A Bola — volume e área duma esfera

José João Marques da Silva Henriques, Assistente de investigação do LNETI

A proposta a seguir apresentada tem como objectivo o estudo do volume e da área de uma esfera, através de actividades manipulativas e a partir dum tema bem conhecido de todos — A BOLA.

Estas actividades serão executadas em simultâneo por diferentes grupos que no final exporão à turma os resultados a que chegaram e a forma como o conseguiram.

A determinação do volume duma esfera irá ser feita a partir das seguintes actividades:

a) enchimento duma bola com um material (água, areia, etc.) cujo volume possa ser facilmente medido;

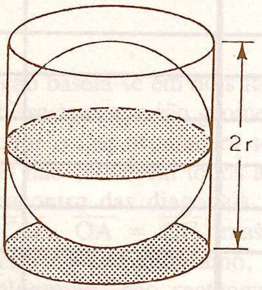
b) imersão duma bola maciça num recipiente graduado;

c) pesagem duma bola maciça cujo peso específico seja conhecido;

d) determinação do coeficiente de proporcionalidade entre o volume duma esfera e o do cilindro equilateral circunscrito.

Esta última actividade servirá para que os alunos «descubram» a fórmula que lhes permite determinar o volume de qualquer esfera, dado o raio.

Para isso irão trabalhar com uma esfera e com um cilindro cujo raio seja igual ao da esfera e cuja altura seja o dobro desse raio.



Ao colocarem a esfera dentro do cilindro cheio de água, cujo volume foi previamente medido, irão concluir que o volume de água deslocado é 2/3 do volume total inicial e portanto

$$V_{esfera} = \frac{2}{3} V_{cilindro}$$

$$= \frac{2}{3} (\pi r^2 . 2r) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Para deduzir aquela fórmula iremos exactamente considerar a esfera dividida num grande número de pequenas «pirâmides». Para isso iremos imaginar que a superfície da esfera está dividida num grande número de pequenos polígonos. Salientar que efectivamente eles não são polígonos uma vez que não existem segmentos de recta numa superfície esférica, mas que quanto mais pequenos eles forem, tão mais próximos de polígonos eles estarão. Todas estas pirâmides irão ter o vértice comum que é o centro da esfera e altura igual ao raio da esfera. O volume de cada uma das pirâmides será $1/3\ A_b.r$. O volume da esfera será o somatório dos volumes das pirâmides.

$$V_{esfera} = \frac{1}{3} A_1.r + \frac{1}{3} A_2.r + \frac{1}{3} A_3.r + \ldots =$$

$$= \frac{1}{3} r (A_1 + A_2 + A_3 + \ldots)$$

A área da esfera será

$$A_{esfera} = A_1 + A_2 + A_3 + \ldots$$

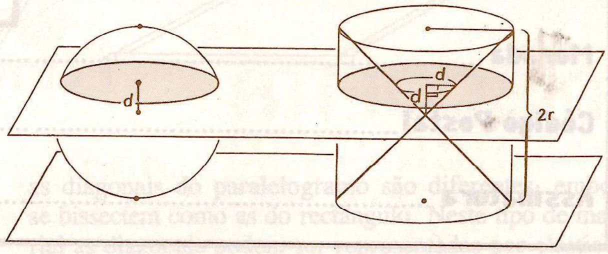
$$V_{esfera} = \frac{1}{3} r.A_{esfera}$$

$$A_{esfera} = \frac{3}{r} V_{esf} = \frac{3}{r} . \frac{4}{3} \pi r^3 = 4\pi r^2$$

Dever-se-á chamar a atenção que esta conclusão é obtida a partir dum raciocínio com base na intuição. Realçar, no entanto, que é possível através do cálculo deduzir aquela mesma fórmula sem ter que recorrer às aproximações aqui feitas.

Estas actividades, que proporcionarão um ambiente de aprendizagem em que os alunos irão explorar fisicamente objectos que os envolvem, terão que ter em atenção os diferentes estádios de desenvolvimento (etário, cognitivo, etc.), devendo-se portanto prever a hipótese de reformulação de algumas delas de modo a que possam ser apresentadas de tal forma que alunos duma mesma turma, apesar de níveis de percepção diferentes, as possam aproveitar integralmente.

Será então altura de confirmar este resultado obtido experimentalmente, utilizando para isso o Princípio de Cavalieri.



A actividade que se segue tem como objectivo intuir a fórmula que permite determinar a área duma superfície esférica.

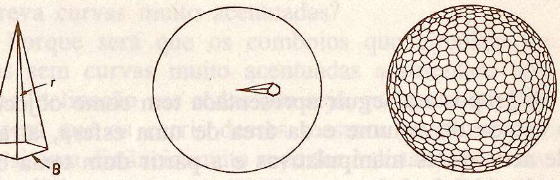
Começar por observar várias bolas e ver como são constituídas as suas superfícies:

—bola de futebol — justaposição de pentágonos e hexágonos

—bola de basquetebol ou de praia — justaposição de fusos

—bola de voleibol — justaposição de quadriláteros

Uma proposta de actividade manual (a ser executada fora da aula de matemática e anteriormente à actividade que a seguir se propõe) seria a tentativa de construção de uma «esfera» a partir de pirâmides unidas pelo vértice.



Publicações e Programas de Computador
Envio pelo Correio

- as publicações e programas disponíveis são os que vêm anunciados **neste número da revista**, sob os títulos
  - — *Publicações APM*
  - — *Publicações e Programas Educacionais do Projecto Minerva, Núcleo da FCUL.*
- fotocopie e **preencha** uma ficha (ver abaixo; utilize mais do que uma ficha se for necessário; note que o envio de software tem porte fixo).
- no caso de Software, não deixe de indicar, além do título, a **referência** (51, 52, etc.) respectiva e a **marca e modelo do computador** em que vai utilizar os programas.
- envie a ficha, juntamente com um cheque ou vale postal em nome da **Associação de Professores de Matemática** e no **valor total** calculado, para

  Paulo Abrantes
  Faculdade de Ciências
  Av. 24 de Julho, 134 - 4.º
  1300 Lisboa
- escreva a indicação «pedido de publicações» no sobrescrito.

Títulos (publicações ou software)	nº de ex	custo unitário	custo publicações	custo software
	subtotais →		+	
	portes do correio	public. 15 %	+	
		software fixo 120$00		+
		totais parciais	(1)	(2)
		valor total (1 + 2) →		
		Para uso da APM	Pedido rec. em / /	
		Ass.:	Respondido em / /	

Pedido feito na data ....

Nome ....

Morada ....

Código Postal ....

Assinatura ....