José Paulo Viana

Grupos Equivalentes

A Carolina anda toda entusiasmada com a escola, com os números e com as operações.

Escreveu os números 1, 2, 3,... até um certo *N* e depois separou-os em dois grupos, de tal modo que a soma dos elementos de cada grupo fosse igual. Reparou que, para certos valores de *N*, isso era possível mas que para outros já não era.

Quais são os valores de *N* para os quais consegue o seu objectivo?

E se ela quiser dividir os números em 3 grupos? E em 4? E...?

(Respostas até 28 de Fevereiro)

Cubinhos e Tinta Verde

O problema correspondente ao número 68 de *Educação e Matemáica* foi o seguinte:

Com vários cubinhos iguais e de aresta 1 construiu-se um cubo grande. Depois, algumas das faces do cubo grande foram completamente pintadas de verde. Quando se voltou a desmanchar o cubo grande, havia 24 cubinhos que não tinham nenhuma face verde. Quantos cubinhos havia no total e quantas faces do cubo grande foram pintadas?

Chegaram-nos 19 respostas: Ana Paula Canavarro (Évora), Augusto Taveira (Faro), Darcília Machado (Aveiro), Edgar Martins (Queluz), Eduarda Santos (Tavira), Eduardo Dinis (Ponte de Sôr), Fernanda Correia & Vírgilio Cardoso (Oliveira de Azeméis), Graça Lopes & Armando Fernandes (Vouzela & Esgueira), Helder Martins (Lisboa), Helena Perpétua (Setúbal), Isabel Viana (Porto), Iva & Nuno Angelino, João Barata (Castelo Branco), João Maria Oliveira (Cartaxo), Judite Lima (Vouzela), Paulo Lopes (Covilhã), Paulo & Maria Luís Vasco (Vila Real), Pedrosa Santos e Vidal Minga.

Como diz a Ana Paula, o problema pode ser resolvido em duas fases:

A) Mostrar que só é possível num cubo de lado 4, portanto com 64 cubinhos.

B) Mostrar que foram pintadas 3 faces do cubo grande.

Muitas das resoluções seguiram este caminho. Vejamos, por exemplo, como fez a Helena Perpétua:

Se n for o número de cubinhos por aresta, o total de cubinhos será x^3.

O número mínimo m de cubinhos que não têm nenhuma face pintada é $m=(n-2)^3$. Logo:

Se $n=4$ então $m=8$.

Se $n=5$ então $m=27$.

Como há 24 cubinhos sem nenhuma face verde, será necessariamente $n<5$.

Para $n=3$ o número máximo de cubinhos sem faces verdes é 18 (obtém-se pintando apenas uma face do cubo inicial). Logo, *n* não pode ser 3.

Portanto, $n=4$ e há um total de 64 cubinhos.

Vejamos quantas faces do cubo grande foram pintadas.

Faces pintadas	Nº de cubinhos sem faces verdes
1 face	64 – 16 = 48
2 faces concorrentes	64 – 16 – 9 = 39
2 faces paralelas	64 – 32 = 32
3 faces concorrentes	64 – 16 – 12 – 9 = 27
3 faces, sendo duas paralelas	64 – 16 – 16 – 8 = 24

Vários leitores — Edgar, Helder, Isabel, Iva & Nuno e Paulo Lopes fazem o estudo completo para um cubo com *n* cubinhos de lado e para os vários casos de faces pintadas, o que permite uma eventual generalização do problema.