

O problema do ProfMat 2001

José Paulo Viana

O concurso apresentado aos participantes no ProfMat 2001 de Vila Real consistiu na resolução do problema *Quatro Caixas e Quatro Discos*:

Uma mesa tem um tampo circular que pode rodar em torno de um eixo. Em cima da mesa foram colocadas, em posições simétricas, quatro caixas absolutamente iguais.

As caixas estão fechadas e dentro de cada uma delas há um disco, branco de um lado e preto do outro. Os discos foram colocados dentro das caixas perfeitamente ao acaso, não se sabendo por isso que face está virada para cima.

Cada jogada consiste na seguinte sequência de ações:

1. Escolher duas caixas.
2. Abri-las.
3. Ver as cores dos discos e virar os discos que se quiser (dois, um ou nenhum).
4. Fechar as caixas e virar-se de costas.

Antes da jogada seguinte, a mesa é rodada ao acaso pelo que se torna impossível saber depois que caixas foram abertas na jogada anterior.

Qual é o mínimo de jogadas a fazer para se ter a certeza que as quatro caixas têm, ou já tiveram, os discos todos da mesma cor?

O problema foi considerado difícil. Isso notou-se não só pelas conversas que a este respeito se foram ouvindo durante aqueles quatro dias mas sobretudo pelo número diminuto de concorrentes. Apenas sete... Isto teve uma agradável consequência imediata: todos os concorrentes vão receber um prémio!

Começamos pela lista de participantes. São eles António Miguel Mata, Carlos Manuel Morais, Maria Ângela Maia, Paulo Correia, Sérgio Valente,

e duas equipas: uma constituída por Maria João Silva e Mário Pedro Estêvão e outra por Iva e Nuno Angelino (entregue numa caixa de papel, com uma introdução em verso...).

Houve algumas respostas em que o problema só se resolvia após 6 jogadas, mas houve quem conseguisse fazer isso em apenas 5, que é a melhor estratégia.

Conforme diz o António,

(...) temos de considerar que a sorte nos pode ser adversa, ou seja, temos de admitir sempre a pior hipótese. É fácil verificar que, mesmo escolhendo alternadamente caixas vizinhas e caixas opostas, podemos jogar indefinidamente sem que nunca nos saia uma das caixas.

O método encontrado para conseguir ter a certeza que os 4 discos estão, ou já estiveram, simultaneamente com a mesma cor virada para cima é o seguinte.

1ª Jogada: abrimos caixas opostas.

Viramos os discos que for preciso de modo a ficarem ambos com a mesma cor, por exemplo, branco.

2ª Jogada: abrimos caixas vizinhas.

Um dos discos é de certeza um dos anteriores e o outro é um novo. Ou são ambos brancos (e não viramos nenhum) ou um deles é preto e viramo-lo.

Neste momento temos a certeza que três discos são brancos. Se o quarto, que nunca vimos, for branco, o problema está resolvido. Vamos então admitir que ele é preto. (Figura 1)

3ª Jogada: abrimos caixas opostas.

Se um dos discos for preto, viramo-lo e todos ficam brancos. Problema resolvido.

Se forem ambos brancos, viramos um deles. Este, que é preto, ficará obri-

gatoriamente ao lado do outro preto. (Figura 2)

4ª Jogada: abrimos caixas vizinhas.

Se os dois discos forem brancos, viramo-los e todos ficam pretos. Problema resolvido.

Se os dois discos forem pretos, viramo-los e todos ficam brancos. Problema resolvido.

Se um for branco e outro preto, viramos os dois. Ficamos com dois brancos e dois pretos, colocados alternadamente.

5ª Jogada: abrimos caixas opostas.

Os discos serão da mesma cor. Em qualquer dos casos viramos os dois e obtemos 4 discos da mesma cor. Problema resolvido.

Prémios e premiados

1º António Miguel Mata — Calculadora gráfica TI-83 Plus, unidade do professor, oferta da Texas Instruments

2º Paulo Correia — Calculadora gráfica Casio Fx 1.0-Power Graphic, oferta Beltrão Coelho

3º Sérgio Valente — Triggery, um jogo oferta da Ludomania

4º Carlos Manuel Morais — Damas, um jogo oferta da Ludomania

5º Iva e Nuno Angelino — Poliedros Areal, oferta Areal Editores, e *Uma Aventura Matemática na Internet*, um livro oferta da Editora ASA

6º Maria Ângela Maia — "2+2=11" e *Conceitos Fundamentais da Matemática*, dois livros oferta da Editora Gradiva

7º Maria João Silva e Mário Pedro Estêvão — *Matemática ou Mesas, Cadeiras e Caneças de Cerveja* e *O Mistério do BI e Outras Histórias*, dois livros oferta da Editora Gradiva.

José Paulo Viana
Esc. Sec. Vergílio Ferreira



Figura 1

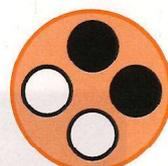


Figura 2

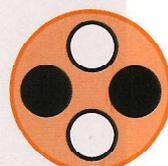


Figura 3