

A Matemática é de todos

Uma exposição interactiva com materiais e ideias para o 1º Ciclo

Formadores e formandos¹ da Oficina de Formação Exploração de uma Exposição

Uma exposição em movimento

No ano 2000, ano Mundial da Matemática, o Grupo de Trabalho do 1º Ciclo da APM decidiu avançar com o desafio de fazer uma exposição de matemática dirigida aos alunos e professores do 1º Ciclo. A ideia original não foi do grupo, foram outros professores que notaram o facto de não haver nenhuma exposição para as escolas deste nível de ensino e de nestes primeiros anos ser tão importante um contacto aberto e criativo com a matemática. Aceite o desafio, procurados e encontrados alguns apoios financeiros, avançou o empreendimento.

O resultado foi uma exposição interactiva, muito fácil de transportar e de montar, constituída por um conjunto de propostas de trabalho diversificadas. Mas o resultado do desafio foi também um projecto para desenvolver a exposição e para sensibilizar os professores para a sua utilização nas escolas. É no âmbito desta sensibilização que foi agora feito este artigo, por um grupo de professores que participaram numa oficina de formação sobre a exploração da exposição *A Matemática é de Todos*.

A exposição contempla uma série de conteúdos matemáticos que hoje ainda não estão integrados nos programas oficiais, mas que vão já ao encontro das novas orientações curriculares e que é de esperar que venham a ser valorizados em futuras renovações programáticas. A exposição apresenta um conjunto de actividades ricas para o desenvolvimento de conhecimentos e capacidades, como a visualização e a representação, e com potencialidades para a realização de projectos disciplinares e até interdisciplinares.

A exposição

A exposição é constituída por 17 módulos: Espelhos, Caleidoscópios, Dominós, Dados, Fósforos, Tangrans, Adivinhas, Pavimentações 1, Pavimentações 2, Frisos, Poliedros 1, Poliedros 2, Poliedros 3, Poliedros 4, Poliedros 5, Poliedros 6 e Números triangulares. Cada módulo é constituído por um cartaz rígido, material manipulável, duas actividades individuais (nível 1 e nível 2), actividades de grupo (opcional) e texto de apoio.

A exposição é complementada por uma brochura com textos de desen-



¹ Amélia Silva, Ana Isabel Quelhas Santos, Ana Sofia António, Arlete Alves, Cristina Loureiro, Esmeraldina Aveiro, Helena Gonçalves, Inês Alberto, Inês Pernes, José Tomás Gomes, Madalena Paixão, Patrícia Guerra Figueiredo, Rute Ferreira, Sandra Nunes, Sónia Figueirinhas.



volvimento para o professor. Nesta brochura há um texto de desenvolvimento para cada módulo.

Com as propostas de actividades da exposição, foi criada uma pasta de materiais que pode ser adquirida por qualquer professor. É de notar que para a exploração das actividades propostas é indispensável algum material manipulável de apoio.

A exposição como pólo atractor de diversas actividades

Esta exposição chega à escola na forma de 3 caixas e 18 painéis móveis. A sua montagem é uma experiência colectiva interessante.

Da nossa experiência desta oficina, um momento fundamental para todos foi a realização de todas as tarefas da exposição, em pequenos grupos que foram rodando pelos diversos módulos. Este momento permitiu aos professores apreciar toda a riqueza das propostas que ela integra, sugerir alterações e complementos, avaliar possíveis dificuldades dos alunos na sua realização e preparar-se para apoiá-los nessa exploração. A sugestão que ficou foi que a ida da exposição para uma escola constituísse um tempo de formação dos professores que se iniciaria com esta exploração colectiva de todos os módulos da exposição. Este e outros momentos colectivos de formação passarão a ser apoiados por um conjunto de publicações, livros e pastas de materiais da APM, que vai passar a acompanhar a exposição. Esta ideia surgiu no decurso da realização desta oficina.

Em complemento ao envolvimento dos professores da escola, foram

avanzadas as sugestões de organização de visitas para educadores de infância e para pais e encarregados de educação. Tanto para uns, como para outros, este conjunto de actividades e de materiais são bastante representativos de situações matemáticas que devem ser trabalhadas com os alunos hoje nos primeiros anos e que interessa divulgar. Os funcionários da escola também são um público a considerar para o conhecimento e apoio à exposição.

Para além destes momentos colectivos de formação e divulgação, com parceiros habitualmente pouco solicitados, a exposição também pode ser aproveitada para os alunos e professores das escolas da zona. O convite para estas visitas pode ser integrado em outras actividades de complemento à permanência da exposição numa escola. Um debate de fim de tarde, um sábado com diversas actividades ligadas à matemática, apresentações de projectos de alunos, entre outras, podem ser o motivo para este convite.

Pensámos que com estas iniciativas seria mais aproveitado o objectivo fundamental da exposição — sensibilizar professores e outros parceiros para aspectos menos conhecidos da educação matemática e para outros modos de trabalhar a matemática nos primeiros anos da escola.

Primeiras ideias de exploração da exposição para os alunos

Após a primeira fase de conhecimento da exposição e de discussão de sugestões para a utilizar com outros parceiros educativos, procurámos mergulhar nos temas subjacentes

aos módulos da exposição. Nesta segunda fase constituíram-se quatro grupos temáticos: Simetria, Poliedros, Pavimentações, Números e Padrões. Ficou de fora a Visualização, que embora sendo um tema importante não foi tratado desta vez.

O trabalho de cada grupo foi procurar e organizar um conjunto de materiais sobre o tema, que servisse de apoio aos professores para o estudar e para realizar actividades para os alunos. Cada grupo apresenta os seus contributos de forma diferente, embora todos tenham procurado contemplar os seguintes aspectos: bibliografia para o professor; bibliografia com propostas para alunos; materiais que podem ser usados; páginas de internet com actividades; *software*; sugestões de projectos; conexões.

Como era esperado, desde o início que ficou patente que os temas das actividades da exposição são ainda mal conhecidos ou até desconhecidos dos professores, e daí o interesse em estudar os assuntos.

Foi também notado que as actividades eram interessantes e desafiadoras e que poderiam constituir bons momentos para os alunos se empenharem em levá-las até ao fim. Os professores do 1º ciclo dão bastante importância ao desenvolvimento desta atitude e encontraram nas actividades da exposição um bom contributo para isso. Foi também com esta perspectiva que se motivaram para o enriquecimento das tarefas da exposição.

Simetria

Correspondem a este tema os seguintes módulos: Espelhos, Caleidoscópios e Frisos.

Para trabalhar este tema com os alunos, pensamos que um caminho poderá ser estruturado da seguinte forma:

- 1ª etapa — Estudo, por parte do professor, de bibliografia. Sugerimos:
“*Grupos e Simetrias*”;
Pappas, Theoni. (1998). *Fascínios da Matemática, a descoberta da Matemática que nos rodeia*. Lisboa: Editora Replificação, capítulo “*Simetria Dinâmica*”;
Veloso, Eduardo. (1998). *Geometria – Temas Actuais*. Lisboa: IIE. Capítulo IV.
- 2ª etapa — Pesquisa de recursos e materiais.
Pastas de materiais editadas pela APM:
A Matemática é de Todos, propostas de trabalho que fazem parte da exposição.
Geometria no 3º Ciclo, As simetrias com a Natureza e a Arte.
Investigações Matemáticas na Sala de Aula, caderno de Geometria que incide essencialmente em tarefas sobre dobragens, recortes e regularidades.
Material manipulável:
Line Symmetry Puzzles A e B (Dime Projects, Geoff Giles). Este consiste num conjunto de peças de espuma rígida que se devem juntar para formar figuras com um eixo de reflexão. Este material pode ser adquirido na APM.
Sites na Internet:
www.peda.com/tess Explora a simetria de rotação, a simetria de translação e os frisos. *Download* gratuito.
<http://humber.northnet.org/weeks>
Neste site pode ser obtido o Kali. Este programa permite explorar pavimentações, eixos de simetria de reflexão numa figura, reflexões de uma figura, e outras transformações geométricas no plano.
- 3ª etapa — Trabalho com os alunos. Deve ser tido em conta o desenvolvimento do trabalho de acordo com a complexidade dos recursos apresentados na 2ª etapa.

Poliedros

Dizem respeito a este tema os seguintes módulos: Poliedros 1, Poliedros 2, Poliedros 3, Poliedros 4, Poliedros 5, Poliedros 6.

Os poliedros são na generalidade um tema pouco trabalhado, do qual se sabe pouco, no entanto, existe muita informação disponível e materiais que se podem utilizar na sua exploração. É um tema que permite desenvolver capacidades fundamentais para a aprendizagem da Matemática.

- *Software* para exploração e construção de poliedros:
Poly — pode obter-se em www.peda.com/poly/, *download* gratuito. Este programa pode ser utilizado em qualquer momento. Será, no entanto, de considerar a exploração paralela à exposição de forma a servir de complemento às actividades com poliedros que nela estão integradas.
- Projectos que se podem desenvolver neste âmbito:
Procurar poliedros que existem na decoração, na arquitectura, na Natureza, no meio envolvente. Esta procura pode ser feita numa visita de estudo de outra área ou em qualquer outro contexto. Este trabalho tanto pode ser feito previamente, para sensibilizar para a exploração da exposição, como posteriormente à visita a esta. Desenvolver um trabalho de pesquisa cujo tema poderá ser *Os poliedros ao longo dos tempos*.
- *Sites na Internet:*
Referimos a seguir alguns sites onde se podem encontrar propostas de actividades para desenvolver com os alunos e onde alunos e professores poderão investigar e aprender sobre este tema:
<http://www.apm.pt/> — Forum Pedro Nunes, Actividades e Recursos e Poliedro na sala de aula.
<http://www.georgeheart.com/vistual-polyhedro/p.html> (Encyclopedia of Polyhedra) — (poliedros e arte).
<http://www.fc.up.pt/attractor/destaque/fr-destaque.htm>
http://srvweb.ac-noumea.nc/math/amc/polyhedra/index_c.htm

ou
http://www.ac-noumea.nc/math/amc/polyhedra/index_c.htm
<http://mathworld.wofram.com>

- Material manipulável para trabalhar os poliedros:
O material mais acessível e resistente para trabalhar os poliedros é o *Polydron*. Pode ser adquirido em várias empresas como Areal Editores, AC Miranda, Asco, entre outras.
Outro material também interessante é o *Zoomctool*. Pode ser adquirido através da APM, onde também pode ser obtida mais informação sobre locais de venda destes materiais.

Pavimentações

Correspondem a este tema os seguintes módulos: Pavimentações 1, Pavimentações 2. Sem sugerir um caminho indicamos várias portas para entrar na simetria:

- Veloso, Eduardo. (1998). *Geometria: temas actuais, materiais para professores*. Lisboa: IIE. p. 207-221.



Nestas páginas está um bom texto de apoio para o estudo das pavimentações regulares e não regulares, periódicas e não periódicas. As explicações são acompanhadas por imagens, estas têm a função de ilustrar os conceitos mais importantes. O texto, por nós seleccionado, está inserido no IV capítulo, simetrias, no final do qual o autor sugere alguma bibliografia e alguns percursos.

- Rodrigues, Ana *et al.* (1998). *M. C. Escher – Arte e Matemática*. Lisboa: APM.
Para além de informação sobre a vida e a obra de Escher, neste livro podem encontrar-se exemplos de pavimentações no plano com diversos motivos, ladrilhos. No final sugerem-se algumas questões acompanhadas por figuras que o professor pode sugerir aos seus alunos, depois de as adaptar e de as trabalhar.
- Ives, Rod. (1995). *Pavimentar com ladrilhos*. Lisboa: APM.
Esta brochura acompanha sete placas de ladrilhos. Estas permitem a construção de pavimentações no plano. As propostas não estão formuladas para a apresentação imediata aos alunos. No entanto, sugere bastantes propostas de trabalho.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1993). *Quinto ano, Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar. Coleção de Adendas. Anos de escolaridade K – 6*. Lisboa: APM. p. 25 – 27, 35.
Esta adenda apresenta uma actividade de exploração de pavimentações com figuras planas. Embora

dirigida a alunos do 5.º ano de escolaridade, a actividade proposta pode ser adaptada para alunos do 1.º ciclo do Ensino Básico.

- www.apm.pt
Site da responsabilidade da Associação de Professores de Matemática, onde se encontram disponíveis vários *links* para páginas sobre o tema, nomeadamente o Fórum Pedro Nunes e Matemática na Internet.
- http://www.boxermath.com/plp/modules/online/workshop/toolbox/mosaictool.html?offer_id=PMTHF
Neste *site* encontra-se uma ferramenta para construir pavimentações com alguns polígonos regulares.
- <http://www.keypress.com/sketchpad/>
Nesta página oficial da *Key Curriculum Press* pode explorar-se o programa de geometria dinâmica *Geometry Sketchpad*. A partir de uma figura construída e usando as transformações geométricas do plano (translações, rotações e reflexões), é possível fazer pavimentações. Este *software* é semelhante ao *Cabri Géomètre* e poderá ser um bom instrumento para as explorações do professor.
- APM. (2000). *Pavimentações*. Lisboa: APM.
Este recurso encontra-se disponível na APM sob a forma de uma pasta composta por: brochuras, fichas de actividades para os alunos e placas de material manipulável (polígonos).
- APM. (sd.) *Investigações Matemáticas na Sala de Aula, Propostas de trabalho*. Lisboa: APM.
Esta pasta é constituída por três brochuras: Números, Funções e

Geometria. As propostas de trabalho apresentadas não se destinam propriamente ao 1º ciclo, contudo, algumas poderão ser facilmente adaptadas.

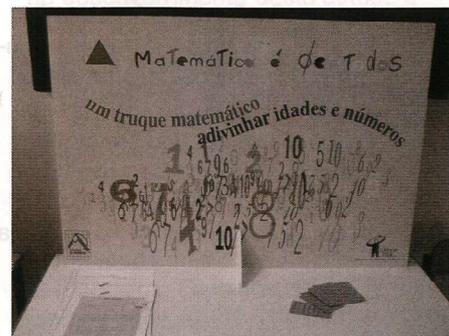
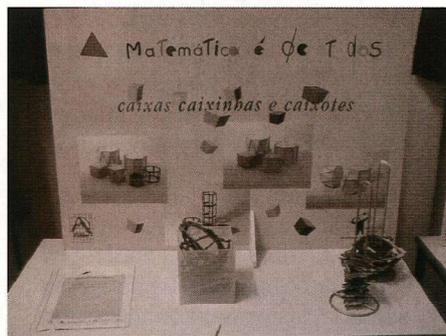
- *Escher* versão 2.3
Este *software*, editado pelo Ministério da Educação, em 1993, está disponível em disquete e é acompanhado por um manual de utilização. Faz parte da colecção Programas Educativos para Computadores. Este programa tem como finalidade pedagógica principal ilustrar as transformações geométricas do plano e foi concebido para o 2º/3º ciclos do Ensino Básico e Ensino Secundário.
- Tesselmania
Com este programa constrói-se muito facilmente pavimentações no plano.

Números e Padrões

Para este tema são considerados os módulos seguintes: Dominós, Dados, Adivinhas, Números triangulares.

O aparecimento dos números suscita uma curiosidade natural que poderá ser aproveitada para superar as dificuldades sentidas actualmente no processo de ensino/aprendizagem. Bento de Jesus Caraça é uma referência importante pelo modo como apresenta as contagens como uma necessidade natural das diferentes serizações e como fala da harmonia que integra todas as ciências na e com a matemática.

Outro aspecto a referir será a relação entre números e padrões. Segundo o Currículo Nacional do Ensino Básico, a predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generali-



zações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos, constitui uma das competências matemáticas a desenvolver ao longo de todos os ciclos:

Através do estudo dos padrões, as crianças aprendem a reconhecer relações e a estabelecer ligações, generalizações e previsões acerca do mundo que as rodeia. (p. 66)

Adenda do 1º ano, Colecção de Adendas das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, tradução portuguesa, edição APM, 1998.

A resolução de problemas utilizando os padrões de forma organizada, sistemática e diversificada proporciona aos estudantes a oportunidade de fazer conjecturas sobre relações que vão evoluindo, desenvolvendo deste modo a confiança nas suas próprias capacidades.

Ao continuarmos a proporcionar-lhes uma ampla variedade de oportunidades para explorar e usar padrões, estamos a ajudá-los a passar da simples identificação de regularidades para uma utilização mais elaborada das mesmas, como estratégias de resolução de problemas. Por outras palavras, deixamos de ensinar padrões para ensinar com padrões. (APM, 1998)

Adenda do 5º ano, Colecção de Adendas das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, tradução portuguesa, edição APM, 1997.

A introdução progressiva dos padrões nos diferentes ciclos do ensino contribui para o desenvolvimento de atitudes e capacidades (poder de comunicação, concentração, visualização)

que integram as competências para fazer aprender e usar matemática.

A exploração das sequências numéricas, trabalhadas desde os primeiros anos, vai sendo ampliada, constituindo uma introdução à ideia de variável quando os alunos usam letras ou outros símbolos na descrição de relações. Neste contexto, pode surgir a oportunidade para a descoberta de relações entre variáveis e para a sua representação por meio de tabelas. Deste modo está-se a desenvolver o raciocínio e as ideias algébricas. (APM, 1997)

Abrantes, Paulo et al. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.

Modelos concretos, visuais ou geométricos são raramente utilizados como suporte, em particular para a compreensão de relações numéricas ainda desconhecidas, mesmo quando se sabe que, para muitos alunos, o estímulo visual é muito importante para a sua aprendizagem. (p. 56)

Ceia, Mário; Cebola, Graça; Pinheiro, Manuel. *Actividades Matemáticas no Ensino Básico*, Cadernos PEPT — Educação para Todos — ME, 1999.

Seleccionar tarefas e materiais apropriados que estimulem os alunos a visualizar e a pensar acerca de novos conceitos matemáticos é o desafio que se propõe ao professor. Este é o objectivo deste nosso trabalho.

Bibliografia para professores

Abrantes, Paulo et al. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação.

Conway, John H. e Guy, Richard K. (1999). *O livro dos números*. Lisboa: Gradiva – Universidade de Aveiro.

Ensensberger, Hans. (1998). *O diabo dos números*. Porto: Edições Asa.

Sá, António Júlio César; Faria, Margarida. (1992). *Clube de Matemática, a aventura da descoberta*. Porto: Edições Asa, Colecção Práticas Pedagógicas.

Wells, David. (1996). *Dicionário de Números Interessantes e Curiosos*. Lisboa: Gradiva.

Adendas do 1º ao 6º ano, Colecção de Adendas das Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar, tradução portuguesa, edição APM.

Sites na Internet

<http://www.fc.up.pt/attractor/>

Materiais manipuláveis

Placas de quadrados que podem ser adquiridas através da APM.

Cubinhos e cubos de encaixe.

A exposição a caminho das escolas

Durante este ano lectivo a exposição estará nas escolas dos participantes da oficina de formação. O trabalho vai continuar e muito haverá depois a dizer.

No próximo ano civil haverá mais realizações desta oficina de formação para os professores interessados em levá-la para as suas escolas. Embora não seja condição necessária para levá-la, as escolas dos professores que participam nesta formação têm prioridade nos pedidos.

Todo este trabalho integra-se no projecto *Construção e Divulgação da Exposição Matemática é de Todos*, realizado pelo Grupo de Trabalho do 1º Ciclo da APM, e que contou com apoios financeiros do Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação, do Programa Ciência Viva e da Fundação Calouste Gulbenkian.

Formadores e formandos da Oficina de Formação
Exploração de uma Exposição

