O segredo de Leonardo

Luís Reis

"É certo que o céu por vezes nos envia alguns [homens] que não representam a humanidade, mas a própria divindade."

Giorgio Vasari, 1550

O desenho

Foi uma decisão feliz a capa do último número temático da revista *Educação e Matemática* incluir uma estilização do desenho das proporções do corpo humano, mais conhecido por *O Homem de Vitrúvio*, de Leonardo da Vinci. Por variadas razões, uma delas sendo o facto deste desenho apresentar Leonardo como prova exemplar de uma unidade genuína entre matemática e natureza (ligação que a APM privilegiou em 2001).

O desenho, de 1492, transmite a ideia de movimento através da dupla representação dos membros de um homem: a figura com os braços estendidos à altura da cabeça e pernas abertas forma um círculo, de centro no umbigo, centro *clássico* e originário do ser humano; a figura com os braços estendidos na horizontal e pernas fechadas descreve um quadrado, descendo o centro humano até à raiz do seu sexo, *centro gerador* para certo pensamento medieval.

Desta forma, Leonardo emoldurou o homem num círculo e num quadrado—as formas básicas da natureza—convenientemente ajustados. São ideias provenientes do tratado *De Architectura* (séc. 1 a.C.), do arquitecto romano Marcus Vitruvius Pollio, e sumariadas por Leonardo no texto da configuração: as proporções gerais do homem adequar-se-iam, como um microcosmo, às das formas mais perfeitas do macrocosmo universal, dentro do espírito da doutrina platónica.

No Livro III, Vitruvius esclareceu quais os cânones da proporção:

> "A simetria surge da proporção, uma harmonização adequada das diferentes partes entre si e com o todo. Por isso, não se pode considerar bem des enhado o edifício que requer simetria e proporção. Na verdade, são tão necessárias à beleza do edifício como à figura humana bem constituída, que a natureza tão bem moldou, que na face, do queixo ao cimo da testa ou às raízes do cabelo, é a décima parte da altura do corpo completo. Do queixo ao cimo da cabeça é a oitava parte da altura total, que é igual da nuca ao topo da cabeça. Da parte superior do peito às raízes do cabelo, um sexto; ao cimo da cabeça, um quarto. A terça parte da altura da face é igual à distância do queixo ao lado inferior das narinas e igual daí até ao meio das sobrancelhas; da última das raízes do cabelo, quando termina a testa, o terço restante. O comprimento do pé é a sexta parte da altura do corpo. O antebraço, um quarto. A largura do peito, um quarto. Analogamente têm os outros membros proporções adequadas, a que os antigos Pintores e Escultores estiveram atentos e que lhes granjeou tanta reputação.
> O umbigo está situado naturalmente no centro do corpo humano e, se um homem deitado com a cabeça virada para cima, mãos e pernas estendidas, descrevendo um círculo tendo o umbigo como centro, ele tocará os dedos das mãos e dos pés. Não é somente por um círculo que o corpo humano é circunscrito desta forma, como pode ser observado se o colocarmos dentro de um quadrado. Pois medindo dos pés ao cimo da cabeça e, em seguida, ao longo dos braços completamente estendidos, descobrimos que a última medida é igual à primeira; donde, linhas em ângulo recto, rodeando a figura, formarão um quadrado.
> Se a natureza, portanto, criou o corpo humano de modo que os seus distintos elementos são medidas do todo, também os antigos, com grande propriedade, determinaram que em todas as obras perfeitas cada parte deveria ser uma parte alíquota do todo."[1]

Os estudos vitruvianos anteriores e posteriores a Leonardo tinham separado a imagem do *Homo ad circulum* e do *Homo ad quadratum*, dado que ambas as figuras não se podiam inscrever uma na outra sem modificar as dimen-

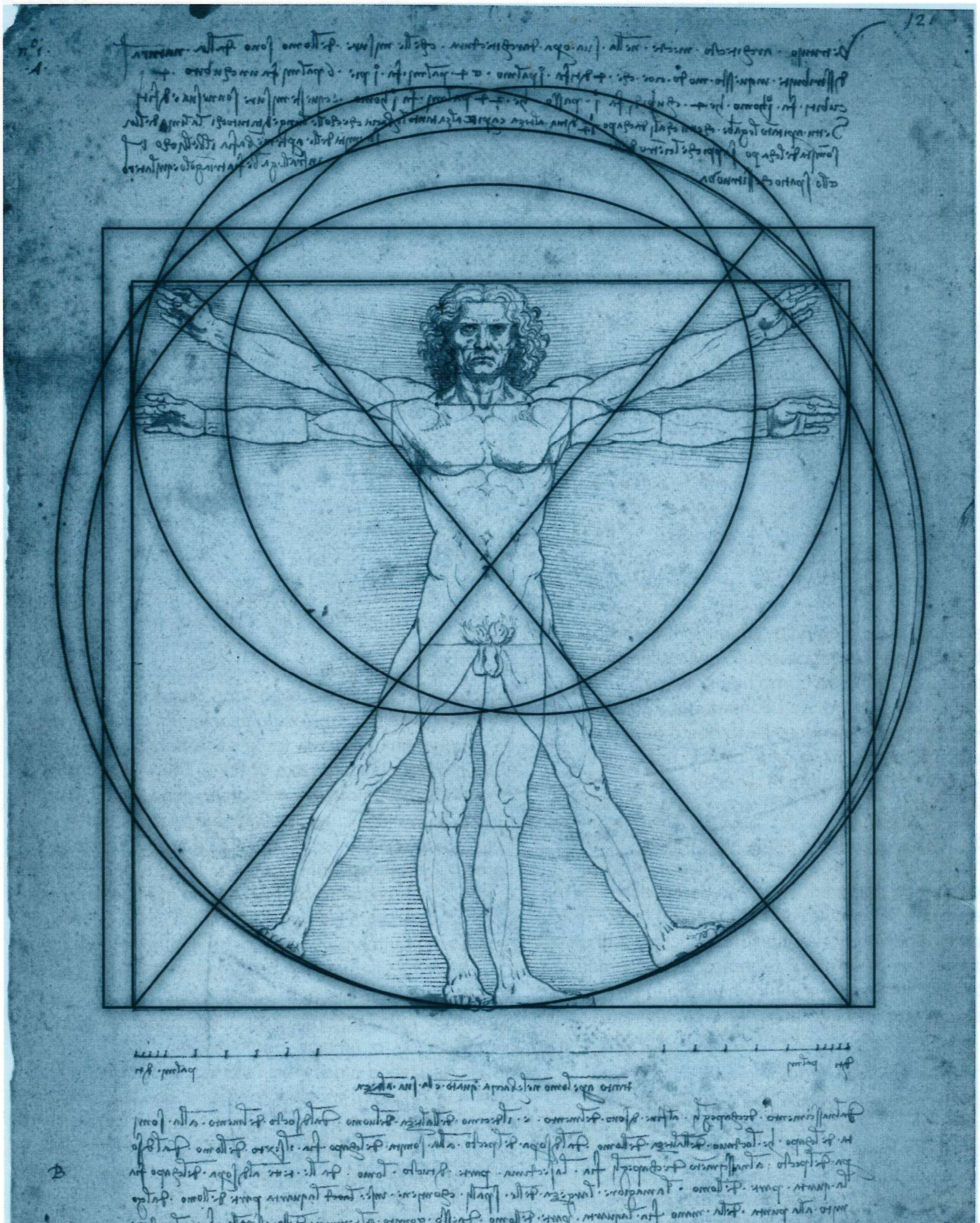

Figura 1. Construção geométrica sobre *O Homem de Vitrúvio*, Leonardo Da Vinci (1490), cujo original se encontra na Gallerie dell'Accadenua, Inv. 228, em Veneza.

sões do homem. Leonardo combinou nesta imagem ambas as posições dos membros, deixando como elementos comuns a cabeça e o tronco, ficando a circunferência tangente à "base" de um quadrado cujo lado é menor que o diâmetro daquela. A "unidade" natural do homem ficava preservada e imersa, em contraste e harmonia, no jogo geométrico de linhas.

Uma escala gráfica marca os quatro dedos da palma, as quatro palmas do pé, as seis do cúbito e os quatro cúbitos da altura do homem e o lado do quadrado em que se inscreve, embora por escrito Leonardo corrija algumas das proporções, como a do pé, que passa de um sexto para um sétimo.[2]

No entanto, este desenho de Leonardo esconde um segredo muito interessante. Pelo menos é o que afirmam Klaus Schröer e o Dr. Klaus Irle na sua monografia com o título *Ich aber quadriere den Kreis...* (No entanto, eu quadrei o círculo...), publicada em 1998. De facto, segundo os autores (o primeiro é um artista interessado em matemática e o segundo é historiador de arte), *O Homem de Vitrúvio* encerra a solução de Leonardo para o problema da quadratura do círculo.

O problema

A quadratura do círculo tornou-se o mais famoso dos três problemas clássicos da geometria grega, juntamente com a duplicação do cubo e a trissecção do ângulo. O fascínio deste problema reside no interesse que tem despertado ao longo da história da matemática, a amadores e profissionais, desde o papiro do escriba Ahmés (cerca de 1850 a.C.) até aos nossos dias.

O problema era o de, dado um círculo, construir geometricamente um quadrado com a mesma área. Os métodos permitidos para efectuar esta construção não eram claros, pois, na realidade, a variedade de métodos usados na geometria pelos gregos foi-se alargando, através das tentativas de resolução deste e de outros problemas clássicos. Segundo Thomas Heath, especialista em história da matemática na Grécia, terá sido Enópides de Quios (séc. 5 a.C.) o primeiro a estabelecer que os meios permitidos se restringissem à régua e compasso, o que se viria a tornar um cânone da geometria euclidiana para todas as construções planas. Actualmente é com esta restrição que entendemos o problema, mas os gregos não se fixaram nesta solução; pelo contrário, desenvolveram uma grande variedade de métodos, usando diversas curvas inventadas especialmente com este propósito ou imaginando construções baseadas em métodos mecânicos.

Nesta época, além dos gregos, também houve matemáticos na China e na Índia a interessarem-se pela quadratura do círculo. Mais tarde, foi a vez dos matemáticos árabes se sentirem fascinados pelo problema.

Quanto à Europa, Franco de Liège, em 1050, escreveu o tratado *De quadratura circuli* onde, além de analisar métodos anteriores, fornece a sua própria construção, baseada na suposição de que π era igual a $22/7$. Apesar do interesse histórico, o tratado mostra como a matemática europeia da altura estava muito atrasada em relação à dos antigos gregos. Em 1450, Nicolau de Cusa tentou provar que a quadratura do círculo era possível com régua e compasso, mas Regiomontanus foi rápido em assinalar os erros dos argumentos de Cusa; tratou-se, no entanto, de uma tentativa séria de resolver o problema na Europa "moderna". Convém recordar que os gregos, em geral, estavam convencidos que a quadratura do círculo não era possível com régua e compasso. Simplesmente não sabiam como prová-lo.

Os métodos mecânicos dos gregos atraíram Leonardo da Vinci, que imaginou vários métodos novos para quadrar o círculo. Também muitos matemáticos do séc. 16 estudaram o problema. Um deles foi Oronce Fine (professor na conceituada Universidade de Paris), cuja "demonstração" Pedro Nunes mostrou ser incorrecta, pouco depois dela ter surgido.

A (não existência de) solução para o problema da quadratura do círculo pelo método da régua e compasso surge finalmente em 1880, quando Lindemann provou que π é um número transcendente, ou seja, não é raiz de um polinómio com coeficientes racionais. Mesmo assim, o interesse pelo problema não terminou, tendo continuado a produção de construções aproximadas, onde se destacam as de Ramanujan, no princípio do séc. 20.

O segredo

O que parece ter passado despercebido durante os mais de 500 anos deste famoso desenho é que o círculo e o quadrado, de área desigual, são complementados por um novo quadrado e um novo círculo, respectivamente, em que as medidas das áreas passam a ser "iguais" (dentro dos limites de precisão que o desenho permite) em cada par círculo-quadrado.

Quanto ao novo círculo, é surpreendente perceber como o desenho já o induzia: os dedos médios dos braços horizontais definem este círculo, do mesmo modo que os dedos médios dos braços esticados para cima definiam o círculo maior. É de realçar que a área do quadrado original mede aproximadamente 153.5 cm^2 e a área do círculo associado mede 153.9 cm^2.

E quanto ao segundo quadrado, com a mesma área do círculo que Leonardo desenhou? Basta traçar os diâmetros deste círculo determinados pelos vértices inferiores do quadrado original, ou seja, unindo estes vértices ao umbigo e intersectando com o círculo maior, obtemos dois pontos pertencentes ao lado superior do segundo quadrado. Ficamos, assim, com dados suficientes para desenhar este quadrado; a sua área mede aproximadamente 176.9 cm^2, ao passo que o círculo correspondente tinha uma área de 176.7 cm^2. Notável!

Repare-se ainda que na base do pescoço da figura humana, Leonardo marcou dois pontos unidos por um segmento. A recta que contém este segmento também contém os pontos de intersecção do quadrado original com o círculo menor. Mais do que isso, os pontos que Leonardo assinalou são precisamente os centros das rotações que transfor-

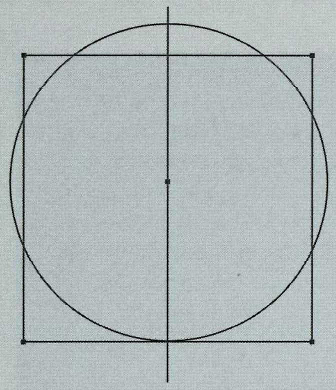

figura 2

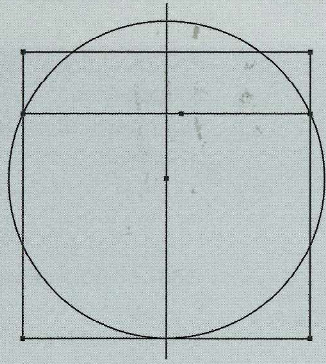

figura 3

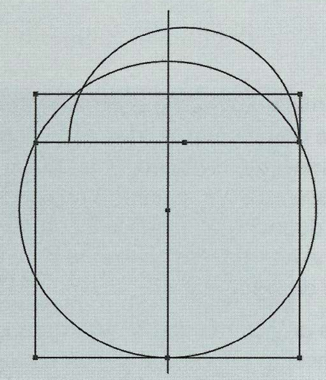

figura 4

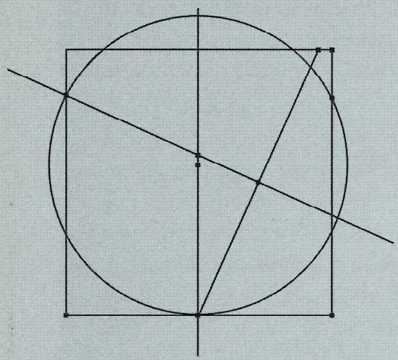

figura 5

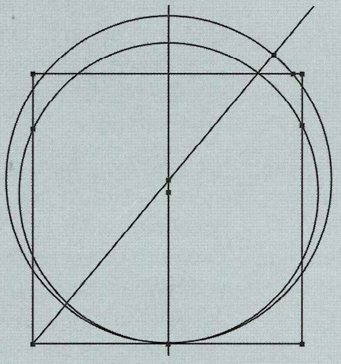

figura 6

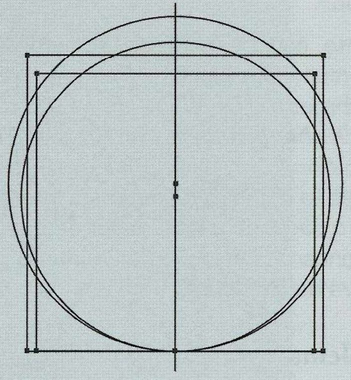

figura 7

mam os braços horizontais nos braços levantados (a razão entre o comprimento dos braços e o lado do quadrado é de 0.436). São observações importantes, pois há razões suficientes para crer que fazem parte do conceito do *Homem de Vitrúvio*.

O algoritmo geométrico

Para Irle e Schröer, subjacente ao desenho de Leonardo está um método convergente por meio de dois pares consecutivos: Leonardo desenha o quadrado do primeiro par e o círculo do segundo. O procedimento geral é o seguinte:

1. Traçar um quadrado e um círculo secante a três dos lados do quadrado e tangente ao lado restante, no ponto médio (primeiro par da sequência). (Figura 2)
2. Unir os pontos de intersecção superiores e multiplicar o comprimento do lado do quadrado por um factor adequado—por exemplo 0.436 (para obter o centro da rotação dos braços). (Figura 3)
3. Marcar o ponto de intersecção da "rotação dos braços" com o lado superior do quadrado. (Figura 4)
4. A mediatriz do segmento indicado na figura conduz ao centro do segundo círculo (o umbigo). (Figura 5)
5. Construir o segundo círculo e unir o centro com o vértice do quadrado; marcar o ponto de intersecção com o círculo maior. (Figura 6)
6. Traçar o segundo quadrado. (Figura 7)

Iterando o processo a partir de cada novo par, forma-se uma sequência em que a área de cada quadrado se vai aproximando da área do respectivo círculo.

Uma experiência na sala de aula

Hubert Weller é professor de matemática na escola secundária técnica de Wetzlar, na Alemanha. Tomou conhecimento pela primeira vez deste assunto quando um amigo lhe mostrou um artigo. A sua primeira reacção foi de cepticismo: "Todos sabemos que o problema não tem solução... O desenho tem 500 anos e ainda ninguém tinha descoberto isto?". No entanto, o interesse ficou e quando o livro foi publicado a informação era suficiente para trabalhar o problema com os seus alunos.

Nas aulas, fizeram-se em simultâneo construções geométricas com régua e compasso (porque "também é importante mexer com os dedos") e cálculos algébricos. Em termos de geometria analítica, bastou o conhecimento das equações da recta e da circunferência. No exemplo inicial tomou-se $a_1 = 10$ e $r_1 = 5.4$ (ver a figura 8). Para a resolução das equações recorreu-se ao programa *Derive*.

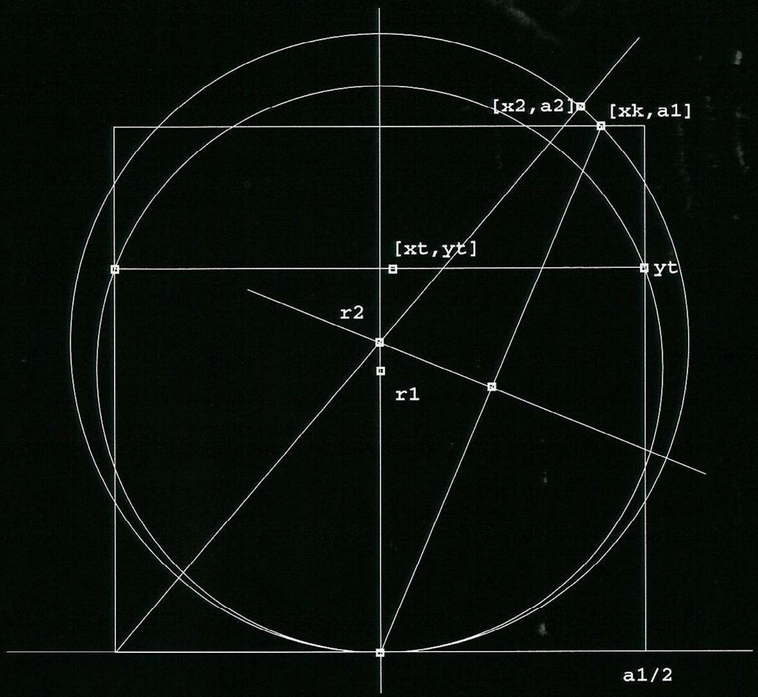

figura 8

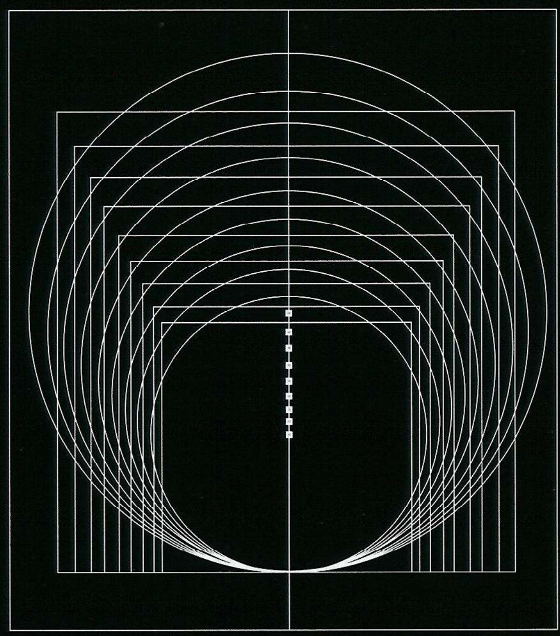
figura 9

Apresentam-se, de seguida, os cálculos principais.

Dado que o ponto de coordenadas $(a_1/2, y_t)$ pertence à circunferência de centro em $(0, r_1)$ e raio r_1, então $(a_1/2)^2 + (y - r_1)^2 = r_1^2$, donde $y_t = 7.43960$ (a maior das soluções). O raio de rotação dos braços é dado por $r_1 = a_1 \times 0.436$, donde $x_t = a_1/2 - r_t$.

O ponto (x_k, a_1) pertence à circunferência de centro em (x_t, y_y) e raio r_t:

$$(x - x_t)^2 + (a_1 - y_t)^2 = r_t^2.$$

A resolução desta equação permite concluir que $x_k = 4.16901$.

A equação da mediatriz definida pela origem e pelo ponto de coordenadas $(x_k, 0)$ é:

$$y - \frac{a_1}{2} = -\frac{x_k}{a_1}\left(x - \frac{x_k}{2}\right).$$

Intersectando a mediatriz com o eixo das ordenadas, vem

$$r_2 - \frac{a_1}{2} = -\frac{x_k}{a_1}\left(0 - \frac{x_k}{2}\right),$$

donde $r_2 = 5.86903$.

A circunferência maior é definida por

$$x^2 + (y - r_2)^2 = r_2^2.$$

A recta que contém o vértice inferior do quadrado $(-a_1/2, 0)$ e o "umbigo" $(0, r_2)$ tem equação $y = (2r_1/a_1)x + r_2$. Intersectando-a com o círculo maior, temos

$$x^2 + \left(\frac{2r_2}{a_1} + r_2 - r_2\right)^2 = r_2^2.$$

Das soluções retira-se o valor de $x_2 = 3.80606$. O ponto (x_2, a_2) pertence à recta; substituindo na equação respectiva, obtemos $a_2 = 10.3366$. Finalmente, as medidas das áreas são:

quadrado 1: $a_1^2 = 100$

círculo 1: $\pi r_1^2 = 91.6088$

quadrado 2: $a_2^2 = 106.845$

círculo 2: $\pi r_2^2 = 108.213$

Levantaram-se algumas questões: a sequência dos quocientes entre áreas (círculo-quadrado) converge? Qual o limite desta sequência? Qual o efeito de outras dimensões para o par inicial? A sequência mantém-se convergente para outros factores (além de 0.436)? Qual o efeito do factor no limite da sequência?

Para investigar, os alunos começaram por usar o Cabri-Géomètre: recorrendo a macros, iterou-se sucessivamente o algoritmo geométrico (para simplificar, o factor de multiplicação foi 0.5). (Figura 9)

A razão entre as áreas do círculo e do quadrado iniciais eram de 96.32%. Após oito iterações, essa razão passou a 99.91%.

De seguida, recorreu-se à função iterativa do *Derive* entrando com o lado do quadrado inicial, a_1, raio do círculo inicial, r_1, lado do quadrado final, a_2, raio do círculo final, r_2, área do círculo final, área do quadrado final, razão entre as áreas.

Alguns resultados para o factor 0.436 e para $a_1 = 10$ e $r_1 = 5.4$ podem consultar-se na tabela 1.

A investigação prosseguiu, agora com diferentes valores para r_1 ($a_1 = 10$). Os resultados para a razão entre as áreas figuram na tabela 2.

E se tomarmos diferentes factores de multiplicação? Os resultados para a razão entre as áreas constam na tabela 3.

O professor Weller exprimiu a sua grande atracção pelo problema, o qual permitiu trabalhar em diferentes níveis: aspectos históricos, construções com régua e compasso, métodos analíticos, utilização da tecnologia (geometria dinâmica e cálculo algébrico simbólico). E afirma: "O encanto não reside na resposta ao problema da quadratura do círculo, mas na convergência dessa sequência gerada pelo procedimento de Leonardo. É esse o verdadeiro segredo deste desenho!"

Deixamos aqui algumas das reacções dos seus alunos: "O mais importante foi a matemática não ser só a manipulação aborrecida de termos, mas poder ser um puzzle excitante"; "O mais interessante foi ser capaz de usar os computadores para as soluções"; "Gostei de descobrir um pouco de história da matemática"; "a actualidade!".

Uma demonstração em aberto

Tem-se procurado demonstrar matematicamente a convergência do método de quadratura de Leonardo mas sem sucesso, até à data. Embora unanimemente aceite, só tem sido possível mostrar essa convergência através da simulação por computador (e no estirador).

O valor para o qual o algoritmo converge depende da medida do "raio do braço", como se pode verificar na investigação feita pelos alunos do professor Weller: para o factor $f = 0.436$ o valor encontrado foi $L = 1.00037$, para $f = 0.\ 450$ tem-se $L = 1.00007$, etc.

No entanto, o sucesso do procedimento não depende significativamente da medida desse raio. Todos os centros dentro da região "do peito" da figura dão origem a valores excelentes.

Leonardo: cultura, ciência e pintura

Um dos aspectos mais interessantes da Renascença é o de que os seus génios não nasceram entre as classes privilegiadas, educadas e abastadas, antes despontaram em locais improváveis e com começos pouco auspiciosos. No clima intelectual que a Renascença gerou, uma medida da liberdade de pensamento é a não existência de um caminho para o sucesso, nem sequer de um ponto de partida. O caso de Leonardo é paradigmático, cujo nascimento ilegítimo de uma camponesa, numa casa de pedra da obscura povoação de Vinci, nas colinas da Toscânia, dificilmente poderia pressagiar que ele se viria a tornar um grande (o maior...) génio da história da humanidade, mesmo sabendo quão perigoso é lidar com superlativos.

Leonardo da Vinci converteu-se, ainda na sua época (ponto de vista que se manteve até aos nossos dias), no mais conhecido expoente do *uomo universale* do Renascimento, capaz de cultivar todos os ramos do saber: pintor, escultor, arquitecto, engenheiro civil e militar; inventor de máquinas de todos os tipos; investigador da natureza, física e humana; estudioso experimental do movimento do ar e da água, dos fenómenos atmosféricos e sua influência topográfica, da anatomia humana e animal, da fisionomia, da visão e da fenomenologia da realidade mais plural e global ao tornar-se evidente à visão. Tem encarnado, para o imaginário ocidental, a ideia mítica do génio extravagante e misterioso, do investigador que tinha inaugurado—ainda antes de Galileu—a concepção moderna da ciência experimental e mantido ao mesmo tempo a aura misteriosa própria do passado, embora fosse apenas pela sua forma de escrever (por ser canhoto e não por ocultar os seus apontamentos à curiosidade dos invejosos ou à Inquisição eclesiástica) os quase seis mil fólios de anotações nos seus cadernos manuscritos.

Leonardo declarou-se a si próprio, entre a ironia e o conhecimento das suas próprias limitações e interesses, um *uomo senza lettere* (homem sem estudos). Constitui mais uma das suas afirmações paradoxais, pois não se pode dizer que ele carecesse de cultura. Em criança, teve de frequentar a escola "do ábaco" e aprender latim, pelo menos para poder ler os textos de Arquimedes e Vitrúvio ou "ilustrar" o seu emprego do idioma toscano, no qual nada se nos apresenta propriamente vulgar ou popular, mas fundado sobre as formas da literatura vernácula, de Dante e Petrarca aos mais altos autores contemporâneos. Os seus escritos ressumam tanto esta cultura vernácula "moderna" como a clássica de autores como Plínio, Laércio ou Ovídio. Apesar de não ser um erudito ao estilo dos humanistas, Leonardo não se limitou à postura de *uomo senza lettere*, antes representou outro tipo de cultura (de pendor humanista), que não fazia ostentação do livresco, mas utilizava aquilo que lhe servia funcionalmente os fins particulares.[3]

TABELA 1

Círculo (cm^2)	Quadrado (cm^2)	Razão (%)
91.6088	100	0.916088
108.214	106.845	1.01280
124.762	124.870	0.999136
144.681	144.608	1.00050
167.686	167.626	1.00035
194.361	194.288	1.00037
225.277	225.194	1.00037

TABELA 2

r_1 =5.2	r_1 =5.6	r_1 =6.0	r_1 =8.0
0.849486	0.985203	1.14097	2.01061
1.03204	1.00204	0.992032	1.06642
0.997444	1.00019	1.00127	0.995
1.00068	1.00039	1.00027	1.00094
1.00034	1.00037	1.00038	1.00031
1.00037		1.00037	1.00037

Por outro lado, a actividade artística tinha sofrido, desde o Renascimento italiano, uma transformação não só formal e prática, mas também teórica e conceptual. O arquitecto e escultor-ourives Filippo Brunelleschi impulsionara, com os seus estudos de física e mecânica e a descoberta da perspectiva moderna, um novo curso em que a prática só se podia basear na experiência prévia e graças à qual dá às artes figurativas um carácter científico, eminentemente matemático, ao formulá-las como actividades da representação exacta da realidade no aspecto da sua comensurabilidade. O arquitecto e teórico Leon Battista Alberti ou o escultor Lorenzo Ghiberti tinham voltado os olhos para as artes liberais do *Trivium* e do *Quadrivium* clássicos, procurando na cultura mais ampla possível a fundamentação da actividade artística, que dependeria do *disegno* como instrumento básico da sua tarefa. O artista devia abraçar todas as disciplinas - sobre os modelos propostos pelo orador de Cícero ou pelo arquitecto de Vitrúvio—, fossem no sentido rigorosamente científico ou literário, mas juntando-lhes todas em que esses modelos e a nova cultura humanística haviam insistido para aperfeiçoar a educação de qualquer cidadão, como a geografia, a história, a poesia, a teologia, etc.

O florentino de Vinci adoptou uma postura de oposição consciente a todo o elemento que procedesse de uma concepção tradicional da cultura (e a humanística também já o podia ser na segunda metade de *Quattrocento*) e que não tivesse uma incidência clara sobre as funções que ele tinha atribuído à actividade artística como representação total da natureza. Ao negar à "cultura da palavra" o seu presumível carácter científico, desconfiava abertamente do saber livresco, que considerava rarefeito e produto de charlatanice, território dominado pelo dogmatismo e por critérios de autoridade inaceitáveis. Por conseguinte, não só se tratava de uma atitude defensiva, como salientaria numa passagem do seu *Codex Atlanticus*, que desdenhava os doutos que supunham que ele não poderia exprimir as suas ideias teoricamente por carecer de uma formação estritamente humanística, mas também de uma argumentação que partia de princípios diferentes, embora não absolutamente originais.

Se a missão da arte da pintura consistia na imitação da realidade, devia ter-se a própria natureza como fonte de principal inspiração. Era o saber baseado na experiência o único legítimo, pelo que se devia rejeitar qualquer respeito para com a autoridade prévia dos "cultos" que houvessem acudido com toda a espécie de instrumentos lógicos ou intelectuais sobre o saber alheio, mas que por si próprios não tivessem observado e experimentado os fenómenos naturais. E esta categoria podia incluir até os próprios artistas do passado e do presente, desdenhando aqueles que não se cingissem ao seu modelo. Salvando exclusivamente Giotto di Bondone e Masacio, ficam maltratados contemporâneos seus, como os mais velhos Antonio del Pollaiuolo e Andrea del Verrochio (seu mestre, ao qual, porventura injustamente, não dedicou uma única palavra nos seus escritos), Boticelli ou o mais jovem Miguel Ângelo, com quem teve de rivalizar desde começos do século.

Para Leonardo, experiência, observação e invenção constituíam a tríade básica do verdadeiro saber, do carácter científico— *"La sapienza è figliola della sperienza"* (A sabedoria é filha da experiência)—pois "todo o nosso conhecimento tem o seu fundamento nas sensações", uma afirmação claramente antineoplatónica e anti-idealista. Não obstante, algumas destas ideias encontravam o ponto de partida nas doutrinas platónicas defendidas no ambiente da corte de Lourenço, o *Magnífico*: a sua própria concepção da superioridade do sentido visual; a sua metáfora do corpo humano como prisão e os olhos como janelas da alma; a sua visão analógica do macrocosmo e microcosmo; a sua identificação dos quatro primeiros dos cinco corpos regulares do *Timeu* (que desenharia em Milão para *De divina proportione*, de Luca Pacioli) com os quatro elementos da natureza; na sua figura do bem proporcionado *Homem de Vitrúvio*.

Por conseguinte, nem a abordagem neoplatónica era suficiente nem era desprezável a herança aristotélica. "Que não me leia quem não for matemático", escreveu Leonardo no início do seu *Tratado da Pintura*, parafraseando o letreiro da Academia de Platão. A natureza devia ser controlada em todos os aspectos, reduzindo-a a leis através do emprego dos instrumentos das três actividades básicas: a matemática ("a única ciência que contém em si própria a sua demonstração")[4], a mecânica ("paraíso das ciências matemáticas, pois é através dela que alcançamos os frutos da matemática") e a pintura, como "filosofia", como ciência da natureza. Se a sua concepção das matemáticas e da mecânica era, em última análise, devedora dos grandes princípios matemáticos e da teoria da força da Escola de Paris do séc. 14 ou das contribuições de Nicolau de Cusa, era absolutamente nova a importância que concedia à pintura como actividade científica. De acordo com a definição de Leonardo, a arte, em particular a pintura, era "a rainha de todas as ciências", que fornecia não só os meios de obter conhecimento mas também de "o comunicar a todas as gerações do mundo". Daí a inseparabilidade da sua obra artística e científica.

TABELA 3

factor=0.35	factor=0.45	factor=0.46	factor=0.50
0.849486	0.849486	0.849486	0.849486
1.05305	1.03021	1.02902	1.02500
0.997254	0.997364	0.997301	0.997029
1.00351	1.00334	1.00012	0.999334
1.00265	1.00004	0.999845	0.999126
1.00277	1.00007	0.999873	0.999144
1.00275		0.999871	0.999142
		0.999870	

Conclusão

O grande génio de Leonardo produziu *O Homem de Vitrúvio*, uma observação transdisciplinar única da condição humana, demonstrando inequivocamente que Leonardo entendia a humanidade como a representação de um princípio de criação cujas regras são, em última instância, ditadas pela matemática.

Leonardo nasceu a 15 de Abril de 1452. Celebremos os 550 anos do seu nascimento!

Agradecimentos:

Ao professor Hubert Weller, colega do grupo T³ alemão, por ter partilhado comigo a sua experiência na sala de aula.

Ao Doutor Carlos Sá, pela ajuda na língua alemã e pelos comentários a este texto, em particular nos aspectos da história da matemática.

À Dra. Manuela Pascoal, pelos excelentes momentos em torno da filosofia.

Notas

1 Traduzido e adaptado do capítulo 1, a partir da versão inglesa em http://www.ukans.edu/history/index/europe/ancient_rome/E/Roman/Texts/Vitruvius/home.html

2 As unidades do sistema de medida romano eram: o dígito (espessura do dedo); a palma (largura da palma da mão = 4 dígitos); o pé (4 palmas); o cúbito ou côvado (do cotovelo à ponta dos dedos = 1,5 pés). A base era o corpo humano, ao passo que ao adoptarmos a unidade do sistema métrico, originalmente sendo a 10.000.000ª parte de um meridiano da terra, do pólo ao equador, unicamente mudamos do pé humano para a terra que pisa, da biologia para a geografia: medir permanece uma metáfora!

3 Uma consequência desta postura é a impossibilidade de avaliar por completo Leonardo, principalmente como cientista: para além de faltarem muitos dos seus escritos, ele usou livremente, tal como tantos outros homens da época, as ideias dos seus contemporâneos, intactas ou alteradas. Por outro lado, sobreviveu pouco material escrito que indique essas ideias e as respectivas fontes.

4 Devemos ter presente que a matemática para Leonardo é bastante diferente daquilo que entendemos hoje: consistia grandemente de geometria e proporção.

Bibliografia

Ich aber quadriere den Kreis ..., Klaus Schröer, Klaus Irle, Waxmann, Münster, 1998

Leonardo, Trewin Copplestone, Grange Books, 2000

Leonardo da Vinci, Fernando Marías, Editorial Estampa / Círculo de Leitores, 2000 (base principal do item "Leonardo: cultura, ciência e pintura")

The World of Leonardo, Robert Wallace e editores da Time-Life Books, Time-Life Library of Art, 1975

Referências na Internet (Dezembro de 2001)

http://www.leonardo2002.de/ (divulgação da obra de Schröer e Irle)

http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/HistTopics/Squaring_the_circle.html

Sítios relacionados com Leonardo da Vinci:

http://www.mos.org/sln/Leonardo/ (propõe actividades para explorar Leonardo na sala de aula - níveis 4 a 8)

http://www.museoscienza.org/ (contém muitas sugestões para encontrar Leonardo na web)

http://www.leonet.it/comuni/vinci/ (o museu de Leonardo, em Vinci)

Luís Reis
Grupo de Trabalho T³ da APM

Materiais para a aula de Matemática

A Proposição III do De Crepusculis

A actividade apresentada foi elaborada a partir da Proposição III da obra de Pedro Nunes, *De Crepusculis liber unus, nunc recens & natus et editus*, impressa em Lisboa em 1542. Para além da informação incluída na própria actividade, refira-se que o instrumento descrito nesta Proposição, ao qual posteriormente se chamaria *nónio*, deu origem a grandes polémicas históricas. Muitos autores consideraram Pedro Nunes pioneiro na invenção de tal método matemático, outros pensaram ser verdadeiramente original o instrumento semelhante descrito pelo francês Pierre Vernier (1584 – 1638).

O *nónio*, tal como é descrito nesta Proposição, é um conjunto de 44 escalas auxiliares, nas quais o número de divisões é inferior ao da escala principal marcada no anel exterior. Este está dividido em 90 partes iguais, o seguinte em 89 partes, o outro em 88, e assim sucessivamente até ao anel interior, o mais pequeno, que está dividido em 46 partes iguais. É de salientar que, se se considerarem todos os divisores de todos os naturais de 46 a 90 inclusive, se obtêm todos os naturais de 1 a 90. Pedro Nunes assinala este facto a dado passo da Proposição: *Com efeito, ninguém pode negar que, indo das partes mais pequenas para as maiores até à quadragésima sexta, ele tem as seguintes partes alíquotas: nonagésima, octogésima nona, octogésima oitava, etc.; e que tem outras, expressas pelos números que vão de 1 a 46, também facilmente se poderá ver do facto de que quem divide um número por outro o divide também pela metade, pelo quarto, e pelos restantes submúltiplos que o divisor tem, assim como aquele que divide em 90, divide em 45, o que divide em 88 divide em 44, e assim por diante. Cada um dos números que vão de 23 a 45 é metade dos que na série dos números se dispõem de 46 a 90, sempre com um de permeio, e estes também são múltiplos de outros menores, e assim nos restantes uns estão para os outros do mesmo modo até à unidade. Por consequência, o número de 90 graus, que imaginamos existir em cada quadrante, tem pelas referidas divisões todas as partes alíquotas, desde a metade à nonagésima.*

Tendo sido pensada para o Ensino Secundário, a actividade nunca foi experimentada, pelo que se solicita a todos os colegas que a utilizem nas suas aulas, que façam chegar relatos, críticas ou comentários ao GTHEM (por carta para a sede da APM ou por correio electrónico para o gthem@apm.pt).

GTHEM (Grupo de Trabalho sobre História e Ensino da Matemática)