



Áreas e volumes

Esta tarefa nasceu no curso Ensino da Geometria e das Funções no Secundário—Perspectivas dos Novos Programas, quando a Rita Bastos pegando num tetraedro e num octaedro de arestas iguais lançou a questão: Que relação existe entre o volume do tetraedro e o do octaedro? e em seguida, deitando mão ao seu baú de sólidos, construiu o puzzle que permitiu chegar à solução.

Pareceu-me que seria uma excelente ideia a desenvolver na sala de aula para abordar *Descoberta de relações métricas entre figuras* e para isso elaborei esta tarefa.

Reflecti depois sobre ela com os restantes elementos da equipa e vimos que ela envolve três fases:

- 1ª. Construção, visualização e identificação de sólidos obedecendo a determinados requisitos.
- 2ª. Determinação da razão entre o volume do octaedro e tetraedro em questão.

3ª. Reflexão sobre o trabalho desenvolvido conducente à generalização, a figuras geométricas semelhantes do plano e do espaço das conclusões tiradas.

Na 1ª fase o aluno terá de descobrir e identificar o sólido em questão. Nesta tentativa de descoberta terá que pesquisar, explorar e alvitar uma resposta que é convidado a validar podendo necessitar de a reformular. Parece-nos tratar-se de um bom exercício de visualização espacial que requer o conhecimento dos sólidos platónicos e suas características bem como o estabelecimento de relações entre eles.

Na 2ª fase o objectivo é trabalhar áreas e volumes por composição/decomposição de figuras e recordar relações numéricas entre comprimentos, áreas e volumes.

A 3ª fase conduz ao desenvolvimento do espírito indutivo permitindo a generalização de relações métricas.

Esta tarefa já foi utilizada em turmas do 10º ano a quando do estudo do Tema I—Geometria no Plano e no Espaço I, usando o material Polydron e tendo o cuidado de distribuir cada parte após a exploração da anterior. A exploração da tarefa foi completada, ao fazer a síntese das conclusões tiradas, levando os alunos a reflectir sobre a diferença entre volume e forma, comparando o octaedro com os quatro tetraedros e vendo que embora o volume seja o mesmo, por mais que tentemos encaixar os tetraedros não é com eles possível construir o octaedro.

Manuela Ribeiro
Isaura Nogueira
Ana Campos
Escola Secundária
Cidade Universitária, Lisboa

Escola.....
Ano/Turma..... Data..... Aluno(a).....

Áreas e volumes

Parte I

Constrói quatro tetraedros iguais e coloca-os de modo a visualizares um tetraedro de aresta dupla.

Qual o sólido que preenche o espaço entre eles compreendido?

Confirma a tua resposta construindo o referido sólido.

Parte II

Qual será a razão entre o volume do octaedro e o do tetraedro pequeno?

Para responderes a esta pergunta recorda as relações numéricas entre medidas lineares, áreas e volumes. Para tal:

1. Considera um quadrado de lado a e outro de lado $2a$
És capaz de decompor o quadrado de lado $2a$ em quadrados de lado a ?
Em quantos?
Então qual é a razão entre as áreas dos dois quadrados?
2. Considera um triângulo equilátero de lado a e outro de lado $2a$
És capaz de decompor o triângulo de lado $2a$ em triângulos de lado a ?
Em quantos?
Então qual é a razão entre as áreas dos dois triângulos?
3. Considera um cubo de aresta a e outro de aresta $2a$
És capaz de decompor o cubo de aresta $2a$ em cubos de aresta a ? Em quantos?
Então qual é a razão entre os volumes dos dois cubos?
4. Volta então a olhar os tetraedros de aresta a e $2a$ construídos.
Qual te parece ser a razão entre os volumes dos dois tetraedros?
Então qual será a razão entre o volume do octaedro e o do tetraedro pequeno?

Parte III

Confirma a tua resposta:

1. Construindo meio octaedro e em seguida um quarto do octaedro.
2. Comparando os volumes do quarto do octaedro com o do tetraedro pequeno.
Para isso assenta o tetraedro por uma das faces e procura encostar a ele o quarto do octaedro. Compara as bases e as alturas dos dois sólidos, e por último os seus volumes.

Parte IV

Procura agora generalizar as conclusões tiradas quanto:

1. Às áreas de dois quadrados e dois triângulos, de lados a e $2a$
2. Os volumes de dois cubos e dois tetraedros, de arestas a e $2a$

Repara que as figuras comparadas são semelhantes e:

— No 1º caso

Razão entre os lados = 2 = Razão de semelhança

Razão entre as áreas = 4

Qual seria a razão entre as áreas se a de semelhança fosse 3 ?

— No 2º caso

Razão entre as arestas = 2 = Razão de semelhança

Razão entre os volumes = 8

Qual seria a razão entre os volumes se a de semelhança fosse 3 ?

Completa então:

Tidas duas figuras F e F' semelhantes, se a razão de semelhança for r a razão entre as áreas é

Tidos dois sólidos S e S' semelhantes, se a razão de semelhança for r a razão entre os volumes é