

# 1919180808180919090

## Capicuas

José Paulo Viana

Um ano capicua: 2002.

Uma revista capicua: este é o número 66 da *Educação e Matemática*.

Ora cá temos um bom motivo para falar destes *estranhos* números que tanta curiosidade provocam em algumas pessoas.

Estamos a viver um ano capicua. E, pelo menos para mim, o último ano capicua. O próximo está demasiado longe, é só daqui a 110 anos... Mas, não nos podemos queixar, este já é o segundo que apanhamos: ainda se devem lembrar de 1991! Nos últimos mil anos, pouca gente passou por dois anos capicuas!

Já no que se refere à nossa revista, ainda temos mais capicuas previsíveis no horizonte. O número 77 é já daqui a dois anos e pouco...

Capicua, *s. f.* número que se lê igualmente da direita para a esquerda ou vice-versa e ao qual se atribui boa sorte (Dicionário Lello Escolar).

É curioso isto de pensarmos que as capicuas dão boa sorte. Lembro-me de quando estudava no Porto e andava de carro eléctrico ter arranjado alguns bilhetes (custavam 8 tos-

tões para uma zona e 12 para duas...) que eram capicuas. Bem, algumas vezes forcei a saída da capicua: comprava três ou quatro quando estava perto. Não é que pensasse que davam sorte mas encontrava um certo fascínio naqueles números. E eram raros. Como os bilhetes tinham 6 algarismos, a probabilidade de sair uma capicua era de um em mil. Guardei-as cuidadosamente. Quer dizer, eu julgava que tinha sido cuidadosamente mas quando agora fui à procura delas já não as consegui encontrar...

Mas podemos ir à procura de capicuas por outras paragens, não de eléctrico, mas matemáticas.

Vamos começar com as potências.

Há muitos quadrados perfeitos que são capicuas. Os menores são 121, 484 e 676.

Cubos perfeitos já são mais raros: até 1 milhão só aparece o 1331, que é o cubo de 11. E depois aparecem: 1030301, 1367631 e 1003003001.

Nas potências com expoente 4, até  $10^{13}$ , só existem quatro capicuas, todas elas relacionadas entre si:

$$11^4 = 14641$$

$$101^4 = 104060401$$

$$1001^4 = 1004006004001$$

$$10001^4 = 10004000600040001$$

Para as potências de expoente 5 ou 6, e até  $10^{13}$ , não existem capicuas. Será sempre assim?

Quanto aos números triangulares, as capicuas vão aparecendo com regularidade:

$t_{11}=66$	$t_{36}=666$
$t_{77}=3003$	$t_{109}=5995$
$t_{132}=8778$	$t_{173}=15051$

Continuará sempre assim?

Há muitos matemáticos, amadores ou profissionais, que se interessam pelas capicuas. Se, por exemplo, folhearmos alguns números da revista *Journal of Recreational Mathematics*, encontramos vários artigos dedicados a estes números.

\*\*\*

E para quem goste de capicuas, há um momento muito especial (que deve ocorrer quando esta revista estiver na tipografia...). É às 20 horas e 2 minutos do dia 20 de Fevereiro. Reparem: 20:02 – 20.02 – 2002

Outro momento destes (mas não tão bonito) acontecerá à mesma hora do dia 30 de Março. Estaremos atentos!



## Curiosidades

A) 76367 é a maior capicua conhecida que tem estas propriedades:

- é um número primo,
- se formos eliminando, um a um, os seus algarismos a partir da esquerda, obtemos sempre números primos [1].

B) Quadrados Mágicos com Capicuas

161	111	181
171	151	131
121	191	141

6006	1001	8008
7007	5005	3003
2002	9009	4004

Quadrados mágicos com capicuas

Nota: Estes quadrados mágicos podem facilmente ser construídos a partir do quadrado mágico habitual com os números de 1 a 9. Reparemos que são estes algarismos que, no primeiro caso, ocupam as posições centrais de cada capicua e no segundo caso são os extremos.

C) Uma capicua de 113 algarismos que é um número primo, construído a partir de 1996 repetido 14 vezes, um

9, e 6991 repetido 14 vezes [2]:

$$(1996)_{14}9(6991)_{14}$$

D) Primos capicua em que o número de algarismos é primo e capicua [3]:

Com 131 algarismos:

$$1000\dots000111000\dots0001$$

Com 757 algarismos:

$$1000\dots0003000\dots0001$$

Com 10301 algarismos:

$$1000\dots0005452545000\dots0001$$

E) Primos de Sophie Germain que são capicuas [4]

Se  $P$  é um número primo e  $Q = 2P + 1$  também, dizemos que  $P$  é um primo de Sophie Germain. Existem alguns pares destes números que são capicuas. Por exemplo:

1508051 e 3016103

360818063 e 721636127

Dubner, o autor deste estudo, apresenta ainda um primo destes, capicua com 39 algarismos, tal que  $Q$  e  $R = 2Q + 1$  também são primos e capicuas e que surge no topo desta página.

### Respostas aos problemas

- 10201, 12321, 14641, 40804, 44944.
- $ABC = 502$ ,  $DE = 81$ ,  $FGH = 891$ .
- 5221225.

### Referências

- Kahan, S.; Weintraub, S., *Left truncatable primes*, Journal of Recreational Mathematics nº4, Vol. 29, New York, 1998.
- Heleen, J., *Some Palindromic Primes for 1996*, Journal of Recreational Mathematics nº1, Vol. 28, New York, 1996.
- Dubner, H., *Palindromic Primes with a Palindromic Prime Number of Digits*, Journal of Recreational Mathematics nº4, Vol. 26, New York, 1994.
- Dubner, H., *Palindromic Sophie Germain Primes*, Journal of Recreational Mathematics nº1, Vol. 26, New York, 1994.

José Paulo Viana  
E. S. Vergílio Ferreira—Lisboa

## Problemas com capicuas

### 1. Capicuas de Capicuas

Quais são as capicuas de 5 algarismos cuja raiz quadrada é também capicua?

### 2. Equações—Capicuas

Quais são as soluções das seguintes equações-capicuas?

- $2255xABC = CBAx5522$
- $1998xDE = EDx8991$
- $1998xFGH = HGFx8991$

Nota: Cada letra corresponde a um algarismo. Assim, ABC é um número de três algarismos.

[Desafios, Jornal Público, 02.12.2001]

### 3. O número do bilhete de identidade

A Cátia precisava de escrever o número do bilhete de identidade nuns papéis que estava a preencher quando reparou que se tinha esquecido dos documentos em casa. Ficou aflita. A Diana, que estava com ela, perguntou-lhe:

— Não te lembravas do número?

— Não. Mas lembro-me que é uma capicua de sete algarismos começada por 5 e que é um quadrado perfeito.

— Espera aí —disse a Diana.— Talvez assim eu consiga descobrir o número.

E realmente, uns minutos depois já a Cátia pôde acabar de preencher os papéis.

Qual é o número do BI?

[Desafios, Jornal Público, 24.06.2001]