«É tão bom conseguir!...»

— Relato de um trabalho realizado com alunos do 8.º ano

Lurdes Figueiral, Colégio de Vila Nova de Milfontes

Tema:

Teorema de Pitágoras

Intervenientes:

Alunos do «8.º B». Professora de Matemática e professor de Ed. Visual. Animadora da Biblioteca.

Objectivos:

Mais do que em objectivos terminais fixo-me no processo. O grande objectivo é que os alunos se interessem — e vão criando hábitos — por trabalhar em grupo, por consultar livros, por utilizar materiais manipulativos, por gostar do seu próprio trabalho; que experimentem um «ambiente de aula» diferente; que cresçam em auto-estima e confiança mútua.

Características da Turma:

Uma turma insegura mas participativa. Em geral, gostam de «receitas»; são muito precipitados e reflectem pouco diante de quase todas as situações. Trabalham, obtêm resultados bastante satisfatórios, mas são pouco criativos.

Desenvolvimento:

Em fins de Janeiro fiz a proposta de trabalho à turma que imediatamente a aceitou. Contactei, então, o professor de Ed. Visual que quis também participar, a partir da sua disciplina, nesta actividade. Os alunos fariam composições com triângulos rectângulos. O objectivo era que eles se familiarizassem com esses triângulos, quaisquer que fossem as suas dimensões ou a sua posição no plano, e não se restringissem à posição «standartizada» de um triângulo assente sobre um dos seus catetos e em que as medidas dos lados pouco variam de 3, 4 e 5.

Seguiu-se uma fase de trabalho na Biblioteca, com a sua responsável. Fizémos um levantamento de referências bibliográficas sobre Pitágoras e o Teorema que tem o seu nome. Depois, numa aula, a turma dividiu-se em grupos de trabalho e escolheram-se temas diferentes para cada grupo; nessa altura ficaram decididos os seguintes: «Biografia e contexto histórico», «Material didáctico para o estudo do Teorema», «Ilustração e arranjo gráfico»; dois alunos ficaram destacados para escrever o relato para o jornal da Escola — o «Pau de Giz» — e um aluno ficou encarregado da coordenação.

Ainda antes das férias da Páscoa ocupámos uma aula com uma primeira abordagem ao assunto. Já por grupos, todos fizeram uma «leitura em diagonal» da bibliografia previamente seleccionada e que, nessa hora, fomos buscar à Biblioteca. Cada grupo fez então uma escolha (que anotou) da bibliografia que mais lhe interessava. Fizeram também uma lista de material que previam necessário e canalizaram tudo para o colega coordenador que, posteriormente, reuniu comigo.

Depois das férias da Páscoa realizámos os projectos em 6 aulas de Matemática; ao mesmo tempo decorria o trabalho das aulas de Ed. Visual. O grupo da «biografia» foi mais autónomo no seu trabalho; era também o que tinha mais recursos bibliográficos (consultaram, inclusive, alguma bibliografia em Inglês, que traduziram). Para além do que escreveram como «produto final», fizeram um resumo para publicar também no «Pau de Giz». O grupo de «material didáctico» fez vários «quebra cabeças» para que, todos os que quisessem, pudessem manipular e «verificar» o Teorema. Foi o grupo que exigiu mais a minha presença e que teve que fazer algumas «horas extraordinárias». O grupo de «ilustração» esteve um pouco «perdido». O tema era vago e situado mais na fase final do trabalho. Por isso mesmo, a actividade do grupo foi pouca. Sugeri, então, que alguns dos elementos desse grupo fizessem uma actividade, proposta no livro de texto, sobre «ternos pitagóricos». Duas alunas realizaram esse trabalho que considero dos mais interessantes, já que foi feito apenas com a orientação do livro e utilizando uma máquina de calcular. As próprias alunas foram descobrindo relações entre os números com que trabalhavam sem que eu as alertasse para isso.

Quando os grupos terminaram os seus trabalhos, estes foram expostos num «espaço polivalente» por onde passam todos os professores e alunos. Os vários modelos de «quebra cabeças» estavam em mesas, para que todos os pudessem manipular livremente.

Avaliação:

A avaliação final é positiva, nomeadamente pelo processo, se bem que o produto é extremamente gratificante — sobretudo para os alunos que gostam de passar pela

Exposição e ver «a obra das suas mãos». Penso que os objectivos de participação, colaboração, desenvolvimento — quer de capacidades de iniciativa e criatividade, quer de auto-estima e confiança própria e mútua — foram atingidos, ainda que de uma forma incipiente para muitos.

Sobre o que não foi feito — ou poderia ter sido feito melhor — é também importante deter-me um pouco. Se bem que o ambiente de trabalho nas aulas fosse bom, houve alunos que pouco (ou nada) fizeram. Foi difícil integrá-los e acompanhá-los porque não há condições, nas nossas clássicas aulas de 50 minutos com um professor, que favoreçam isso e porque eu nem sempre consegui atender todos e mantê-los igualmente motivados.

Outro aspecto menos conseguido foi o carácter interdisciplinar. Muitas outras disciplinas poderiam ter sido envolvidas: Português, História, Geografia, Inglês, Física, Trabalhos Oficinais ... Mas os programas são pouco articuláveis e o actual sistema de ensino não facilita grandes interacções. Falha maior pode ter sido o não envolvimento das outras turmas de 8.º ano que têm outros professores de Matemática. A falta de coordenação dos grupos de disciplina e o tempo que exige preparar qualquer coisa em conjunto, devem ter sido os principais factores a determinar essa situação. De facto, não fui capaz de ultrapassar essas dificuldades.

Finalmente, problemático é ainda o tempo lectivo gasto — e não perdido — numa actividade deste género, com o consequente atraso nos programas. Nem sempre é «pacífico» ou «linear» um discernimento neste assunto.

O entusiasmo e a motivação dos alunos perduraram, no entanto, para além de todas as dificuldades e possíveis erros. E não posso esquecer o comentário de um dos alunos «mais fracos»:

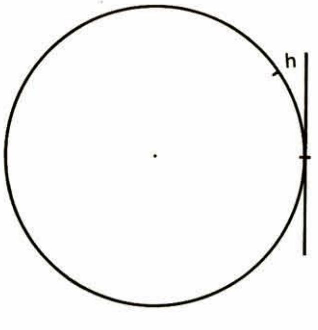
— «Professora, é tão bom conseguir!...»

Até ao Horizonte

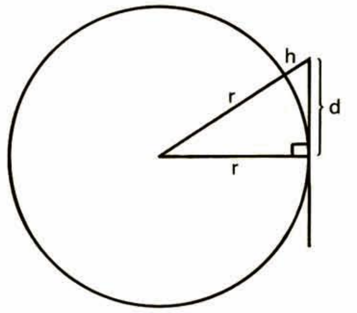
Na sequência do trabalho realizado no 8.º B a propósito do Teorema de Pitágoras, resolvemos, por etapas e durante algum tempo, o seguinte problema:

Do cimo do farol de Milfontes,
a que distância está o horizonte?

Apenas com este enunciado, os alunos tentaram ver o que precisavam de conhecer para resolver o problema. Um esquema ajuda sempre:



Foram imediatos em apontar, como dado necessário, a altura do farol (h) e depois tacteou-se por alguns momentos. Dei então a seguinte informação: «A tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência». É claro que aqui todos acharam que era preciso conhecer o raio da Terra. Um aluno recordou o facto desse raio não ser constante, mas resolvemos trabalhar com um valor médio (r).



Depois de «dissecado» o problema, passámos à fase seguinte: saber a altura do farol de Milfontes e o raio da terra. Este último dado era fácil — na biblioteca, entre atlas, enciclopédias e livros de Geografia, decidimos optar pelo valor r = 6370 km. Para a altura do farol, os alunos propuseram que se pedisse ao professor de História que trouxesse esse dado da Câmara de Odemira. E assim aconteceu: o prof. Gama arranjou-nos um mapa com as altitudes dos principais pontos da zona. Em vez do valor de 16,65 m indicado, trabalhámos com h = 17 m.

Agora restava aplicar o teorema de Pitágoras

$$\mathbf{d^2 + r^2 = (r + h)^2}$$

e fazer os cálculos, com a ajuda da máquina de calcular.

Esta última parte do trabalho revestiu-se de um interesse que, à partida, eu não esperava. Como os valores «não cabiam» na máquina, vimo-nos a braços com questões que envolviam aproximações e outras subtilezas no cálculo de quadrados e raízes quadradas (entre as quais, o «número de zeros», as reduções em unidades de área e de comprimento, simplificações de expressões antes de substituir os valores, etc...).

(Continua na pág. 14)

Portanto, a solução do problema é

$$u_n = u_{n-1} + \frac{6}{n}$$

sendo
u_n percurso máximo para n homens
u_{n-1} percurso máximo para n − 1 homens.

Prova-se pelo princípio de indução matemática que

$$u_n = u_{n-1} + \frac{6}{n} = \sum_{k=1}^{n} \frac{6}{k}$$

Juntamos um programa para auxiliar no estudo da sucessão.

NÚMERO DE HOMENS NECESSÁRIOS PARA UMA DADA EXTENSÃO DO DESERTO

```
10 LET t=0
20 FOR n=1 TO 100
30 LET t=t+6/n
40 PRINT n, t
50 NEXT n
```

N.º de homens	Extensão
1	6
2	9
3	11
4	12.5
5	13.7
6	14.7
7	15.557143
8	16.307143
9	16.97381
10	17.57381
11	18.119264
12	18.619264
13	19.080803
14	19.509374
15	19.909374
16	20.284374
17	20.637315
18	20.970648
19	21.286438
20	21.586438
21	21.872152
22	22.14488
23	22.405749
24	22.655749
25	22.895749
....	
83	30.01241
84	30.083838
85	30.154426
86	30.224194
87	30.293159
88	30.361341
89	30.428757
90	30.495424
91	30.561358
92	30.626575
93	30.691091
94	30.754921
95	30.818079
96	30.880579
97	30.924435
98	31.003659
99	31.064265
100	31.124265

Até ao Horizonte *(conclusão)*

A última — e definitiva — tentativa foi:
$r = 6370$ km $= 6370000$ m ; $h = 17$ m
$d^2 + r^2 = (r + h)^2$
$d^2 = r^2 + 2hr + h^2 - r^2$
$d^2 = 2 \times 17 \times 6370000 + 17^2$

na máquina : $17^2 = 289$; $34 \times 637 = 21658$
$d^2 = 216580000 + 289$
$d = 216580289$

Mas, na máquina, «não cabia» o número 216580289, para calcular a sua raíz quadrada ...

Depois de discutirmos as unidades, concluiu-se que estávamos a trabalhar em m^2 e que, para reduzir o número de algarismos, tínhamos que «tirar dois algarismos». De facto, para passar de m^2 para dam^2 temos que «andar duas casas para a esquerda».
na máquina: $\sqrt{2165803}$
$d \approx 1472$ dam ≈ 15 Km

Ou seja, se subirmos ao nosso farol e olharmos, até onde a vista alcança, para o mar (com um dia límpido, está bom de ver...), o horizonte está a 15 km de nós. Mas esses, são 15 km que não se podem percorrer — a não ser com os olhos: se nos metêssemos pelo mar dentro (pelo mar fora), ao fim de 15 km não chegaríamos ao horizonte ... e ainda bem!