicam. É através da formulação do que deverá mudar para Michael, utilizando o seu próprio vocabulário o mais concretamente possível, eles poderão descobrir, por exemplo, que a esquematização de 1 Km de natação numa piscina de 25 m de comprimento permite a reconstrução das estruturas do número 1000. Através da descrição dessas estruturas, na linguagem matemática de Michael, Saskia e os colegas podem constatar que essas estruturas revelam as relações entre os números e as operações, e que essas relações os remetem para formas mais *evoluídas* (ou formais) e mais *práticas* de contagem e cálculo, do que as que Michael utilizava até então, tendo como base noções mais *primitivas* desses mesmos números e operações. Neste sentido, este tipo de actividades vem permitir que se aprenda a utilizar os livros de apoio como instrumentos de referência e como fontes de inspiração.

Formação nas (e através das) práticas de avaliação

Seguindo esta perspectiva, desenvolvemos uma formação profissional *nas* e *através* das práticas de avaliação, dirigida aos professores de escolas como a de Arc-en-Ciel (Kraemer, 2003c). Os testes do *Sistema de acompanhamento dos alunos*, combinados com os testes diagnóstico, convidam os professores (ou as equipas docentes) a analisar e a organizar as respostas que os alunos dão às questões sobre os conteúdos focados. Deste modo, poderão ter uma melhor noção das tendências de desenvolvimento ao longo dos percursos de aprendizagem e proceder à organização das representações, dos modelos e procedimentos que os alunos vão construindo com o decorrer dos meses. Estas referências permitem uma melhor classificação do nível de dificuldade das actividades e tarefas do manual e adaptar os objectivos e conteúdos propostos para as aulas às necessidades dos alunos. As experiências de adaptação realizadas nas aulas e relatadas durante as sessões comuns de formação permitem o desenvolvimento dos *princípios* de adaptação e das *técnicas* de ensino, bem como das referências mais ou menos práticas e *teóricas* que os fundamentam. A formação experimental que se encontra em curso leva-nos a prosseguir as nossas actividades segundo esta perspectiva, mesmo que essa abordagem implique uma mudança de atitude da parte dos professores e o desenvolvimento de uma cultura de formação que não poderá ser levada a cabo do dia para a noite.

Notas

1 A designação original deste sistema é *Leerlingvolgsysteem* (N. da T.).

2 São estas estruturas, relações e procedimentos elementares de cálculo mental que controlamos ao longo do percurso *Automatismos*, através da realização de operações como por exemplo, *600 – 9*, *500 – 195* e *800 – 450*. Os alunos dispõem de apenas 7 segundos de reflexão.

Jean-Marie Kraemer
Citogroep, Holanda