

## Um Problema de Calvície

Cada habitante de uma vila possui menos cabelos que o número de habitantes dessa vila. Sabendo que aí não existem pessoas calvas, prova que pelo menos dois habitantes possuem a mesma quantidade de cabelos.

Tendo já sido proposta a resolução (individual) deste problema a alguns alunos do Ensino Secundário, verificámos que mostraram alguma dificuldade em iniciá-la. Na tentativa de superar esta situação, propomos que:

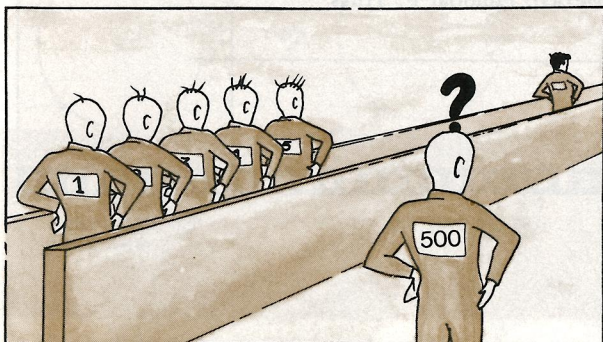
- se formem grupos de 2 ou 3 alunos;
- se sugira a cada grupo que trabalhe com um certo número de habitantes à sua escolha.

Terminada esta primeira fase, são apresentadas e discutidas as conclusões a que chegaram os vários grupos.

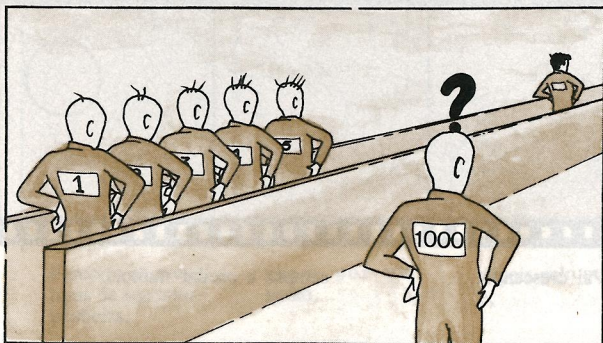
Colocados perante a diversidade do número de habitantes da vila escolhido por cada grupo, e a conclusão comum a que chegaram (de que há sempre pelo menos dois habitantes com o mesmo número de cabelos), propor aos alunos que generalizem a sua resolução, a fim de responderem ao problema inicial.

Esquemáticamente:

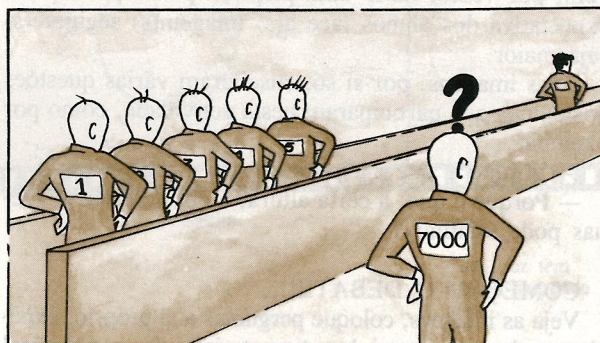
Grupo I



Grupo II



Grupo III



### Generalização

Numerando os habitantes, por exemplo, pelo número de cabelos que cada um possui, tem-se:

Habitantes	N.º de cabelos
1	1
2	2
3	3
·	·
·	·
n-2	n-2
n-1	n-1
n ?	(1 ou 2 ou 3, ... ou n-1)

ou ainda, formalizando um pouco mais, fica definida uma aplicação  $f$ , de  $\{1, \dots, n\}$  para  $\{1, \dots, n-1\}$ , não injectiva e tal que  $f(k)=k$  com  $k \neq n$  e  $f(n)=a$  com  $a \in \{1, \dots, n-1\}$ .

Mas... pode haver mais de dois habitantes com o mesmo número de cabelos! Esta hipótese conduz-nos a aplicações não sobrejectivas, além de não injectivas.

Ana Paula Natal

Maria de Jesus Bicho

Escola Sec. Maria Amália Vaz de Carvalho