



Para este número seleccionámos

Ensinando jovens matemáticos: os desafios e as recompensas*

Cyndi Frakes e Kate Kline

O artigo que se segue apresenta a história de uma professora que se envolveu num projecto (*Implementing Investigations in Mathematics*) que tinha por objectivo apoiar os professores na implementação de tarefas de investigação nas suas aulas com alunos muito jovens.

Este artigo é da autoria de Cyndi Frakes e Kate Kline (kate.kline@wmich.edu). Cyndi Frakes ensina crianças do jardim de infância na Indian Lake Elementary School, Vicksburg e também lecciona cursos de educação matemática na Western Michigan University, Kalamazoo. Kate Kline lecciona no Departamento de Matemática da mesma universidade.

Como é que um professor reconhece jovens matemáticos? Qual é o papel do professor no desenvolvimento desses matemáticos? Colocámos esta questão a nós próprios e a um grupo de educadores, como mote para um projecto de desenvolvimento profissional intitulado *Implementing Investigations in Mathematics* (InMath). O objectivo do projecto era apoiar os professores à medida que implementavam investigações sobre Números, Estatística e Geometria, um dos novos currículos de matemática suportados pela National Science Foundation. O programa *Investigations* é focado na aprendizagem através da exploração de ideias matemáticas e na estimulação das crianças para inventarem as suas próprias estratégias de resolução de problemas. Para mais informação acerca de *Investigations*, ver www.terc.edu/investigations.

Os livros incluem um conjunto de *Teacher Notes* que estimulam os professores a focarem-se no pensamento dos alunos criando um ambiente de questionamento e curiosidade e colocando questões que provoquem o pensamento. Além disso, *Dialogue Boxes* mostram exemplos de diálogos entre professores e alunos que oferecem verdadeiras orientações para promover o pensamento matemático nas crianças.

Embora todos os educadores que participaram no projecto concordassem com esta abordagem, muitos consideraram que pô-lo em prática foi um desafio. Quando lhes foi pedido, a meio do ano, para escreverem acerca do que havia mudado nas suas práticas e quais os aspectos do programa que consideravam desafiantes, várias respostas surgiram:

“O meu ensino mudou - preocupo-me em colocar os alunos a pensar por si mesmos. Fiz um esforço para perceber se os alunos estavam a ter dificuldades devido à falta de experiências anteriores ou se eles estavam efectivamente a ser desafiados pelas actividades de investigação.”

“O meu ensino mudou na medida em que passei a ser essencialmente um recurso, um guia, um apoio. Espero continuar a guiar os meus alunos; e encontrar maneiras de os encorajar a explorar ideias e a correr riscos.”

“Gosto mais de matemática. Normalmente detestava trabalhar matemática. Estou a aprender muito com as crianças. Gostei das *Teacher Notes* – elas ajudaram-me a ver que nem todas as crianças chegam lá ao mesmo tempo. Contudo, isso assusta-me um pouco, porque tenho que repensar cons-

tantemente as minhas expectativas.”

“Definitivamente já não dou respostas imediatas [aos alunos]. Estou a melhorar a minha capacidade de deixar os alunos descobrirem coisas por si mesmos. A minha maior preocupação é encontrar os tempos necessários para lhes proporcionar investigações frutíferas.”

Cyndi Frakes tem trabalhado com crianças do pré-escolar em jardins de infância durante vários anos; neste artigo, ela discute como as suas noções acerca do ensino/aprendizagem da Matemática se modificaram depois da participação no projecto InMath. Ela explica ainda o modo como lidou com alguns desafios do projecto.

A história de uma professora

Antes de participar no projecto InMath, eu pensava que se os meus alunos conseguissem contar até 100, reconhecer e escrever os números até 20, contar 10 itens, contar elementos de pequenos conjuntos, nomear as seis formas standardizadas, tinham sucesso em matemática. Estes eram os *skills* que constavam do programa oficial e eu sabia, assim, que eles tinham de ser “cobertos”. Claro que propunha às crianças outras



actividades tais como: padrões a partir do calendário, classificar e fazer gráficos dos brinquedos que trazem para a escola, estimativa desde maçãs a sementes de zínia, exploração e registos com materiais manipuláveis, entre outras. As ideias para estas actividades retive-as da observação e conversas informais com outros educadores acerca do trabalho que realizavam com as crianças. Para ser honesta, tomei como certo que as tarefas que propunha eram apropriadas e suficientes. A minha ideia da matemática era que se as crianças fossem capazes de fazer as actividades mencionadas tal como as requeridas no programa oficial, estariam preparadas para ingressar no 1º ciclo e estariam na posse das capacidades necessárias para obter sucesso.

Como educadora eu era o que chamaria uma *expositora de técnicas* e uma *fornecedora de informação*. Eu mostrava aos meus alunos como fazer um padrão ou como continuar um padrão já elaborado. Colocava muitas questões mas fornecia às crianças toda a informação necessária para as respostas, pelo que pouco raciocínio era requerido. Um dos meus principais objectivos era tornar a matemática simples para que todas as crianças obtivessem sucesso. E a maioria das vezes, eu pensava que as minhas estratégias de ensino estavam a funcionar. Os meus alunos divertiam-se e pareciam aprender matemática. Como os alunos estavam a adquirir os *skills* que eu considerava importantes, não tinha motivos para questionar o currículo ou as minhas práticas.

Ao utilizar investigações pela primeira vez este ano e através da discussão das características dos jovens matemáticos, percebi que a matemática que os meus alunos estão a aprender é apenas uma pequena parte do conjunto de aprendizagens que lhes devo proporcionar. Estão a memorizar estratégias que usam na resolução de problemas simples que têm uma única resposta correcta. Ao mesmo tempo eu compreendi as mudanças que estão a ocorrer noutros níveis de ensino no nosso distrito. Muitos dos professores do ensino básico

decidiram que a resolução de problemas deve ser a actividade central em Matemática. Eu concordava que esta abordagem era importante, mas nunca a havia considerado relevante no contexto do ensino pré-escolar.

Depois de ler as *Teacher Notes* e *Dialogues Boxes* e de dialogar com outros professores apercebi-me que é possível centrarmo-nos na resolução de problemas, mesmo com crianças pequenas. Eu sabia que se se espera que as crianças pensem quando estiverem noutros níveis de escolaridade, então tenho de começar a fazer mudanças desde o jardim de infância, para estabelecer bases apropriadas. Sabia que fazendo isso seria ir atrás das estratégias de ensino e expansão do meu pensamento acerca da Matemática, para vê-la como uma actividade de resolução de problemas e que faça sentido.

Cedo percebi que teria de trabalhar nas próprias percepções e tornar-me num matemático! Esta mudança não surgiu de repente, mas processou-se ao longo de um ano de uso fiel desta abordagem de ensino/aprendizagem da Matemática. Senti muitas vezes vários desequilíbrios. Por vezes sentia que já não controlava as aprendizagens dos meus alunos, porque eles estavam dispostos a progredir em direcções muito diferentes. Por exemplo, durante um tópico em que trabalhei os padrões, os alunos criaram, registaram e dividiram padrões em unidades repetidas. Eu estava impressionada pelo facto de algumas crianças estarem a criar padrões diferentes dos tipos A-B. No passado, teria dado muitas aulas focando os padrões A-B e certificar-me-ia de que todas as crianças estavam a trabalhar unicamente nos padrões A-B. Permitir aos alunos a exploração e investigação de várias possibilidades leva à exposição de um muito maior e variado número de padrões em simultâneo. Eu percebi que isto era benéfico porque não inibi aqueles que conseguiram ir mais longe, apesar de me sentir desconfortável com a situação.

Achei também incrível a experiência de colocar questões/desafios ao pen-

samento dos alunos (*thought-provoking questions*) sem fornecer as respostas. Por exemplo, para uma actividade — *Questão do dia*, coloquei aos alunos uma questão do tipo sim/não. A acompanhar a resposta a esta questão os alunos colocaram o seu nome num gráfico num quadro da sala. Uma das questões do dia foi: "Apanhas o autocarro para vir para a escola?" Lembro-me do enorme desafio que foi para mim elaborar questões de exploração. Perguntei: "Qual é a categoria que tem mais meninos?"; "E menos?"; "Quantos responderam sim?"; "Quantos responderam não?", entre outras. Quando reflecti sobre esta lição mais tarde, percebi que estava a conduzir o processo de pensamento dos meus alunos. Pensei então na pertinência de colocar questões diferentes, questões mais abertas e que permitissem uma maior discussão, tais como: "O que vês no gráfico?". Tendo por base as respostas dos alunos, teria de estar preparada com outras questões: "Como sabes isso? Tens a certeza?". No caso de surgir alguma dúvida ou desacordo poderia perguntar: "Como poderemos verificar qual de vocês tem razão?". No início, achei necessário reflectir sobre as lições para pensar com mais cuidado quais seriam as boas questões. Estava demasiado preocupada a pensar em questões em cima da situação. Com o passar do tempo, à medida que ia reflectindo sobre as minhas aulas e discutindo várias questões possíveis com outros professores sentia-me cada vez mais confortável com este tipo de questões.

A recompensa do uso desta abordagem no ensino provoca mudanças que valem a pena. Os alunos começam a fazer as suas próprias descobertas. Estas tornam-se mais significativas para eles e a prova disso é que os alunos as aplicam no contexto das suas vidas. Conseguem ir muito além dos *skills* tradicionais e tornam-se matemáticos.

Por exemplo, usámos um cartaz numerado até 100 para registar o número de dias que frequentámos a escola. Um dia, um aluno espontaneamente reconheceu que o cartaz tinha



dez números em cada linha e relacionou essa observação com a formação de conjuntos de dez elementos. Esta descoberta foi o alicerce para que outro aluno descobrisse que o mesmo dígito se repetia sucessivamente ao longo de cada coluna, o 1 na primeira coluna, o 2 na segunda coluna e assim por diante. O meu primeiro ano no projecto *Investigations* gerou muitos exemplos e experiências que me abriram os olhos e que vou partilhar nos parágrafos seguintes.

Normalmente para ensinar padrões limitava-me a solicitar aos alunos que fizessem reproduções. Eu pensava que se os alunos conseguissem fazer um padrão usando cubos encaixáveis, ou continuar um padrão dado usando blocos ou formas geométricas, então iriam compreender o conceito de padrão. Este ano, contudo, comecei a pensar que outro aspecto importante é a compreensão de padrões e a capacidade de aplicar os conhecimentos a novas situações. Esta aptidão revela que as crianças não memorizam simplesmente um padrão, mas pensam como é que os padrões surgem à sua volta, no seu meio ambiente. Este ano, os meus alunos examinaram padrões, analisaram as relações que existiam entre os diferentes elementos dos padrões, e reflectiram sobre como esta informação pode ser usada para antecipar o que irá acontecer de seguida.

Eu aprofundei o trabalho na sala ao incluir uma discussão acerca dos padrões no meio ambiente e ao propor a criação de um *Museu dos padrões*, que é uma ideia sugerida em *Investigations*. Os alunos criaram um quadro na sala de aula para colar os padrões descobertos em casa (Ver Figura 1).

Esta actividade poderia ter sido muito elementar. Os alunos compilaram uma colecção de padrões e não foram mais além, mas as questões que coloquei acerca do *placard* tornaram-na numa actividade significativa. Estas questões incluíam: “Como é que irias descrever o *Museu dos padrões* a alguém que estivesse a visitar a nossa sala de aula?”; “Todos estes arranjos são verdadeiros padrões?”; “Como podes saber?”; “Se nós fossemos agrupar alguns deles, quais é que colocarias juntos? Porquê?”.

Estas questões alicerçaram discussões ricas da parte dos alunos sobre que tipos de padrões estavam no museu e quais as características que fazem com que algo seja um padrão.

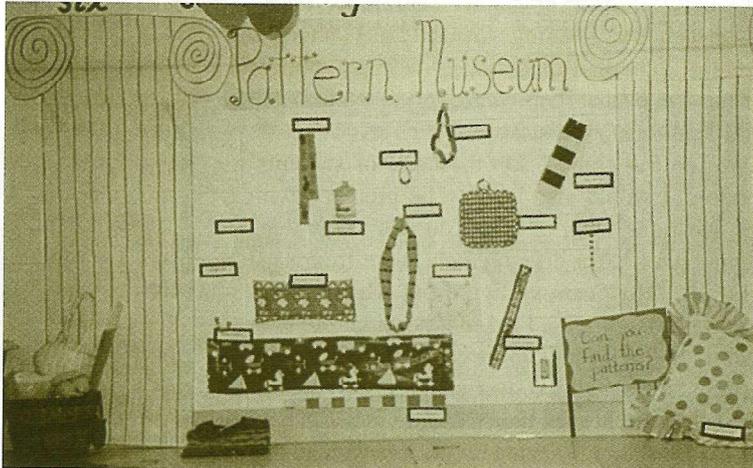
Por exemplo, os alunos não concordaram que o papel de embrulho tivesse um padrão. A unidade que se repetia no papel de embrulho aparceia de 4 em 4 itens e era difícil de reconhecer. A criança que havia colado o pedaço de papel no *placard* teve de defender a sua escolha explicando porque é que considerava que o papel tinha um padrão. Outro aluno ajudou a

sua defesa construindo uma sequência usando cubos coloridos; escolheu cubos de 4 cores e explicou: “Reparem, isto é muito parecido com o jogo ‘faz um comboio’. Têm azul, amarelo, vermelho, verde e azul, amarelo, vermelho, verde!”.

Tive experiências similares durante a unidade de geometria. Nunca pensei que a geometria no jardim de infância fosse outra coisa além do reconhecimento de algumas formas. Eu fui levada para além da minha zona de conforto, tomando consciência de como um jovem matemático deve pensar acerca da geometria. Esta unidade de geometria ajudou-me a reflectir e a perceber que uma criança pode aprender terminologia da geometria através de um esforço matemático de procura de semelhanças, diferenças e relações entre as formas. Os meus alunos começaram por descrever as características importantes das formas geométricas e identificar estas formas no meio ambiente. Nós analisámos e descrevemos as características das formas geométricas, o que exigiu muito mais do que responder simplesmente com um nome. Por exemplo, depois de recolher formas à volta da sala, os alunos trabalharam em grupo para agrupar as formas de acordo com algumas características que tinham em comum. Os alunos agruparam as formas por cor, peso, tamanho, número de vértices, número de lados. Eu usei os grupos feitos com o critério “número de lados” e solicitei aos alunos uma descrição das formas que se incluíam em cada um destes grupos. Depois dos alunos terem identificado as características mais importantes, introduzi os rótulos formais de cada uma das figuras.

Uma actividade de uma das unidades de números que tinha uma componente fortemente geométrica consistiu em solicitar aos alunos que encontrassem todos os arranjos possíveis para seis quadrados (Ver Figura 2). Foi pedido aos alunos que explorassem diferentes arranjos usando quadrados coloridos e depois que reproduzissem esses arranjos em papel quadriculado usando quadrados de cartolina (Ver Figura 3).

Figura 1. Museu dos padrões.





A actividade deve respeitar uma regra: Cada quadrado deve tocar outro quadrado, num dos vértices ou num dos lados. Só os três arranjos superiores respeitam esta regra.

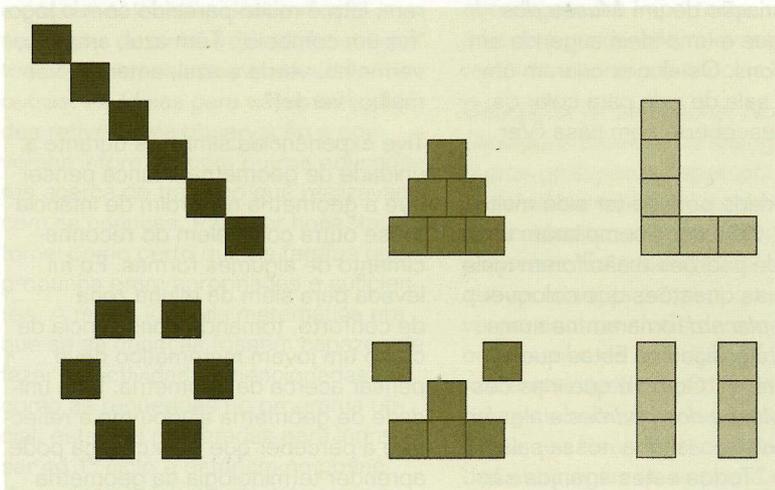


Figura 2. Arranjos de seis quadrados.

Fiquei surpreendida ao perceber que alguns alunos que conseguiam contar e reconhecer o numeral 6, não tinham necessariamente a capacidade de pensar de forma flexível nestes arranjos de 6 quadrados. A experiência de interpretar um número usando capacidades espaciais ajudou estes alunos a construir conexões entre representações numéricas e geométricas e alargar o seu sentido tanto de número como de espaço.

Foco no pensamento matemático

Quando o foco das nossas aulas de matemática muda no sentido de procurarmos desenvolver o pensamento matemático, as evidências que procuramos quando estamos a avaliar

também têm de mudar. Avaliar no contexto deste programa foi difícil porque estava a trabalhar muito no sentido de mudar a minha abordagem de ensino. Contudo, o projecto *Investigations* forneceu algumas orientações em relação à avaliação. Todas as actividades incluíam uma secção chamada *Observing the students* que fornecia pistas ao educador acerca de que aspectos do pensamento observar enquanto os alunos estão a trabalhar. A Figura 4 apresenta um exemplo específico de uma das secções que acompanham a actividade *Total de seis*. Neste jogo, vários conjuntos de cartas foram numeradas de 0 a 6 e colocadas viradas para cima em 3 linhas, 4 cartas em cada linha. As cartas restantes são colocadas num monte viradas para baixo. Durante a jogada, o jogador

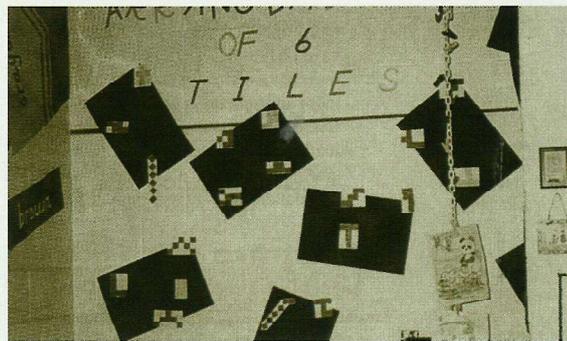
procura combinações de cartas que totalizem 6 pontos. Uma vez encontrada a combinação, o aluno coloca as cartas à sua frente e repõe aleatoriamente (utilizando cartas do baralho) todas as que retirou do conjunto 3x4.

O jogo continua até que não possam ser feitas mais combinações que sejam a decomposição do número 6.

A secção *Observing the students* fornece um grande suporte para os professores quando avaliam como os seus alunos estão a pensar durante esta actividade. Por ser difícil estar perto de todos os alunos enquanto estão a trabalhar, eu colocava frequentemente questões à turma. Nesta actividade, reuni toda a turma e perguntei: "Como combinaram os números para jogar este jogo?" e "Como é que descobriram que o jogo tinha terminado?". Eu percebi que esta estratégia não era a forma mais eficiente de colocar estas questões porque não me fornecia informações acerca de cada aluno em particular. No próximo ano, penso utilizar uma grelha de observação com itens para cada uma das questões incluídas na secção *Observing the students* para ajudar a gerir a avaliação (Figura 5). Eu sei que irei desenvolver esta tentativa inicial ao longo do tempo. Quero manter antes de mais nada na minha mente, à medida que crio estas grelhas de observação e avalio os meus alunos, o facto de que devo procurar o pensamento que eles apresentam, não apenas os *skills*.



Figura 3. Alunos construindo diferentes arranjos.





Pensando no futuro

Com o começo do segundo ano no projecto In Math, estou entusiasmada em ver como estas ideias irão afectar uma nova turma de crianças do jardim de infância. Pensar sobre o que significa ser um matemático e ser um professor de matemáticos transformou a minha visão do ensino. Eu sei que irei continuar a mudar as minhas concepções com experiências posteriores e reflexão. Pensando no próximo ano lectivo, procurarei dedicar especial atenção aos seguintes aspectos:

- Dispender mais tempo na observação dos alunos enquanto trabalham, para conseguir ouvir o que vão dizendo quando explicam o seu pensamento a outras crianças.
- Dar mais tempo para que as crianças possam pensar nas questões que coloco, incitar a variedade de respostas; dar pistas essenciais, em momentos oportunos, quando ninguém responde.
- Implementar o programa de forma mais rigorosa, porque é muito fácil cair nos moldes do ensino tradicional quando se tenta mudar de rumo. Depois de ter mais experiência com investigações estarei mais à vontade para estabelecer alterações construtivas ao próprio programa.
- Aprender mais acerca do modo como as ideias matemáticas se desenvolvem ao longo dos anos. Assim será mais fácil construir os alicerces essenciais às aprendizagens futuras.

Quais são as características dos jovens matemáticos?

As minhas concepções acerca do ensino/aprendizagem da Matemática mudaram dramaticamente no meu primeiro ano do projecto *Investigations*. Agora acredito que crianças do jardim de infância sejam capazes de desenvolver uma compreensão mais profunda da matemática quando lhes fornecemos as ferramentas e a oportunidade de explorar e descobrir ideias matemáticas. O que é que significa então ser um matemático? Acredito

- Que estratégias os alunos usam para construir as suas somas? Parecem trabalhar ao acaso, escolhendo um número para começar e então combinam-no com diferentes números para obter 6? ("Há um três. Esta carta é um dois. Isto funciona? Quatro, cinco. Não, preciso de mais.") Apercebem-se de quantos mais precisam para obter seis? ("Tenho um três e um dois, então preciso de mais um porque cinco e um são seis.") Procuram combinações particulares?
- Como é que os alunos combinam os números? Contam a partir do um em cada vez? Contam a partir de um dos números? Utilizam o conhecimento de combinação de números?
- Como é que os alunos determinam que o jogo acabou? Continuam a tentar combinações com as cartas que sobraram até obter seis? Pensam sobre as cartas que restam? ("Temos um três, um quatro e um cinco. Sei que acabou porque as duas mais pequenas são o três e o quatro e isso é mais do que seis.")
- Os alunos jogam cooperativamente e entre-ajudam-se? Se alguns alunos estão a jogar competitivamente lembre-lhes que o objectivo é trabalhar em conjunto para usar tantas cartas quanto possível.

Figura 4. Secção "Observing the students" de *Investigations, How many in All*, p. 85.

"Total de seis"	Pedro	João	Ana	Filipa
Escolhe as cartas aleatoriamente				
Escolhe as cartas criteriosamente				
Sabe quando o jogo terminou				
Conta os valores das cartas de 1 em 1				
Adiciona sucessivamente os valores de cada carta				
Reconhece as decomposições do n.º 6:				
1+5				
2+4				
3+3				
4+2				
5+1				
Justifica aos outros as cartas que escolheu				
Comentários:				

Figura 5. Grelha de observação do jogo *Total de seis*.

que os jovens matemáticos devem ser capazes de:

- *Fazer um esforço para resolver qualquer problema e sentir-se confiante ao fazê-lo.* O professor deve dar aos alunos o tempo suficiente para resolver problemas e evitar, por um lado, fornecer pistas antes deste tempo de reflexão e, por outro, corrigir os seus erros de forma imediata.
- *Partilhar ideias com os outros e ouvir ideias dos outros.* Algumas crianças contentam-se em ficar sentadas a observar durante as explorações; outras ou são descuradas ou estão desatentas na actividade que está a decorrer; outras ainda estão sempre muito confiantes e enérgicas, empenhadas nas suas descobertas. É importante ser

(Continua na página 17)

e seleccionámos os registos que iriam ser colocados no livro dos trabalhos do mês e os que iriam ser afixados no placard da sala.

Neste problema de divisão de uma quantidade contínua (líquido), as crianças são levadas a calcular:

- Inicialmente estabelecem a relação: uma criança — um copo
- Descobrem por tentativa e erro que a quantidade de sumo de uma garrafa corresponde à quantidade de sumo de seis copos.

Figura 5.

Quantas garrafas de sumo temos de comprar?



Precisamos de comprar 4 garrafas de sumo.

- Simbolizam os copos e organizam-nos em grupos de seis.
- Procuram simbolizar “uma garrafa para um grupo de seis copos”.

A iniciação à matemática é, pois, ao mesmo tempo, uma iniciação a um melhor uso da língua materna.

A acção e a linguagem apoiam-se mutuamente. É assim que a criança aprende o vocabulário fundamental da linguagem matemática, que utiliza as expressões que descrevem a acção em vias de se realizar. Progressivamente a criança vai sendo cada vez mais capaz de associar uma acção real e uma expressão verbal, ou seja, é capaz de descrever as acções que realizou sem ter que as executar em simultâneo. Neste sentido, a criança regista verbalmente as suas vivências, reconta-as. E a sua linguagem traduz uma experiência real: a sua.

As suas descrições reúnem os elementos concretos de situações reais que podem ser completadas, enriquecidas e ascenderem à representação do pensamento matemático.

*Texto da comunicação apresentada no XI Encontro de Investigação em Educação Matemática que se realizou, em Coimbra, de 5 a 7 de Maio de 2002.

Alice Tinoco
Jardim de Infância de Semide

Para este número seleccionámos



(Continuação da página 13)

paciente! Os jovens matemáticos precisam de tempo para desenvolver estas qualidades. Com mais experiência, orientação e papel de modelação por parte do professor, os alunos tornar-se-ão mais decididos, mais peremptórios e melhores ouvintes e mais capacitados para afirmarem quando concordam ou quando discordam e porque é que o fazem.

- *Aplicar ideias matemáticas a diversos contextos das suas vidas, fazendo conexões espontaneamente.* A capacidade para estabelecer conexões entre conceitos matemáticos e para os aplicar ao mundo real é um importante atributo de qualquer matemático. Como descobri na minha aula quando os alunos espontaneamente reconheceram padrões no cartão numerado até 100, esta capacidade é a mais surpreendente e gratificante para qualquer educador.

- *Desenvolver estratégias de pensamento.* Aos alunos devem ser dadas oportunidades para desenvolver uma grande variedade de estratégias de resolução de problemas. A expressão essencial é “oportunidade para desenvolver”. Com jogos como *Total de 6*, as estratégias surgem à medida que os alunos jogam. Proporcionar momentos em que os alunos partilham as suas estratégias com os seus colegas dá-lhes a oportunidade de pensar sobre as estratégias num contexto significativo. Por exemplo, enquanto jogam *Total de 6* fazem comentários como: “Eu sei que dois e dois são quatro porque é um double, por isso se eu tiver mais dois, ficarei com seis”.

É um grande desafio ensinar jovens matemáticos. No final, encorajá-los a falar sobre as suas ideias, explorar novas situações, revelar confiança nos seus argumentos, e aplicar ideias matemáticas a outras áreas irá transformar os seus alunos como aprendizes e a si como educador.

Bibliografia

- Economopoulos, Karen, Megan Murray, Kim O'Neil, Doug Clements, Julie Sarama e Susan Jo Russell. *Making Shapes and Building Blocks*. White Plains, N.Y.: Dale Seymour Publications, 1998.
- Eston, Rebeka e Karen Economopoulos. *Pattern Trains and Hopscotch Paths*. White Plains, N.Y.: Dale Seymour Publications, 1998.
- Kliman, Marlene, Christopher Mainhart, Megan Murray e Karen Economopoulos. *How Many in All?* White Plains, N.Y.: Dale Seymour Publications, 1998.

Cyndi Frakes e Kate Kline
Western Michigan University
Traduzido por Hugo Lopes Menino e
revisto por Helena Fonseca, Isabel
Rocha e Manuela Pires.

* Traduzido, para língua portuguesa, de *Teaching Children Mathematics*, vol. 6, nº 6, Fevereiro 2000, copyright 2000, e publicado com a autorização do National Council of Teachers of Mathematics. Todos os direitos reservados. O NCTM não é responsável pela exactidão ou qualidade da tradução.