

Calculadoras gráficas, programação e jogos

Helena Rocha

O recurso à programação e, em particular, à elaboração e exploração de jogos para a calculadora gráfica, pode ser uma forma agradável de auxiliar os nossos alunos a desenvolver uma verdadeira compreensão sobre alguns aspectos da Matemática e, nomeadamente, sobre as principais características de algumas famílias de funções.

Há muito que os jogos parecem constituir uma inesgotável fonte de interesse. O fascínio que alguns matemáticos encontravam no jogo chegou mesmo a estar na origem de algumas das actuais áreas do saber matemático. E o facto parece não poder ser considerado surpreendente. Com efeito, há mesmo quem reconheça, em determinados tipos de jogos, grandes semelhanças com a actividade matemática (ver Gemes, 1999 ou Cannone e Socas, 1999). Na verdade, por vezes parece não ser difícil encontrar uma correspondência entre as diferentes fases da actividade matemática e as diferentes etapas do jogo, como, por exemplo, a existente entre as regras e situação inicial do jogo e os axiomas e definições matemáticos.

Não se pode no entanto dizer que o fascínio que o jogo sempre exerceu junto dos que experimentam esta actividade seja de estranhar, afinal jogar é quase sempre uma actividade profundamente envolvente. E, embora o carácter lúdico do jogo seja aquele que por norma lhe surge associado, e que muito provavelmente é a fonte do seu poder atractivo, a faceta eminentemente didáctica, que também frequentemente lhe está associada, é igualmente bem conhecida e talvez seja uma das responsáveis pela sua grande divulgação. Com efeito, um bom jogo pode constituir muito mais do que uma agradável diversão. Se, por um lado, as características lúdicas da actividade poderão dar um contributo significativo para a motivação do jogador, por outro lado, o empenho em encontrar uma estraté-

gia vencedora, poderá dar origem a uma reflexão sobre o jogo e a aprendizagens diversas.

Jogar nas aulas de Matemática surge assim como uma actividade potencialmente enriquecedora, em que o aluno assume um papel activo na procura do conhecimento. Cabe ao aluno analisar as situações que se lhe vão colocando ao longo do jogo, reflectindo sobre as suas jogadas e as dos seus adversários, numa tentativa de melhorar a sua estratégia de actuação. Este tipo de actividade pode pois dar um forte contributo para o desenvolvimento de aspectos tão importantes como uma atitude positiva face à disciplina, a confiança em si próprio, o raciocínio e o conhecimento de conteúdos específicos envolvidos no jogo.

Perante as potencialidades atribuídas à utilização didáctica de jogos, seria de esperar que estes fossem alvo de uma grande utilização nas nossas escolas, mas não é isso que sucede. De acordo com os resultados divulgados pelo projecto Matemática 2001, mais de 75% dos professores do ensino secundário nunca, ou raramente, optam por este tipo de metodologia. Um facto aparentemente surpreendente.

Alguns professores parecem apontar os poucos recursos materiais existentes na sua escola, como a razão da exclusão desta metodologia; mas, actualmente há um recurso que cada vez mais tem uma presença assídua nas nossas aulas, integrando ainda, com uma frequência crescente, o material individual de cada aluno

— as calculadoras gráficas. Efectivamente, a crescente divulgação desta tecnologia veio tornar-nos acessível um recurso de grandes potencialidades.

Já as calculadoras científicas nos permitiam a realização de alguns jogos, mas as calculadoras gráficas ultrapassam largamente essas possibilidades.

Uma das grandes potencialidades destas calculadoras, facilmente identificável pelo seu nome, é a possibilidade de traçarem gráficos, no entanto, esta está longe de ser a única das potencialidades destas máquinas. Este facto leva mesmo Kissane (1994a) a discutir se esta será a designação mais adequada para uma calculadora que é, afinal, um autêntico computador de bolso. Segundo Kissane (1994a, 1994b), o nome de calculadoras gráficas está a levar-nos a centrar a nossa atenção nas potencialidades gráficas e a negligenciar outras igualmente importantes, como é o caso da programação. Realmente, a possibilidade de programar a calculadora põe à nossa disposição toda uma imensidade de explorações, que eu me atreveria a dizer que têm por limite apenas a nossa imaginação... e claro a capacidade de memória da máquina.

Numa época em que os computadores, as consolas, os *game boy* e todo o tipo de jogos que em geral aí são utilizados, exercem uma enorme atracção sobre os nossos alunos e em que os computadores, e respectivo *software*, nem sempre estão disponíveis nas escolas, a programação das calculadoras gráficas, apesar das diferenças óbvias, permite-nos simular alguns desses jogos, contribuindo não só para motivar os alunos mas também, e principalmente, para os ajudar a descobrir o prazer de reflectir sobre questões matemáticas. Para que isso aconteça, são todavia necessários alguns cuidados na escolha ou elaboração do jogo.

Um bom jogo deve desafiar o aluno a encontrar a melhor estratégia para sair vencedor. Torna-se portanto importante equacionar adequadamente o grau de dificuldade que este encontrará. Se o jogo for muito difícil, o aluno terá dificuldade em estabelecer uma estratégia adequada e muito

provavelmente acabará por se desinteressar e desistir. Por outro lado, se o jogo for demasiado fácil, o aluno encontrará rapidamente uma estratégia vencedora e o jogo corre o risco de se transformar num mecânico carregar de botões, em que já não existe qualquer reflexão sobre a situação e, conseqüentemente, também já não tem lugar qualquer tipo de aprendizagem... e o aluno acabará igualmente por se desinteressar do jogo e desistir. Uma das formas de contornar esta situação passa pela criação de diferentes níveis dentro do jogo. Torna-se assim possível manter o interesse do jogador, pois este tende naturalmente a passar ao nível seguinte quando se sente suficientemente confiante no nível em que se encontra. Esta poderá ainda ser uma forma de lidar com os diferentes níveis de conhecimentos e ritmos de aprendizagem que em geral coexistem numa turma.

Foi pois atendendo a estes aspectos e com o intuito de tirar partido das potencialidades didácticas dos jogos que idealizei o jogo *MODULO* (referido na secção *Vamos Jogar* deste número da revista). Com este programa/jogo pretendia levar os alunos do 10º ano a explorar o efeito da variação dos diferentes parâmetros das funções do tipo $a + b | x + c |$ com $(a, b, c \in \mathbb{R})$ no aspecto do seu gráfico.

A utilização didáctica do jogo

A exploração didáctica deste jogo pode assumir diversas formas. Em grupo, com recurso a um *viewscreen*, ou individualmente... Na aula de Matemática ou fora desta... São várias as possibilidades. No entanto, embora todos os alunos sintam a necessidade de fazer algumas experiências individualmente, jogar em grupo na sala de aula é considerado pela grande maioria a forma ideal. As razões apontadas para esta preferência têm a ver com a ideia de diversão que os alunos associam ao jogo (é muito mais agradável uma aula em que se joga), mas também com o facto do recurso ao *viewscreen* disponibilizar uma visualização do jogo que consideram mais agradável.

Ainda assim, se o tempo disponível para jogar na aula for reduzido, pode-

mos optar por disponibilizar o jogo dois ou três dias antes do previsto para a sua utilização, encurtando deste modo o tempo despendido na sua exploração, uma vez que pelo menos parte desta já foi realizada. E o mais interessante é que, em geral, nem é necessário pedir aos alunos que experimentem o jogo. Basta disponibilizá-lo e a curiosidade fará o resto.

A decisão de jogar em grupo torna contudo conveniente fazer algumas alterações na forma de jogar. A primeira alteração que me parece necessária diz respeito à forma de estabelecer quem é o vencedor. Poder-se-á optar por considerar que é o aluno que conseguir somar o maior número de pontos após um determinado período de tempo, fixado à partida, ou após um determinado número de jogadas.

Penso que o jogo se torna mais interessante se se acrescentar como regra adicional que cada aluno perde a vez se propuser para algum dos parâmetros uma resposta incorrecta ou se descobrir o(s) valor(es) correcto(s) do(s) parâmetro(s) de duas funções. Esta regra reforça o interesse dos alunos nas jogadas dos colegas pois, uma vez que o jogo só termina (ou seja só é apresentada uma nova função) quando são encontrados os valores correctos, as anteriores tentativas falhadas dos colegas podem ser muito úteis para conseguir ganhar alguns pontos. Esta alteração tem ainda a vantagem de reduzir o tempo de espera entre jogadas, um aspecto importante se não quisermos que os alunos se desinteressem de jogar.

O tempo de espera entre jogadas é aliás um dos aspectos delicados quando consideramos a utilização deste jogo com uma turma. Com efeito, se resolvermos jogar com toda a turma usando apenas uma calculadora e o correspondente *viewscreen*, mesmo que cada aluno tenha direito a fazer uma única tentativa para descobrir o(s) valor(es) correcto(s) do(s) parâmetro(s) da função, o tempo que decorrerá até que volte a ter oportunidade de tornar a jogar será sempre demasiado longo. Para contornar este problema, podemos optar por formar grupos e utilizar uma calculadora e

respectivo *viewscreen* por grupo. Se a turma for grande, é ainda aconselhável utilizar o jogo nas aulas de turnos.

Uma outra hipótese é pensar na criação de equipas. Ou seja, a decisão quanto ao(s) valor(es) a introduzir na calculadora pode ser tomada, por exemplo, a pares, em vez de individualmente. O recurso a equipas teria a vantagem de tornar possível a criação de grupos maiores sem aumentar o tempo de espera entre jogadas, permitindo assim diminuir a quantidade de material necessário (calculadoras e *viewscreens*). Teria, contudo, o inconveniente de dar menos hipóteses a cada aluno de realmente jogar, podendo fazer com que alunos menos confiantes acabassem por se apoiar num colega, não chegando efectivamente a pensar nas situações colocadas pelo jogo.

A divisão da turma em grupos não impede que se determine quem é o melhor jogador da turma (um aspecto muito do agrado de algumas turmas, mas que também pode ser delicado para alguns alunos), uma vez que é sempre possível ir fazendo um registo colectivo das pontuações alcançadas por cada um.

A pontuação é outro dos aspectos que é conveniente ponderar, ao optar-mos por uma realização colectiva do jogo nos moldes aqui referidos. Ora como cada aluno apenas tem direito a fazer uma tentativa e como a pontuação obtida quando se acerta depende do número de tentativas efectuado, um aluno que jogue a seguir a outro que erre com alguma frequência só raramente obterá a pontuação máxima. Este aspecto pode assim ser sentido por certos alunos como potencialmente injusto. Como tal, poderá ponderar-se a possibilidade de, ao jogar em grupo, atribuir sempre a pontuação máxima a quem acertar, independentemente do valor exibido pela calculadora.

Dizer a resposta fora da sua vez de jogar parece ser uma tentação quase irresistível. Este comportamento não é obviamente o mais desejável, uma vez que tem o grande inconveniente de impedir alguns alunos, menos confiantes nas suas capacidades, de pensar numa resposta. Como forma de o tentar evitar pode ser estabelecida

uma penalização que incentive esses alunos a controlarem os seus impulsos, por exemplo, fazê-los ficar uma vez sem jogar.

A exploração do jogo pode ser concluída pedindo aos alunos que, em pequenos grupos e se necessário voltando a jogar, elaborem um pequeno texto explicando qual a melhor forma de proceder para ganhar o jogo. Este relato poderá depois servir de base a uma discussão em grande grupo que permita concluir o estudo desta família de funções.

Alguns casos interessantes

Este jogo pode por vezes surpreender-nos, ao apresentar algumas situações em que, pelo menos à primeira vista, não temos qualquer hipótese de conseguir descobrir o valor dos parâmetros que a máquina utilizou. Todavia, se tivermos presente que os parâmetros escolhidos pela calculadora são sempre números inteiros entre -10 e 10 (inclusive) e que os gráficos são sempre apresentados utilizando uma janela de visualização com x e y entre -10 e 10 , já podemos elaborar algumas conjecturas... e reduzir consideravelmente os casos possíveis.

Por exemplo, se estivermos a jogar no nível 1, o gráfico da figura 1 pode corresponder à função $0 \cdot |x|$, não sendo visualizada qualquer parte do gráfico por este se encontrar sobre o eixo dos xx ; mas também pode corresponder à função $10 + |x|$, sendo neste caso impossível observar o gráfico por ele se encontrar fora da janela de visualização. Contudo, se estivermos a jogar no nível 2, esta mesma figura pode corresponder ao gráfico da função $-10 - |x|$, sendo esta outra das situações em que o gráfico fica fora da janela de visualização utilizada.

A figura 2 ilustra outro caso interessante. Nesta situação o gráfico é perfeitamente visível, mas tem um aspecto um pouco diferente do que provavelmente esperávamos: é uma recta. Trata-se evidentemente de uma função da família $a + 0 \cdot |x + c|$. Repare-se, no entanto, que o gráfico disponibiliza informação relativamente aos valores dos parâmetros a e b , mas não nos dá qualquer pista relativamente ao valor do parâmetro c . Neste caso a única hipótese é

mesmo... um bom palpite!

É evidente que, ao programar a calculadora, podia ter optado por excluir casos como os aqui referidos, contudo, estes parecem-me demasiado interessantes para serem simplesmente excluídos. Claro que os alunos terão dificuldade em analisá-los se estes surgirem numa fase em que ainda têm pouco domínio sobre o jogo, mas podemos sempre optar por adiar essa análise para um momento final de discussão sobre o jogo.

A reacção dos alunos

Os alunos, em geral, acolhem este jogo com entusiasmo, vendo-o claramente como uma diversão e uma quebra no trabalho normal da aula. O nível 1 é por norma o escolhido para começar a jogar, o que evidentemente não evita que as primeiras tentativas de resposta sejam feitas ao acaso. Esta situação faz com que, por vezes, alguns alunos exteriorizem uma certa relutância em jogar. Ainda assim, esta fase é rapidamente ultrapassada, pois depressa começam a perceber a relação entre o número que introduzem e o gráfico que observam. Antes de se tornarem exímios neste nível, todos parecem passar por uma fase intermédia, em que, embora tendo dificuldade em indicar de imediato o valor correcto, não têm problemas em o descobrir após duas ou três tentativas.

O nível 2 tende a ser considerado mais complicado, mas a confiança alcançada durante as jogadas efectuadas no nível 1 e o facto de uma resposta certa permitir alcançar o dobro

(continua na pág. 37)

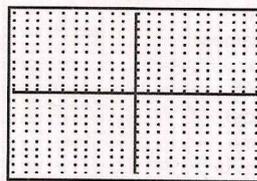


Figura 1.

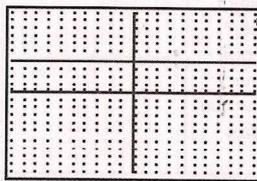


Figura 2.



realidade [...] Um programa de combate ao insucesso em Matemática tem de clarificar as finalidades do ensino da Matemática, definir expectativas claras e positivas para os alunos, diversificar os programas no ensino secundário, reduzir o papel que a Matemática tem como instrumento de selecção e promover uma nova cultura profissional [assente numa prática colaborativa] entre os professores.”

Apesar de identificarmos um conjunto de pontos críticos sobre temas comuns são enormes os contrastes entre as posições/soluções que defendem.

Jorge Buescu critica os programas pela sua pouca objectividade e pelo seu carácter não normativo e afirma até a vantagem dos exames como instrumento que assegura que todos aprendem as mesmas coisas nas mesmas alturas. Mas será possível que isso aconteça? Será desejável? E mesmo que fosse possível seria a existência de exames garantia de aprendizagem? Avaliar é importante, mas como? e para quê?

Parte da argumentação de Jorge Buescu, ao longo da entrevista publicada, deriva da análise dos resultados de uma prova de aferição realizada este ano no I.S.T., deles podemos fazer leituras do que os alunos responderam ou não responderam – podemos levantar questões, formular hipóteses mas poderemos deduzir conclusões para o sistema de ensino?

(continuação da pág. 35)

da pontuação, parecem constituir incentivo suficiente.

O entusiasmo que o jogo despertou junto dos alunos que o experimentaram é aliás visível nos comentários que estes fizeram mais tarde, ao expressarem a sua opinião sobre esta aula, em resposta a uma das questões de um pequeno questionário:

“Quero + + +”

“Foi uma aula divertida em que a competição que existe entre os alunos desta turma se tornou numa disputa saudável.”

“Acho que foi a melhor, pois até eu acertei em alguns jogos.”

“Um dos raros momentos em que consegui aprender Matemática e divertir-me ao mesmo tempo.”

Conclusão

O recurso à programação e, em particular, à elaboração e exploração de jogos para a calculadora gráfica, pode ser uma forma agradável de auxiliar os nossos alunos a desenvolver uma verdadeira compreensão sobre alguns

aspectos da Matemática e, nomeadamente, sobre as principais características de algumas famílias de funções.

Depois de terem experimentado este jogo, alguns alunos interessaram-se por conhecer outras famílias de funções. Alteraram então a expressão da função no programa e passaram a desafiar os seus colegas e amigos a jogar... e, claro, também a sua professora de Matemática! Destes desafios surgiram por vezes conclusões, mas também discussões, que frequentemente acabavam por integrar a aula de Matemática. Pode pois dizer-se que este tipo de jogos pode perfeitamente ser uma fonte para futuras investigações, bem como uma forma de desenvolver uma atitude positiva em relação à disciplina. Afinal, porque é que os momentos em que nos divertimos enquanto aprendemos Matemática têm que ser raros (como afirmou um dos alunos)?

Bibliografia

Abrantes, P. et al. (1998). *Matemática 2001 – Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da Matemática*. Lisboa: APM e IIE.

João Pedro da Ponte fala, por exemplo, do papel da Matemática como instrumento de selecção dos alunos, em especial para o ensino superior. Estará suficientemente avaliado o efeito que tem tido sobre a aprendizagem este papel selectivo da Matemática no acesso? Será possível perceber esse efeito? Entre outras medidas defende a diversificação de programas no ensino secundário. Que vantagens poderá trazer? E que problemas?

Afinal será possível encontrar um consenso mínimo sobre que Matemática devem os alunos do ensino básico e secundário aprender e porquê? Estaremos todos dispostos a tentar perceber no terreno as dificuldades reais que existem para propor soluções?

Vamos no próximo ano 2003/2004 iniciar novos programas de Matemática no ensino secundário que curiosamente fazem parte de uma reforma a entrar em vigor em 2004/2005. Será uma boa estratégia para iniciar a resolução desta difícil equação?

(*) Jorge Buescu professor de Álgebra e Análise no Instituto Superior Técnico; João Pedro da Ponte professor do Departamento de Educação da Faculdade de Ciências de Lisboa, especialista em Didáctica da Matemática

Adelina Precatado
Lina Brunheira

Cannone, G. e Socas, M. (1999). Jogos educativos ADI e ADIBÚ no ensino e aprendizagem da matemática em educação primária. In Vale, I. e Portela J. (Eds.), *Investigação em educação matemática – Actas do IX SIEM*, pp. 165–190. Lisboa: APM.

Gomes, D. (1999). The rules of the game. *Mathematics Teacher*, 92(5), pp. 424–426.

Graham, A. et al. (1986). *Calculators in the secondary school*. Centre for Mathematics Education. Cambridge University Press.

Kirkby, D. (1992). *Games in the teaching of Mathematics*. Cambridge University Press.

Kissane, B. (1994a). Sophisticated calculators: mathematics for a new age. In T. Andrews, B. Kissane (Eds.), *Graphics calculators in the classroom*, pp. 17–26. Adelaide: AAMT.

Kissane, B. (1994b). The programmable calculator: a neglected resource?. In T. Andrews, B. Kissane (Eds.), *Graphics calculators in the classroom*, pp. 133–144. Adelaide: AAMT.

Helena Rocha
Univ. Nova de Lisboa