



## O problema deste número

## O número da minha casa

Se o número da minha casa for múltiplo de 3, então trata-se de um número compreendido entre 50 e 59, inclusive. Se o número da minha casa não for múltiplo de 4, então trata-se de um número compreendido entre 60 e 69, inclusive. Se o número da minha casa não for múltiplo de 6, então trata-se de um número compreendido entre 70 e 79, inclusive.

Qual é o número da minha casa?

Respostas até 10 de Fevereiro

## Sempre 100

O problema proposto no nº 63 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

O Augusto resolveu construir uma sequência de números naturais. Escreve o primeiro número  $e$ , a partir daí, a soma de qualquer número com o dobro do anterior é sempre igual a 100.

Por que número deve começar o Augusto para obter a sequência mais comprida?

Chegaram-nos 19 respostas, enviadas por Alberto Canelas (Queluz), Alice Bárrios & Francisco Estorninho (Lisboa), Alice Inácio (Portela), Armando Fernandes & Heitor Surrador (Aveiro), Augusto Taveira (Faro), Belmiro Ferreira, Conceição Martinho (Castanheira), Cristina Brito, Domingos Rijo (Castelo Branco), Eduarda Santos (Tavira), Helena Cunha, Jorge Barata & Rosalina Santos (Alcains), Mário Roque (Guimarães), Nuno Cardoso (Coimbra), Paula Cristina Gomes (Braga), Paulo Teodoro (Marmeleite), Sérgio Peixoto, Vidal Minga e uma de autor anónimo.

Vários métodos foram seguidos.

A Alice Inácio, a Cristina, o Mário e a Paula fizeram a análise exaustiva de todos as sequências possíveis para ver qual era a maior (mas a Alice e o Mário usaram uma folha de cálculo e a Cristina uma calculadora...).

No entanto, antes de começar a experimentar, é possível impor algumas condições que diminuirão o número de ensaios (Paulo, Nuno, Jorge & Rosalina):

- o primeiro termo tem de ser menor que 50 para se poder continuar,
- tem de ser também maior que 25 para que o segundo seja inferior a 50 e não se pare logo.

Outros foram mais longe com este tipo de raciocínio, usando processos analíticos (Alice & Francisco, Armando & Heitor, Augusto, Belmiro e Cristina):

Se definirmos os termos da sequência à custa do primeiro:

$$u_1 = K$$

$$u_2 = 100 - 2K$$

$$u_3 = 100 - 2(100 - 2K) = 4K - 100$$

...

e depois resolvermos as condições

$$u_n > 0$$

vamos obtendo sucessivos enquadramentos para o valor de  $K$ .

Ao chegar a  $n=8$  obtém-se o resultado:

$$32,81 < K < 33,59$$

e para  $n=9$  já é impossível.

Conclusão: o primeiro termo tem de ser 33 e o comprimento da sucessão é 8.

Mas Alberto Canelas apresenta a resolução mais simples:

Se o termo geral da sucessão fosse constante ( $u_n = K$ ) o número  $n$  de termos da sucessão era infinito e seria portanto o maior possível:

$$K, K, K, K, \dots$$

Isto implicaria que

$$2K + K = 100 \text{ ou seja}$$

$$K = 100/3$$

Ora o número natural que mais se aproxima de  $100/3$  é 33 pelo que a sucessão mais comprida será:

$$33, 34, 32, 36, 28, 44, 12, 76.$$