Exposições no Funchal

Matemática e Profissões na Secundária Francisco Franco

No final de Abril o Núcleo de Estágio da Escola Secundária Francisco Franco (Claúdia Ferraz, Eugénio Rodrigues, Helder Andrade e Márcia Dória, orientados pela Paula Cró) apresentaram à comunidade educativa e ao público em geral uma das vertentes do seu trabalho de estágio – a exposição subordinada ao tema Matemática e Profissões. Aderindo ao tema lançado este ano pela APM, os estagiários decidiram investigar sobre a Matemática usada pelos diferentes profissionais. "O que tentámos fazer foi pensar em algumas profissões e estabelecer a ligação entre estas e um conteúdo matemático, para deste modo concretizarmos os nossos objectivos.", escreveram eles no relatório que elaboraram sobre esta actividade.

Esta exposição contava com 10 *placards* contendo cerca de 60 cartolinas. Eis algumas das relações apresentadas: o economista e o "custo marginal"; o carpinteiro e a mesa de xadrez (utilizando escalas, medições, etc...); o engenheiro civil, funções e geometria; o pasteleiro e as proporções; o criptógrafo e os sistemas de codificação e comunicação relacionados com *Teoria dos Números*; o músico e os tempos das notas; o programador matemático e a tecnologia – códigos de barras; o desenhador de mosaicos e as translações; o artesão e as simetrias; o farmacêutico e os poliedros regulares; entre outros.

"Na tentativa de envolver os alunos para a actividade e para a Matemática em geral, sugerimos que elaborassem trabalhos relacionados com o tema. Estes trabalhos (os mais completos), também foram expostos." escreveram também os estagiários no relatório.

Realço o bom trabalho deste núcleo de estágio relativamente a esta temática e a promessa de um artigo para a nossa revista sobre uma das profissões que estudaram, bem como a exposição do mesmo no ProfMat 2002.

Algumas iniciativas no âmbito da Semana da Matemática na Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva

A Escola Secundária Dr. Ângelo Augusto da Silva, realizou entre 13 a 17 de Maio a Semana da Matemática. Entre as muitas iniciativas dos professores desta escola, desde acções de formação para alunos e professores até o já habitual torneio de xadrez, podíamos também visitar a exposição patente na sala de sessões da escola.

Os trabalhos expostos eram muitos, mas três tipos de actividades prenderam particularmente a minha atenção.

O primeiro *placard* logo à entrada expunha os resultados de um interessante concurso lançado pelo nosso colega António Gomes, para toda a Região da Madeira intitulado *Uma foto, uma composição*. Os alunos tinham que observar e fotografar algo relacionado com uma profissão e escrever um pequeno texto sobre a relação entre essa profissão e a Matemática. Entre os muitos e interessantes trabalhos destaco três: o ciclista, o empregado de mesa e o engenheiro Eiffel.

Do lado direito encontrava-se um outro placard, resultado da iniciativa das colegas Ana Rita Mendoça, Luz Perez e Olga Freitas. No 2° Período lançaram o tema *Inferir como a Matemática entra nas profissões dos pais ou familiares* para um trabalho de grupo, nas turmas de 9° ano que leccionam. Os alunos deveriam escrever um pequeno texto sobre a Matemática da profissão em questão podendo enriquecê-lo com uma imagem ou com uma entrevista ao profissional. De entre os muitos trabalhos sobre as mais diferentes profissões expostas (pedreiro, torneiro-mecânico, piloto de aviação, costureira, arquitecto, conta-

Figura 1. Exposição na E.S. Francisco Franco.

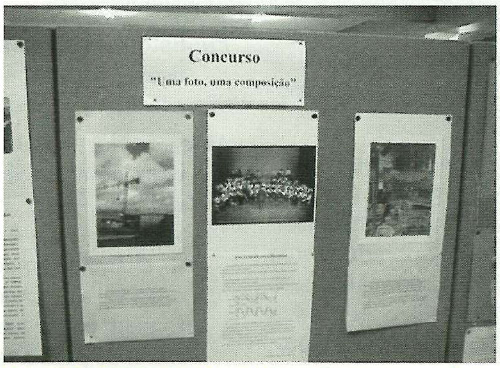


Figura 2. Concurso *Uma foto, uma composição*

bilista, bordadeira, pianista, topógrafo) três merecem o meu destaque: bordadeira de bordado Madeira, por razões óbvias; pianista, pois a aluna que o realizou estuda piano e relacionou a Matemática que conhece com a música que toca — muito interessante — e o piloto de aviação, por estar muito explícito na entrevista que os alunos realizaram, o envolvimento da Matemática na aviação como se pode depreender das palavras do piloto

— "Durante o vôo a Matemática resolve muitos problemas. Antes do vôo, usa-se a Matemática para se saber qual o peso total do avião com passageiros, carga e combustível e determinar se o avião pode descolar com o peso que tem (o peso afecta de duas maneiras, quer pelo peso propriamente dito, quer pela sua localização — carga, combustível e passageiros — pois pode levantar problemas com o centro de gravidade)."

Podíamos também ver uma vitrine com várias imagens muito diferentes, encimadas pela questão *Onde está a Matemática?* iniciativa do colega Luís Freitas.

Bem hajam os professores que, apesar dos avanços e recuos dos nossos governantes, continuam motivados para trabalhar.

Elsa Fernandes
Universidade da Madeira

A matemática no consultório

Há uns tempos consultei um alergologista pediátrico por causa dos problemas alérgicos que a minha filha vinha a manifestar. Foi uma consulta muito interessante para mim, não só pelo que aprendi sobre alergias, mas também pela oportunidade que constituiu de observar um médico a lidar profissionalmente com a matemática. Já tinha assistido, diversas vezes, a médicos a rabiscar regras de três simples e multiplicações nas costas das receitas para determinar a quantidade de medicamento a prescrever à criança em função do seu peso. Mas este, remeteu toda a consulta para as estatística e probabilidades! É isso que agora aqui recupero de memória, sem preocupações de rigor de pormenor mas sendo fiel às ideias e números...

Vamos então à consulta. Depois de uma longa conversa para traçar a história clínica da minha filha, o médico realizou-lhe um exame físico, observou atentamente as análises que ela já tinha feito e realizou-lhe uma bateria de testes cutâneos para verificar a sua reacção a determinadas substâncias específicas. Passado cerca de uma hora, apresentou então o seu diagnóstico e prognóstico...

Médico: Bom, vamos lá juntar isto tudo. A sua filha é claramente alérgica. O facto de ser filha de mãe alérgica já lhe dava, à partida, cerca de 25% a 30% de propensão para vir a ser alérgica, risco que seria ainda maior, cerca de 50% a 60%, no caso de os dois progenitores serem alérgicos. Os resultados das análises e dos testes confirmam inequivocamente esta probabilidade. Para além disso, a tosse seca e irritativa de que se queixa, que aparece depois de se deitar, corresponde àquilo que chamamos de um equivalente asmático, que indicia que a sua filha poderá vir a desenvolver uma asma a breve, médio ou longo prazo. Repare que não se sabe se vai lá chegar, mas tudo indica que sim...

Eu: E não há forma de saber?

Médico: Não. Nem há forma de a curar, caso se manifeste. Mas actualmente, há forma de a controlar, através de terapêutica adequada. Se nada for feito, a probabilidade de ela vir a ser asmática é cerca de 70% a 80%. Se fizer o tratamento adequado, baixa essa probabilidade para cerca de 20%. É uma grande diferença... As possibilidades de conseguir viver sem ter uma crise são bastante boas... Há que confiar nas estatísticas... Embora não haja certezas de nada... Está a ver?

Eu: Estou, estou. Confiar nas estatísticas... pois... — E pensei já em silêncio — Logo eu...

Médico: No entanto, a sua filha tem dois contras: é polialérgica e é rapariga. Nos rapazes, a asma tem tendência a desaparecer com a chamada mudança de idade, embora em crianças os meninos tenham maior tendência do que as meninas para a ter. A relação entre o sexo masculino e o sexo feminino é de cerca de 3 rapazes para 1 rapariga, na população pediátrica. No entanto, na idade adulta, a relação aproxima-se de 1 para 1, e o número de mulheres com asma é até ligeiramente superior ao de homens. Por isso, uma criança do sexo feminino terá menores possibilidades de a sua asma cessar ao atingir a puberdade... Bom, vamos lá falar do que há a fazer...

E assim continuou a consulta, com esclarecimentos sobre as medidas a tomar: controlo do ambiente e da alimentação, criação de determinados hábitos de vida, medicação. E esta última, confesso, é o que mais me custa. Tenho dificuldade em aceitar a ideia da minha filha depender de medicamentos, em particular, de tomar corticosteróides diariamente. Imaginando a eventualidade de poder dispensar este tipo de medicação, arrisquei perguntar ao médico a sua opinião acerca da eficácia das medicinas alternativas para o controlo da asma. A resposta trouxe-me outra surpresa matemática:

Médico: Bom, por exemplo, a acupunctura tem, especificamente para asma, uma eficácia reduzida e muito inferior ao que se consegue com os medicamentos de que lhe falei. Às vezes há pessoas que acham que melhoram com a acupunctura mas isso pode acontecer porque elas iriam melhorar de qualquer modo ou por causa da expectativa que criam em relação ao tratamento. A parte psicológica tem muita influência, não é? É por isso que na medicina, sempre que se testa um medicamento, se usa o teste de duplo cego...

Eu: Duplo cego?!

Médico: Sim. É uma forma de tentar controlar os efeitos das melhoras que não se devem ao medicamento mas sim ao efeito psicológico. Divide-se a amostra de doentes em duas, a uma dá-se o medicamento a testar e a outra dá-se placebo, mas os pacientes não sabem... E os médicos também não sabem, para que não sejam estes a influenciar, ainda que inconscientemente, os doentes... por isso é duplo cego, cegos os pacientes e cegos os médicos... quem não sabe é como quem não vê... E quer acreditar que mesmo assim, sempre que isto é feito, se verificam algumas melhoras em todos os pacientes, quer nos que tomam o medicamento, quer nos que ingerem placebo? É verdade!

E a consulta continuou, cheia de explicações, como eu gosto. Quando de lá saí, fui comprar capas anti–acáros e aviar a receita. Há que confiar nas estatísticas... Embora não haja certezas de nada... Está a ver? Ai, quem me dera que a medicina fosse menos probabilística!

Ana Paula Canavarro
Univ. de Évora

Matemática e Moda

Desfile de Moda Geométrica

No âmbito da Semana da Educação de 2000/2001 da Escola Secundária/3º CEB da Batalha e inserido no plano anual de actividades do nosso grupo disciplinar, surgiu a ideia de ligar a Matemática à moda, desta vez não moda estatística. Depois... quando soubemos que o tema proposto pela APM para este ano era sobre as profissões, decidimos experienciar a de repórter e contar sobre as profissões vividas no nosso desfile!

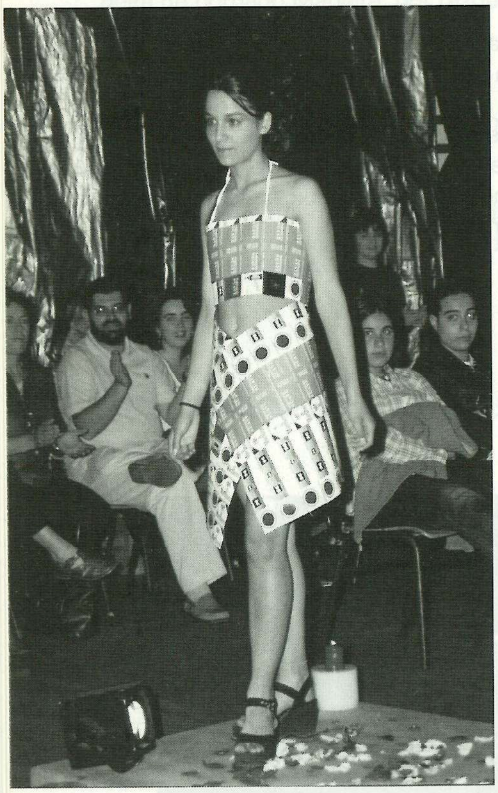
Logo em Dezembro auscultaram-se os alunos e não faltaram voluntários, uns para desfilar e outros, mais envergonhados, como estilistas ou costureiros; todos queriam era aplicar a Matemática. Todos os dias surgiam modelos para a nova colecção que se aproximava — Moda Geométrica. Depois da selecção feita tendo em conta os (poucos) recursos existentes, a evidência das formas geométricas e a facilidade em conceber os fatos, era hora dos costureiros darem o seu melhor. Provas e mais provas, os fatos surgiram. Os manequins foram ensaiados e as maquilhagens estudadas de forma a realçar, em palco e sob o efeito das luzes, o tipo de fato. No próprio dia era ver as cabeleireiras profissionais de secador em punho e as maquilhadores improvisadas de pincel e baton na mão. O espectáculo ia começar! A música *futurista* chamava-os ao palco e vários estilos de manequins foram aparecendo: clássico, desportivo, vanguardista, étnico, prático e por fim a noiva.

O público ao aplaudir efusivamente reconheceu a importância da Matemática em qualquer realidade, até mesmo na da moda.

No final todos os participantes se sentiam recompensados e os sentimentos misturavam-se: euforia, orgulho, cansaço, satisfação pela descoberta de mais algumas capacidades, etc. Nunca para tantos alunos a Matemática os tinha feito brilhar tanto!

1º Grupo da Escola Secundária/3º CEB da Batalha

Calazans Fashion 2002



Uma peça de roupa pode ser vista como uma obra de arte: reflectimos sobre ela como um fotógrafo reflecte sobre uma fotografia ou como um pintor reflecte sobre uma tela. A moda é uma arte.

E o que tem a moda a ver com a matemática? "A essência da matemática reside na liberdade", disse Cantor. A essência da moda também reside na liberdade. Não há ditaduras da moda.

E que melhor dia para conjugar matemática e moda que o dia da liberdade? Às vinte e duas horas do dia 24 de Abril, no ginásio da Escola Secundária Calazans Duarte, aconteceu moda, matemática, criatividade, música, cravos e liberdade — o *Calazans Fashion 2002.* Tinha sido lançado o desafio aos alunos e restante comunidade escolar para se fazer um desfile de moda matemático. Juntou-se a ideia dos recicláveis e alunos e alunas pensaram, produziram ideias, descobriram respostas e novos caminhos. A moda festejou a cor, a criatividade e a geometria, e não esqueceu as inspirações de Yves Saint Laurent nas obras geométricas do pintor holandês Piet Mondrian. O vestuário foi uma arte constituída por formas e materiais novos. Não se orientou exclusivamente pelo corpo humano mas debruçou-se mais sobre o movimento e os novos materiais — o papel, o plástico, o material de embalagem, os recicláveis e os transformáveis (as muito usadas calças de ganga converteram-se numa espectacular saia fashion...)

E a música aconteceu: a Inês cantou e o Rui acompanhou-a à viola. E todos cantámos *Uma gaivota voava, voava...* enquanto recebíamos das mãos da Inês um cravo vermelho e assistíamos à substituição da saia da ditadura pela saia da revolução.

No percurso para o ginásio já se sentia a envolvência da matemática e da moda: nos corredores, armários antigos mostravam roupa de várias épocas; um conjunto de barbies alta costura, livros, revistas e a colecção de desenhos dos modelos criados pelos alunos estavam nas vitrines e os trabalhos sobre texturas realizados nas aulas de artes estavam pendurados do tecto. Máquinas de costura antigas, outros artefactos relacionados e muitas flores campestres completavam o *cenário*.

Este evento, *Calazans Fashion 2002*, foi o culminar de um trabalho iniciado nas Jornadas Culturais da escola, em 21 e 22 de Março, com a realização de um *workshop* intitulado *Simultâneos*, onde participaram activamente cerca de trinta alunos e alunas de ciências e de humanidades, alguns professores e funcionários. O tema escolhido para este *workshop*, a moda, a Matemática e os materiais recicláveis, permitiu criar um espaço facilmente dinamizável por e para alunos, que dando asas à criatividade e à liberdade de expressão foram estilistas, costureiros, designers e modelos. O código de funcionamento deste espaço foi articulado de modo a consentir diversas variantes, deixando-se a invenção à fantasia do utente, à escolha individual, num contexto de respeito pelo colectivo.

Pensamos ter conseguido mostrar que:

- Descobrir padrões, proporções e formas originais, faz parte da aprendizagem matemática;
- É possível reutilizar materiais muito mais do que se pensa;
- O vestuário é mais do que o que vestimos. Escreveu Umberto Eco:
  O vestuário é comunicação:
  Em Citânia: tem mini-saia — é uma rapariga leviana.
  Em Milão: tem mini-saia — é uma rapariga moderna.
  Em Paris: tem mini-saia — é uma rapariga.
  Em Hamburgo, no Eros: tem mini-saia — se calhar é um rapaz.
- A escola é uma forma de vida comunitária.
- Cada um de nós é um ser autónomo e criativo.
- Não é apenas a escola que molda as pessoas; as pessoas também moldam a escola.
- Há muitas coisas que se sabe e que as notas não dizem.

Para nós, que organizámos, para os trinta jovens que participaram activamente no *Simultâneos*, para os quarenta e cinco jovens envolvidos no *Calazans Fashion* e para as cerca de quatrocentas pessoas que assistiram ao desfile, ficará para sempre gravado na memória o prazer de ter organizado, participado, criado, costurado, desfilado, assistido, cantado e aplaudido.

Como escreveu John Dewey, no final do século dezanove, "[a] escola não é uma preparação para a vida. A escola é a própria vida."

Este texto envolve um *remix* de Umberto Eco (semiólogo), John Dewey (pedagogo), Sónia Delaunay, Yves Saint Laurent e Miguel Flor (criadores de moda)

Departamento de Matemática da
Esc. Sec. A. Calazans Duarte

As flores e a matemática

As flores desempenham um papel importante nas nossas vidas. Desde o início dos tempos, têm sido utilizadas para celebrar acontecimentos. As flores são apropriadas para muitas ocasiões, sentimentos e experiências diferentes. Um simples ramo torna-se mágico quando oferecido a alguém de quem se gosta. Uma decoração da casa para um acontecimento especial cria uma afirmação imensamente pessoal. As flores podem resplandecer nos momentos de alegria, tranquilizar-nos de serenidade e reconfortar-nos na tristeza. A sua beleza pode alegrar os dias mais vulgares.

Depois disto, o que é que as flores terão a ver com Matemática? Se calhar há bastantes pontos que lhes são comuns, que se tocam. Por exemplo, se pensarmos em formas geométricas. Se unirmos as pontas das pétalas de um narciso, obtemos um hexágono perfeito. Quantas flores não nos sugerem polígonos estrelados?

Se repararmos nas formas de alguns arranjos florais e de alguns ramos de mão, aí as formas podem ser as mais diversas. Desde formas triangulares, redondas, ovais, em forma de losango, etc. Ainda nos arranjos, eles podem ser feitos com a definição clara de determinado tipo de linhas, arranjos paralelos, por exemplo. Basta estar atento. Observar.

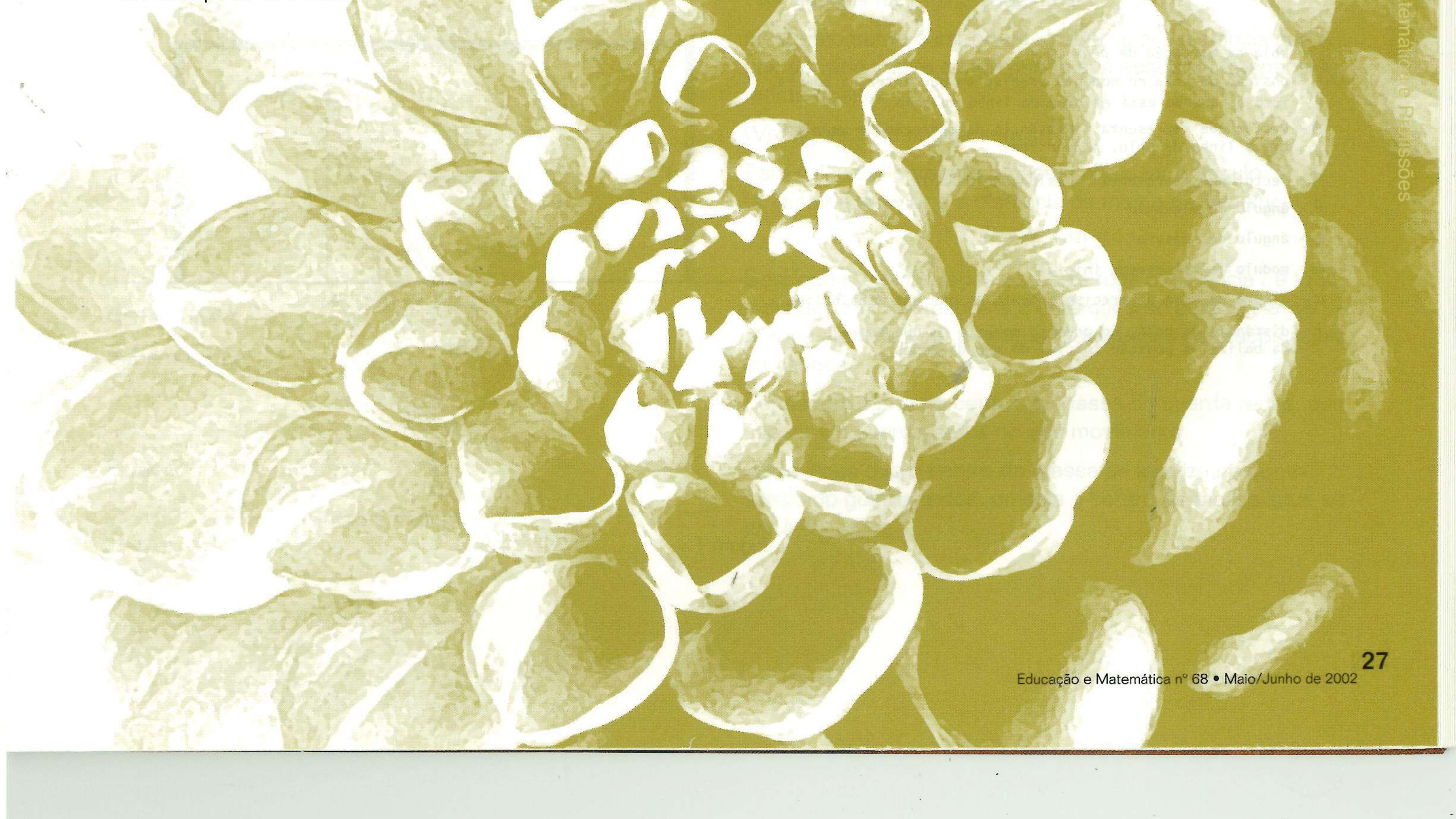
Para um florista, para além destes aspectos, há ainda uma questão que tem a ver com a quantidade de flores diferentes que podem entrar na composição de um arranjo ou ramo. Aqui é importante que as proporções sejam equilibradas. Se não houver algum cuidado com a distribuição das flores, ou com a forma e tamanho do trabalho, o lado estético pode não ficar harmonioso.

Depois as contas... qual é o florista que não tem a sua contabilidade (Matemática, cá está outra vez) em ordem. Quanto se gastou e que percentagem sobre os produtos e o trabalho criativo (porque um florista tem que ser criativo) vou aplicar de modo a ter algum lucro?

Como vêem, nesta área em que aparentemente a Matemática não tem nada a ver com as flores, ela está intimamente ligada à organização de um florista.

José Luís Pereira Ramos
Professor de EVT
Florista diplomado

Nota: Este artigo foi publicado, em 2000, numa das edições do Jornal de Leiria, correspondendo à participação do seu autor numa coluna intitulada *O contributo da matemática na construção do meu percurso pessoal e profissional.* A criação desta coluna, no referido jornal e durante o ano de 2000, foi mais uma das iniciativas locais promovida pelo Núcleo Regional de Leiria da APM, ESEL, ESTG e CAE para assinalar o Ano Mundial da Matemática.



Golo—É necessário saber Matemática para ser treinador de futebol?

Elsa Fernandes e João Filipe Matos

Na véspera de um importante jogo de Futebol (no qual a Elsa jogaria como guarda-redes da equipa) reflectíamos na possibilidade do jogo ser decidido através da marcação de grandes penalidades. Começámos a pensar em algumas questões interessantes associadas a esta situação. Dado que o guarda-redes tem, talvez a tarefa mais difícil, quando o árbitro resolve marcar um *penalty*, a questão principal foi formulada de imediato: *existe algum* ponto *na baliza, para onde o jogador possa chutar a bola de tal forma que seja impossível o guarda-redes defender?*

Este é um exemplo de uma situação real, vivida por um dos autores. A Matemática tem aqui um papel importante na análise da situação. É sabido que os problemas da vida real (i) normalmente não emergem como questões bem definidas; (ii) necessitam da identificação da informação relevante e do conteúdo da situação e (iii) têm informação disponível que, na maioria dos casos, está incompleta e é desorganizada ou excessiva (Lesh, 1981). Isto significa que temos que lidar com tópicos particulares da situação, tentando ao mesmo tempo mobilizar artefactos matemáticos para modelar o problema.

A situação real é apresentada, mas o problema não está formulado. Se queremos modelar matematicamente a realidade necessitamos de um objectivo preciso. Se não o tivermos, não podemos avaliar a eficácia, qualidade e validade do modelo.

Modelar implica, não somente criar uma imagem da realidade, mas também definir propósitos de modelação. Não há nenhuma relação pré–determinada entre o modelo e a realidade modelada. Isso depende de um terceiro elemento fundamental — a(s) pessoa(s) que modela(m).

1. O problema definido é o seguinte:

A guarda-redes sabe que a bola será chutada para a sua esquerda e não será enganada pelo jogador que remata. Será sempre possível defender o *penalty*, se se atirar para o seu lado esquerdo e intersectar a bola? Ou haverá alguma situação em que seja verdadeiramente impossível defender o *penalty*?

O problema está formulado. Temos agora que analisar a situação, encontrar aspectos relevantes, fazer simplificações e propostas.

2. Consideremos:

- Distância da marca de *penalty* à baliza (11 metros)
- Altura do guarda–redes
- Dimensões da baliza
- Posição da bola no preciso momento em que entra na baliza
- Trajectória do guarda-redes (admitamos que, como é natural, o guarda-redes se atira em voo, para agarrar a bola com as mãos).

3. O esquema da situação

A Baliza

Ver Figura 1.

O Remate

A bola estará em cima da linha de golo, no ponto O.

(Ver Figura 2.)

$O(t_0)$ - bola na marcação de *penalty*

$O(t)$ - posição da bola no momento preciso em que entra na baliza, isto é, quando está em cima da linha de golo

d - vector que representa a distância da marcação de *penalty* até à linha de golo, na vertical

d' - vector que representa a deslocação da bola

θ - ângulo de elevação

ϕ - ângulo de 'desvio'

v_0 - módulo da velocidade inicial

h' - altura da bola no preciso momento em que entra na baliza

L - distância da bola, no preciso momento em que entra na baliza, à posição inicial do guarda-redes

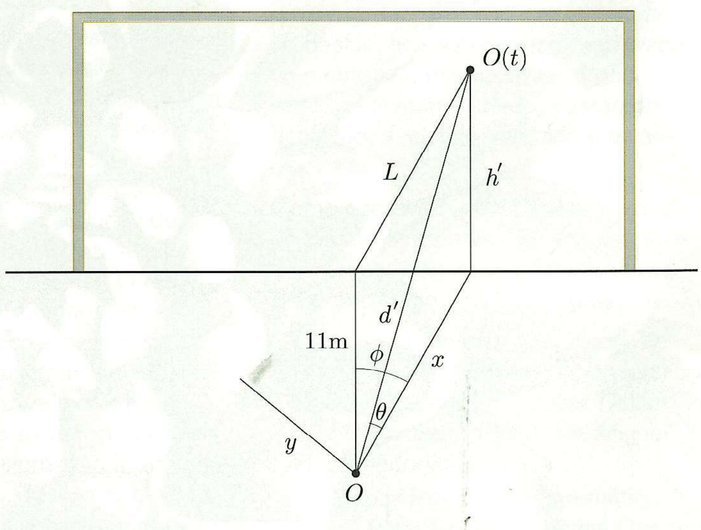


Figura 1.

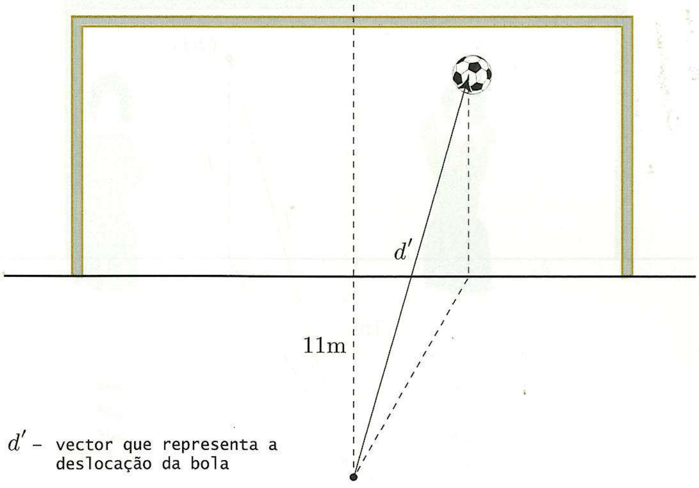


Figura 2

Figura 3

Defesa

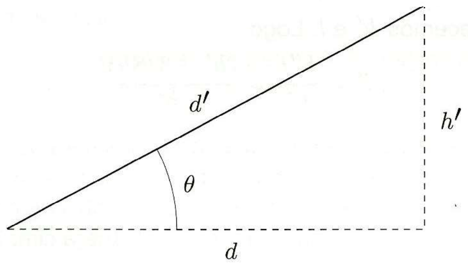
O guarda-redes deve intersectar a bola no ponto O.

(Ver Figura 3.)

4. Interessa-nos saber precisamente em que condições o guarda-redes atinge o ponto O (com as mãos) no momento preciso em que a bola lá está.

(a) Qual é a altura do ponto O até à linha de golo? (h')

Calculemos h':



$$\boxed{d'=d+h'}$$

$$d = v_0xt \qquad v_0x = v_0\cos\theta$$

$$h' = v_0yt - \frac{1}{2}gt^2 \qquad v_0y = v_0\sin\theta$$

$$d = v_0t\cos\theta \qquad h' = v_0t\sin\theta - \frac{1}{2}gt^2$$

Sabemos que:

$$d = \frac{11}{\cos\phi}$$

Então:

$$\frac{11}{\cos\phi} = v_0t\cos\theta \Leftrightarrow t = \frac{11}{v_0\cos\phi\cos\theta}$$

Substituindo na equação que define h':

$$h' = v_0\sin\theta\frac{11}{v_0\cos\phi\cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{11}{v_0\cos\phi\cos\theta}\right)^2$$

h' é a altura atingida pela bola (em cima da linha de golo) como função da velocidade inicial (v_0) e dos ângulos ϕ (ângulo de desvio) e θ (ângulo de elevação).

Primeira conclusão

Agora sabemos que as mãos do guarda-redes devem estar a esta altura no momento em que a bola está no ponto O, que sabemos ser o instante

$$t = \frac{11}{v_0\cos\phi\cos\theta}$$

(b) Qual a distância do ponto O à posição inicial do guarda-redes? (L)

(Ver figura 4 na página seguinte.)

Neste momento é importante saber qual a distância que o guarda-redes deve atingir para a sua esquerda (respectivamente direita).

(Ver figura 5 na página seguinte.)

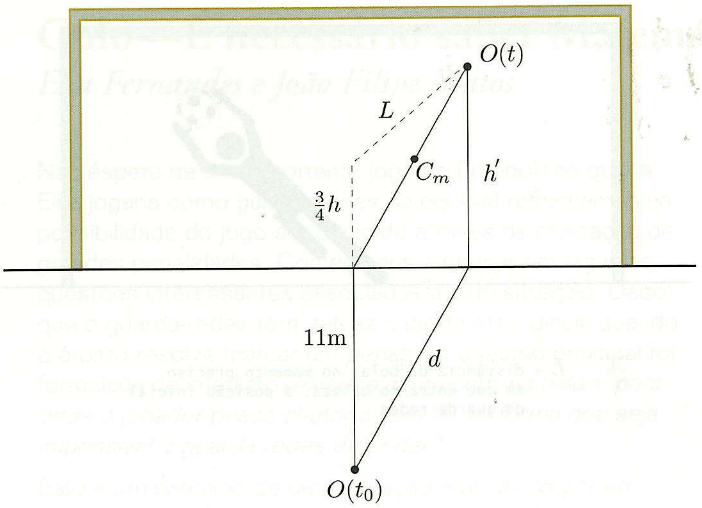
Para calcular l somente é necessário usar o ângulo ϕ (ângulo de desvio) e a distância da marca de *penalty*:

$$l = 11\tan\phi$$

Será que o guarda-redes percorre toda a distância l e toda a distância h'? A resposta a esta questão parece ser não, porque além de *voar* o guarda-redes estica os braços acima da cabeça.

Pensemos agora no centro de massa do guarda-redes, que substitui o guarda-redes no seu movimento.

Admitamos que o centro de massa se localiza no ponto médio do guarda-redes, ou seja o centro de massa situa-se em $h/2$.



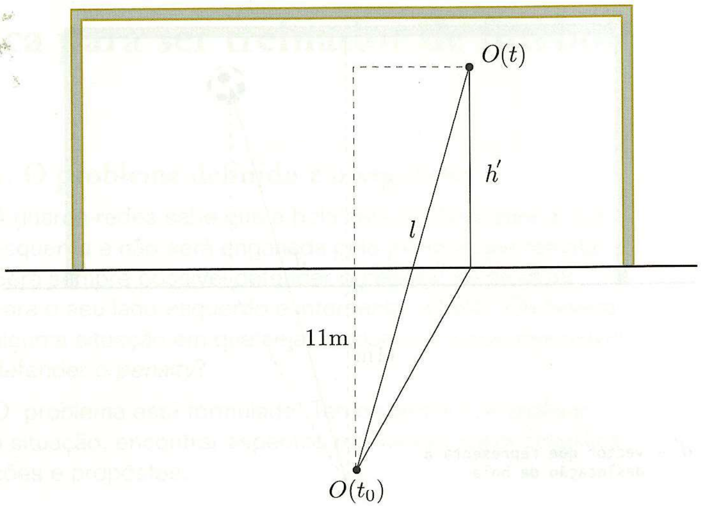
h - altura do guarda-redes

L - distância da bola, no preciso momento em que entra na baliza, à posição inicial do guarda-redes

C_m - centro de massa do guarda-redes

$\frac{3}{4}h$ - altura do guarda-redes na posição de pré-impulso

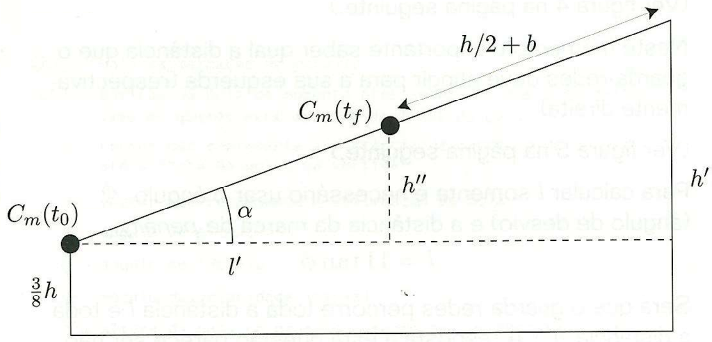
Figura 4



l - distância que o guarda-redes deve atingir para a sua esquerda

Figura 5

Agora (ver figuras 6 e 7) é importante perceber quanto é que o centro de massa se desloca (para o lado e para cima) para que as mãos do guarda-redes estejam no ponto O no momento preciso. Sabemos que no instante inicial o centro de massa está situado em 3/8 de h, porque o guarda-redes está na posição de pré-impulso (o guarda-redes com as pernas semi-flectidas e afastadas e o corpo curvado para a frente).



O centro de massa desloca-se:

1 — para a esquerda: l'

2 — para cima: h''

Então:

$$h'' = h' - 3/8h$$

e por semelhança de triângulos:

$$\frac{h'}{l} = \frac{h''}{l'} = \tan\alpha$$

Já conhecemos h' e l. Logo

$$l' = \frac{h''l}{h'} = \frac{(h' - 3/8h)l}{h'}$$

Finalmente, para saber em que condições será possível o guarda-redes chegar a esse ponto, precisamos calcular a velocidade inicial deste para que o seu centro de massa esteja em l' (para a esquerda) e em h'' (para cima) no tempo

$$t = \frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta}$$

Em termos reais, o que o guarda-redes deve treinar é o impulso de que necessita para se deslocar seguindo o ângulo adequado.

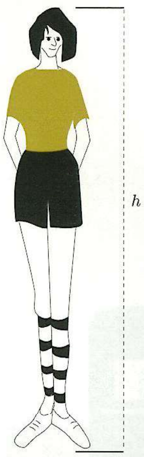
A velocidade está realmente em relação com o impulso ou quantidade de movimento do guarda-redes entre os instantes $t = 0$ e

$$t = \frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta}.$$

O ângulo é:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{h'}{l}\right),$$

e o impulso é:



O centro de massa situa-se aproximadamente no umbigo do guarda-redes

Figura 6

b – Altura dos braços em relação à cabeça do guarda-redes quando ele os eleva

Figura 7

$$I = -mgt = -mg\frac{11}{v_0 \cos\phi \cos\theta}$$

E agora usando uma folha de cálculo e as fórmulas a que chegámos, é possível estudar o tempo que o guarda-redes necessita para apanhar a bola dependendo (i) da velocidade e mantendo constante os ângulos; (ii) do ângulo horizontal e mantendo constante o ângulo vertical; (iii) do ângulo horizontal, mantendo constante o ângulo vertical e variando a velocidade inicial.

Como podemos observar no gráfico 1, na página seguinte, quando o ângulo horizontal aumenta (mantendo o ângulo vertical constante, por exemplo 18 graus) o tempo que o guarda-redes necessita para apanhar a bola aumenta também.

Outra situação que podemos também estudar é manter o ângulo horizontal constante e fazer variar o ângulo vertical. Qual a variação dos ângulos (vertical ou horizontal) que mais influencia o tempo necessário para que o guarda-redes apanhe a bola? Isto pode ser usado como uma estratégia para o jogador que vai marcar o penalty porque esse tempo deve ser o mínimo possível. E talvez a resposta a esta questão seja importante, se o treinador quiser usar esta simples exploração da Matemática de um *penalty*, nos seus treinos.

No gráfico 2, a seguir, podemos ver que o tempo necessário para apanhar a bola diminui quando a velocidade aumenta e os ângulos (vertical e horizontal) são constantes. Podemos inferir que se existir um jogador com um remate muito potente, o tempo necessário para o guarda-redes alcançar a bola será muito próximo do zero e a sua missão, na realidade, seria impossível. Esta é também uma questão importante para o treinador. O treino do marcador de *penaltys* poderá ser orientado em termos de potência do remate e colocação da bola porque como sabemos o objectivo é ganhar o jogo.

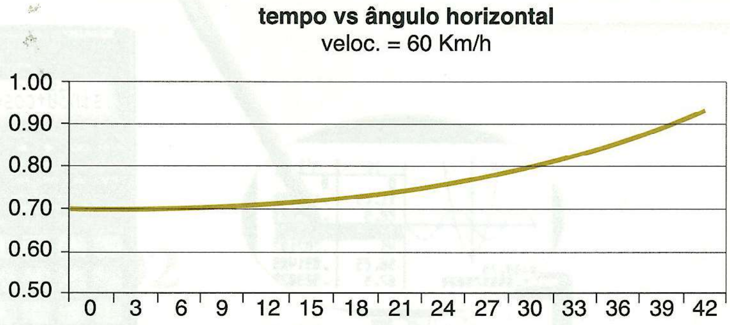


Gráfico 1

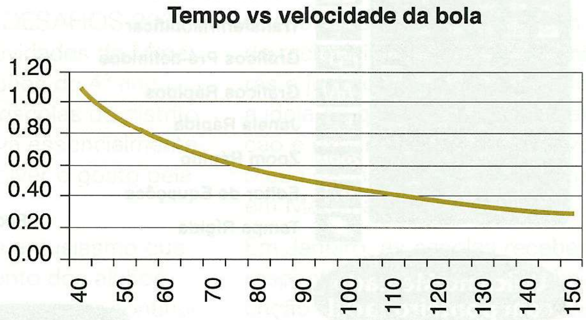


Gráfico 2

Comentários Finais

O futebol constitui um desporto que atrai multidões de todas as faixas etárias em todos os países do mundo. Desvendar alguns aspectos da prática do futebol e do treinamento que os clubes realizam adoptando um ponto de vista matemático pode ser uma actividade aliciante. Por um lado, porque isso ajuda a comprender alguns factos inerentes a essa prática desportiva e, por outro lado, porque coloca a matemática em acção revelando algum do seu poder. O futebol envolve pessoas em acção, envolve competitividade, envolve esforço. Mas situações tais como a defesa de um *penalty* apresenta uma grande complexidade quando queremos olhá-la de um ponto de vista matemático. Se simplificamos demasiado a situação deixa de pertencer ao domínio da prática do futebol e passa a ser algo demasiado artificial recontextualizado num problema que nada tem já que ver com o futebol. Se se mantém grande parte da complexidade da situação o problema torna-se difícil de lidar e arrasta dificuldades na sua matematização.

Uma das questões centrais em processos de modelação matemática é o saber lidar com a complexidade. Modelar implica tornar salientes aspectos estruturais da situação e ao fazer isto perdem-se algumas das características dessa situação. Existe, por isso uma tensão entre a simplificação (necessária) e a necessidade de preservar elementos importantes da situação sem os quais se pode

(Continua na página 34)

aproveitam para fazer a "sua publicidade", uns mais à matemática outros à própria escola, pois alunos precisam-se, mas numa interacção interessante com as crianças, que revelaram não serem desconhecedoras do que se faz na escola dos "grandes". Para além de palavras de boas vindas, foram entregues os certificados de participação, t-shirts com o logotipo do concurso (de salientar que temos uma empresa patrocinadora) e outros prémios (um puzzle e um poster para cada criança) oferecidos pela APM. Terminada esta sessão, os alunos foram resolver mais algumas actividades de exploração de padrões, numéricos e geométricos, de identificação de quadrados (recorrendo ao geoplano), ...

Finalmente chegou a hora do lanche, mais do que merecido.

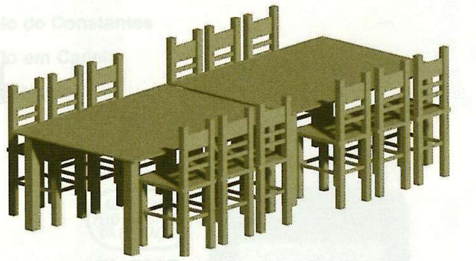
Pel' A organização
Isabel Rocha
ESE de Leiria

As mesas do banquete

Uma mesa de banquete é feita juntando mesas mais pequenas (secções). Esta mesa com duas secções tem 12 lugares.

a) Completa.

n.º de secções	n.º de lugares
2	12
3	
5	
10	

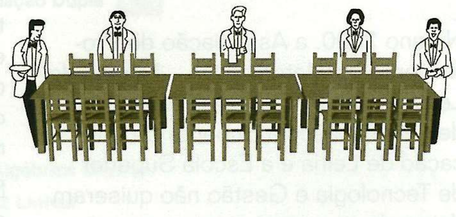


b) Descreve como calcular o número de lugares sabendo o número de secções.

Há um empregado de mesa em cada secção e um em cada um dos topos da mesa de banquete.

a) Completa

n.º de secções	n.º de empregados de mesa
2	
3	5
6	
10	



b) Descreve como calcular o número de empregados de mesa sabendo o número de secções.

Actividade realizada na final do Concurso.

• Matemática Profissões 2002 (Continuação da página 31)

perder muito do seu sentido. A dificuldade que emerge desta tensão resulta do facto de, em muitas situações, a identificação de características importantes da situação emergir da exploração do próprio modelo matemático. Este facto está na origem do carácter cíclico que assume tipicamente o desenvolvimento dos modelos matemáticos.

Por outro lado, deve notar-se que os modelos matemáticos são de algum modo externos às situações, são explicações externas que nos permitem prever e actuar sobre as situações. Os profissionais que usam matemática de forma intencional têm consciência deste facto. Mas muito frequentemente as actividades profissionais desenvolvem-se sem uma consciência quer da matemática envolvida quer da eventual utilidade da utilização de algum elemento de matemática. De facto, a actividade de um profissional como o guarda-redes de uma equipa de futebol é feita de acções com carácter intencional em que virtualmente a matemática não tem lugar. A sua percepção da trajectória da bola em direcção à baliza é regulada por um conhecimento corporizado e resultante do desenvolvimento dos mecanismos visuais-motores e não de uma avaliação matemática dessa mesma trajectória. Mas é também um facto que esses mesmos mecanismos podem ser educados e é precisamente isso que é feito nos treinos. É nesse ponto que se pode tornar relevante a matemática se houver um trabalho de análise da situação que informe o guarda-redes das possibilidades de ter sucesso numa defesa se ele adoptar determinado posicionamento e estiver pronto para determinada acção.

A matemática é portanto vista como um recurso que ajuda a estruturar a acção do profissional mesmo que não faça parte do reportório explícito e intencional desse profissional.

Referências

Lesh, R. (1981). Applied Mathematical Problem Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 2 (12), p.235-264.

Elsa Fernandes
Universidade da Madeira
João Filipe Matos
Universidade de Lisboa